

# MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE *Pinus taeda* L. POR MEIO DO PROCESSO DE DIFUSÃO

Rozane de Loyola Eisfeld<sup>1</sup>, Carlos Roberto Sanquetta<sup>2</sup>, Julio Eduardo Arce<sup>3</sup>,  
Anabel Aparecida Mello<sup>4</sup>

(recebido: 16 de novembro de 2004; aceito: 10 de maio de 2005)

**RESUMO:** Com o presente trabalho objetivou-se testar a metodologia do processo de difusão para a estimativa do crescimento e da produção. O processo de difusão ainda é pouco utilizado em plantios comerciais no Brasil e pode gerar estimativa comparável a outras metodologias, com resultados satisfatórios para simulação do crescimento e da produção. Para isso, foram utilizados dados de 325 parcelas permanentes de *Pinus taeda* L. sem desbaste, provenientes da empresa International Paper do Brasil. Para o desenvolvimento de tal metodologia foi ajustado o um modelo de crescimento e um modelo de mortalidade que irá integrar a equação de Kolmogorov. Foram sorteadas setenta parcelas para fazer a comparação entre os dados reais com os estimados. De modo geral, o processo de difusão gerou resultados satisfatórios para estimativa do número de árvores, área basal e volume.

Palavras-chave: Simulação, crescimento e produção, processo de difusão, *Pinus taeda*.

## MODELLING GROWTH AND YIELD OF *Pinus taeda* L. USING DIFFUSION PROCESS

**ABSTRACT:** This work tested a methodology for growth and yield modeling. The diffusion process is not yet widely used in commercial plantations in Brazil, but it can provide predictions comparable to others methodologies, producing satisfactory results to simulate growth and yield. For this purpose, 325 permanent samples established in unthinned *Pinus taeda* L. (loblolly pine) stands owned by the International Paper of Brazil Co were used. The "diffusion process" methodology consists in connecting growth increment and mortality models in "Kolmogorov equation". Seventy sample plots were randomly chosen in order to make the comparison among the observed and predicted values. In general, the diffusion process provided satisfactory estimates of number of trees, basal area per hectare and stem volume.

Key words: simulation, growth and yield, diffusion process, *Pinus taeda*.

## 1 INTRODUÇÃO

O plantio de florestas no Brasil é uma atividade econômica importante e com grande impacto no campo social. Conforme Caron Neto (2001), o Estado do Paraná possui a maior área de florestas plantadas de *Pinus*, totalizando 605.130 ha, ou seja, 33% da área plantada total do Brasil. É indiscutível a importância deste gênero neste Estado que representa 90% de toda a madeira empregada na indústria, atingindo cerca de 20.000.000 de m<sup>3</sup> consumidos anualmente.

Em face disso, é do interesse de qualquer administrador ligado ao setor florestal conseguir

quantificar e prognosticar, com confiabilidade, o estoque de suas florestas. A quantificação do crescimento e da produção consiste em uma condição essencial para definir a utilização dos bens advindos da floresta, além de fornecer informações que subsidiam a tomada de decisões para a maioria das atividades ligadas ao setor (ABREU, 2000).

O processo de difusão é uma metodologia de crescimento e produção que pode proporcionar bons resultados quando comparado com outras metodologias, porém ainda é muito pouco empregado em plantios comerciais no Brasil.

<sup>1</sup> M. Sc. em Ciências Florestais, Engenheira de Inventário Florestal – International Paper do Brasil – Rodovia SP 340 km 171 – Mogi Guaçu, SP – Rozane.Eisfeld@ipaperbr.com

<sup>2</sup> Dr. em Ciências Florestais, Prof. de Engenharia Florestal na UFPR – Rua Lothário Meissner, 3400 – Jardim Botânico – Curitiba, PR – sanquetta@floresta.ufpr.br

<sup>3</sup> Dr. em Ciências Florestais, Prof. de Engenharia Florestal na UFPR – Rua Lothário Meissner, 3400 – Jardim Botânico – Curitiba, PR – jarce@floresta.ufpr.br

<sup>4</sup> Dra. em Ciências Florestais, Pesquisadora do Laboratório de Inventário Florestal/UFPR – Rua Lothário Meissner, 3400 – Jardim Botânico – Curitiba, PR – anabelmello@yahoo.ufpr.br

Segundo Sanquetta (1996), o processo de difusão expressa a dinâmica das classes, tais como crescimento, mortalidade e recrutamento, simultaneamente em função do tempo e das próprias dimensões das classes diamétricas, integrando esses componentes em equações diferenciais. O modelo estocástico assim definido, chamado de equação de difusão ou processo de difusão, é descrito pela equação *forward* de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck.

Hara (1984) testou a equação *forward* de Kolmogorov em um experimento puro com plantas coetâneas. Koyama (1989) também utilizou essa equação para simular as mudanças no tamanho das classes diamétricas com dados de povoamentos secundários com diferentes idades, em uma floresta no sul do Japão.

Brannan & Reneke (1984) utilizaram o processo de difusão para descrever a evolução do dossel de uma floresta, durante o estágio intermediário para avançado na fase de sucessão secundária. O modelo deixou que a sucessão ocorresse através da reposição de uma árvore por outra, em que as aberturas do dossel são causadas através de perturbações endógenas. Como os parâmetros do modelo foram determinados pelos dados, foi possível seqüenciar a magnitude das predições nos momentos de transição. E finalmente, o modelo permitiu uma caracterização do estado clímax.

Arce et al. (1998) avaliaram e simularam o crescimento de povoamentos jovens, coetâneos, monoespecíficos e homogêneos de *Pinus taeda*, utilizando a técnica de simulação Processos de Difusão. Esses autores concluíram que a construção das equações de difusão (Kolmogorov *forward* equation), apesar de exigir estimativas estatísticas prévias para obter a variável de crescimento relativo, não apresentou maiores dificuldades em ser implementada para povoamentos jovens, coetâneos e homogêneos de *Pinus taeda*. A simulação com o processo de difusão gerou distribuições diamétricas harmônicas e coerentes.

O modelo de crescimento e mortalidade e o modo de competição de seis espécies que formam uma floresta clímax sub-boreal em Hokkaido, norte do Japão, foram investigados baseando-se no modelo de difusão (KUBOTA & HARA, 1995). Cada árvore foi considerada individualmente, utilizando apenas as

árvores com mais de 2 metros, em uma área de 2 hectares. Em função desse modelo, os autores puderam concluir que o desenvolvimento da dinâmica de cada componente das espécies da floresta sub-boreal são, influenciados principalmente pelos fatores estocásticos [D(t,x)] e pelas condições limites [R(t)], em comparação com a interação de competição determinística entre os componentes das espécies [G(t,x)].

Dentro desta visão, o presente trabalho busca apresentar uma alternativa metodológica para a modelagem do crescimento e da produção para *Pinus taeda*, com potencial de uso também para outras espécies, tanto nativas quanto plantadas.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Descrição da base de dados

Os dados de *Pinus taeda* utilizados para este estudo são provenientes das propriedades da empresa International Paper do Brasil, localizada no município de Arapotí, no Estado do Paraná. Foram utilizados dados de 325 parcelas permanentes, com idades variando entre 4 a 25 anos em condições variadas de sítio. Dessas, 172 parcelas continham duas medições e 153 continham 3 medições.

Todas as parcelas são retangulares com dimensões de 20 m x 30 m, com 600 m<sup>2</sup> de área. Foram medidos todos as CAPs (circunferência com casca à altura do peito) e 20% das alturas totais. Além disso, cada indivíduo foi codificado conforme o seu "status" (morta, torta, bifurcada, atacada por vespa).

Os povoamentos utilizados neste trabalho foram implantados em dois diferentes espaçamentos, 2,5 x 1,8 m e 3,0 x 2,0 m. Os mais jovens, com idades entre 4 a 8 anos, foram plantados com o espaçamento maior, com um número inicial de 1.667 árvores por hectare. Já os povoamentos mais antigos, entre 13 e 24 anos, foram plantados com 2.222 árvores.

Para a estimativa da altura foi utilizado o modelo modificado de Prodan, com a seguinte forma:

$$h - 1,3 = \frac{DAP^2}{\beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \beta_3 DAP \times Id} \cdot \varepsilon_i \quad (1)$$

em que:

$h$  = altura total, em metros;

$DAP$  = diâmetro à altura do peito, em cm;

$Id$  = idade do povoamento, em anos;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = parâmetros do modelo;

$\varepsilon_i$  = erro aleatório.

Para se estimar o volume de cada árvore foi utilizado o banco de cubagem fornecido pela empresa. Ao total, foram utilizados dados de cubagem rigorosa de 3.404 árvores de *Pinus taeda*, com idades

variando de 1 a 24 anos, provenientes de todas as glebas da empresa.

A cubagem rigorosa foi realizada tomando-se medidas de diâmetro a 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi obtido pela aplicação sucessiva da fórmula de Smalian.

A partir dessa base de dados, foi possível ajustar o polinômio do 5º grau para o cálculo do volume, que é assim representado:

$$\frac{di}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{hi}{h}\right) + \beta_2 \left(\frac{hi}{h}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{hi}{h}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{hi}{h}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{hi}{h}\right)^5 \cdot \varepsilon_i \quad (2)$$

em que:

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  = parâmetros do modelo;

$di$  = diâmetro correspondente a uma altura  $hi$ , em cm;

$DAP$  = diâmetro à altura do peito, em cm;

$h$  = altura total, em m;

$hi$  = altura correspondente a um diâmetro  $di$ , em m;

$\varepsilon_i$  = erro aleatório.

## 2.2 Desenvolvimento dos modelos para o processo de difusão

O modelo estocástico assim definido, chamado de equação de difusão ou processo de difusão, é descrito pela equação *forward* de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck, e apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D(t, x)f(t, x)] - \frac{\partial}{\partial x} [G(t, x)f(t, x)] - M(t, x)f(t, x) \quad (3)$$

em que:

$f(t, x)$  = distribuição de densidade do tamanho  $x$  na idade  $t$  (HARA, 1984);

$G(t, x)$  = crescimento instantâneo médio do tamanho  $x$  na idade  $t$  por unidade de tempo;

$D(t, x)$  = variância instantânea do crescimento do tamanho  $x$  na idade  $t$  por unidade de tempo;

$M(t, x)$  = mortalidade instantânea do tamanho  $x$  na idade  $t$ , por unidade de tempo.

### 2.2.1 Modelo do crescimento instantâneo médio $G(t, x)$

Inicialmente foram testadas as variáveis que possuíam maior correlação com o crescimento. Em seguida foram ajustados vários modelos e verificado

se os resultados obtidos com a curva do modelo ajustado representavam satisfatoriamente os dados.

Os modelos testados estão relacionados a seguir:

Modelo 1:

$$G(t, x) = \beta_0 \times \left(1 - \exp(-\beta_1 \times D \times Id^{\beta_2})\right) \cdot \varepsilon_i \quad (4)$$

Modelo 2:

$$G(t, x) = \beta_0 \times \exp[-Id \times \exp(-\beta_1 \times D)] \cdot \varepsilon_i \quad (5)$$

Modelo 3:

$$G(t, x) = \beta_0 / [1 + Id \times \exp(-\beta_1 \times D)] \cdot \varepsilon_i \quad (6)$$

Modelo 4:

$$G(t, x) = \beta_0 / [B(t, x) + Id \times \exp(-\beta_1 \times D)] \cdot \varepsilon_i \quad (7)$$

Modelo 5:

$$G(t, x) = \beta_0 \times [1 + Id - \exp(-\beta_1 \times D \times B(t, x))]^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i \quad (8)$$

Modelo 6:

$$G(t, x) = \beta_0 \times \beta_1 \times \ln(D) + \beta_2 \times (1/Id) \cdot \varepsilon_i \quad (9)$$

Modelo 7:

$$G(t, x) = \beta_0 \times [1 - \exp(-\beta_1 \times Id^{\beta_2} \times D^{\beta_3})] \cdot \varepsilon_i \quad (10)$$

Modelo 8:

$$G(t, x) = \beta_0 / [1 + Id^{\beta_2} \times \exp(-\beta_1 \times D)] \cdot \varepsilon_i \quad (11)$$

Modelo 9:

$$G(t, x) / D = \beta_0 / [B(t, x) + Id \times \exp(-\beta_1 \times D)] \cdot \varepsilon_i \quad (12)$$

Modelo 10:

$$G(t, x) / D = \beta_0 / [1 + Id \times \exp(-\beta_1 \times D)] \cdot \varepsilon_i \quad (13)$$

Modelo 11:

$$G(t, x) / D = \beta_0 \times \beta_1 \times \beta_2 \times D^{\beta_2 - 1} \times \exp(Id)^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i \quad (14)$$

Modelo 12:

$$G(t, x) / D = \beta_0 [1 - \exp(-\beta_1 \times Id^{\beta_2})]^{\beta_3} \cdot \varepsilon_i \quad (15)$$

Modelo 13:

$$G(t, x) / D = \beta_0 \times D [1 - \exp(-\beta_1 \times Id^{\beta_2})]^{\beta_3} \cdot \varepsilon_i \quad (16)$$

Modelo 14:

$$G(t, x) / D = \beta_0 \times [1 - \exp(-\beta_1 \times Id \times D^2)^{\beta_2}]^{\beta_3} \cdot \varepsilon_i \quad (17)$$

Modelo 15:

$$G(t, x) / D = \beta_0 \times [1 - \exp(-\beta_1 \times Id \times D)^{\beta_2}]^{\beta_3} \cdot \varepsilon_i \quad (18)$$

em que:

$D$  = diâmetro médio da classe, em cm;

$Id$  = idade do povoamento, em anos;

$B(t, x)$  = soma das áreas transversais das árvores pertencentes às classes diamétricas superiores, em m<sup>2</sup>/ha;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = parâmetros do modelo;

$\varepsilon_i$  = erro aleatório.

### 2.2.2 Modelo da variância instantânea do crescimento $D(t, x)$

Foi importante verificar se a variância possuía correlação com o crescimento e se havia alguma tendência entre os valores de DAP,  $B(t, x)$  e Idade com a variância. Se ela não possuísse influência, o ajuste de equação para estimar esta variável seria desprezado. Então, a equação de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck apresentaria a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, x) = \frac{\partial}{\partial x} [G(t, x) f(t, x)] - M(t, x) f(t, x) \quad (19)$$

Caso a variância fosse incluída no modelo, seria necessário o ajuste de um modelo conforme a análise de distribuição dos dados.

### 2.2.3 Modelo da mortalidade instantânea $M(t, x)$

A mortalidade é uma variável fortemente influenciada pelo diâmetro. Normalmente, a disposição dos dados se dá de maneira exponencial sendo que nas classes de diâmetros inferiores ocorre uma maior mortalidade do que nas classes superiores. Em função disso, para estimar a mortalidade foram testados os seguintes modelos:

Modelo 1:

$$M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times D] \cdot \varepsilon_i \quad (20)$$

Modelo 2:

$$M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times D + \beta_2 \times Id] \cdot \varepsilon_i \quad (21)$$

Modelo 3:

$$M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times D + \beta_2 \times B(t, x)] \cdot \varepsilon_i \quad (22)$$

Modelo 4:

$$M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times D + \beta_2 \times Id + \beta_3 \times B(t, x)] \cdot \varepsilon_i \quad (23)$$

em que:

$D$  = diâmetro médio da classe, em cm;

$Id$  = idade do povoamento, em anos;

$B(t,x)$  = soma das áreas transversais das árvores pertencentes às classes diamétricas superiores, em  $m^2/ha$ ;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = parâmetros do modelo;

$\varepsilon_i$  = erro aleatório.

#### 2.2.4 Processo de Difusão

Após o desenvolvimento dos modelos de crescimento, variância e mortalidade que resultam nas variáveis independentes necessárias para a equação de Kolmogorov, deve-se seguir os seguintes passos para se obter os resultados finais do processo de difusão:

a) Multiplicar o resultado de cada modelo pelo número inicial de árvores por classe de diâmetro;

b) Ajustar o resultado dessa multiplicação pelo intervalo de tempo que se deseja simular, ou seja, se o resultado desejado for anual os valores deverão ser divididos por 1, se o resultado desejado for de 2 em 2 anos os valores deverão ser multiplicados por 2, gerando as variáveis  $gf(i)$  (crescimento),  $mf(i)$  para a variância e  $mf(i)$  para a mortalidade, considerando  $i$  as classes de diâmetro;

c) Obtido o  $gf(i)$ ,  $mf(i)$  e  $vf(i)$  deve-se calcular o  $gf1$ ,  $mf1$ ,  $vf1$  e  $dfdt$  conforme as fórmulas a seguir:

$$a. \quad gf1 = gf(i) - gf(i-1) \quad (24)$$

$$b. \quad mf1 = mf(i) \quad (25)$$

$$c. \quad vf1 = vf(i+1) - 2 \times vf(i) + vf(i-1) \quad (26)$$

$$d. \quad dfdt = vf1 \times 0,5 - gf1 - mf1 \quad (27)$$

d) O resultado desta equação é a perda ou ganho do número de árvores por classe de diâmetro. Esse valor ( $dfdt$ ) foi somado ao número de árvores iniciais em cada classe, resultando no número de árvores por classe no período desejado.

### 2.3 Critérios de seleção dos modelos ajustados

Para testar a qualidade dos ajustes dos modelos,

foram utilizados três parâmetros de comparação, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o erro padrão da estimativa ( $Syx$ ) e a análise gráfica dos resíduos.

### 2.4 Precisão da prognose

Para a avaliação da precisão da prognose, foram confrontados dados de 70 parcelas escolhidas aleatoriamente em diferentes idades, como a frequência, a área basal e o volume prognosticado a partir da metodologia do processo de difusão, utilizando o erro padrão da estimativa e o coeficiente de determinação como os critérios quantitativos para essa comparação.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 3.1 Modelo de Crescimento Instantâneo Médio $G(t,x)$

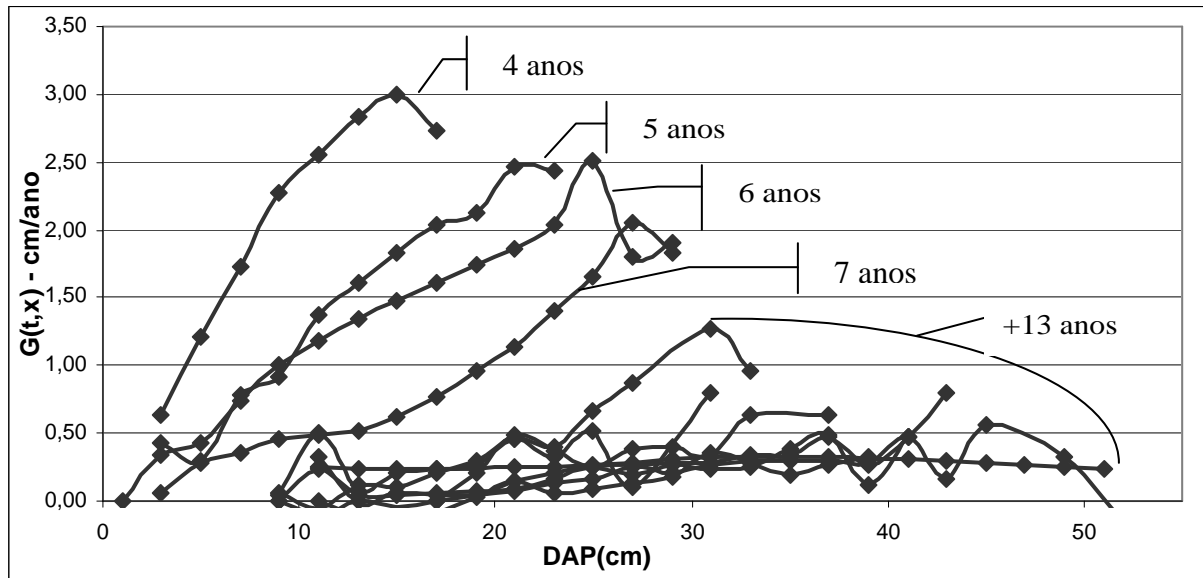
O crescimento é muito influenciado pelo diâmetro e pela idade, como demonstra a Figura 1.

O crescimento em diâmetro aumenta com o aumento das classes de DAP, principalmente nos povoamentos mais jovens. A partir dos 18 anos, o diâmetro já não possui tanta influência sobre o crescimento, mantendo-se praticamente constante.

Em consequência da distribuição dos dados, foi necessário ajustar um modelo que tanto obtivesse um resultado de ajuste estatístico satisfatório, quanto representasse essa distribuição.

Foram testados quinze diferentes modelos, ajustados de forma não linear, buscando estimar satisfatoriamente o crescimento das árvores. As estatísticas utilizadas na escolha estão apresentadas na Tabela 1.

Todos os modelos testados alcançaram erros acima de 36%, ficando evidenciado a dificuldade em se ajustar um modelo de crescimento. Devido a isso, o modelo 7, que apresentou as melhores medidas de dispersão, foi escolhido para ser ajustado não mais a partir do banco de dados de crescimento por idade e classe de diâmetro, mas sim utilizando todos os valores de crescimento individuais das árvores, totalizando um banco de dados com aproximadamente 41 mil dados, retirando as árvores mortas e os dados com valores muito superiores ou inferiores a média da dispersão (*outliers*).



**Figura 1** – Crescimento anual em função da idade e do diâmetro.

*Figure 1* – Annual growth as function of age and diameter.

**Tabela 1** – Estatísticas para comparar os modelos de crescimento –  $G(t,x)$ .

*Table 1* – Statistics to compare the growth models –  $G(t,x)$ .

Modelos	Syx	Syx (%)	R <sup>2</sup>
Modelo 1	0,21872	37,75	79,15%
Modelo 2	0,34528	59,59	59,31%
Modelo 3	0,36866	63,63	54,93%
Modelo 4	0,26852	46,34	72,13%
Modelo 5	0,36519	63,03	55,59%
Modelo 6	0,22759	39,28	77,98%
Modelo 7	0,21396	36,93	79,77%
Modelo 8	0,23636	40,79	76,78%
Modelo 9	0,30904	53,34	65,67%
Modelo 10	0,32194	55,56	63,47%
Modelo 11	0,47322	81,67	32,57%
Modelo 12	0,27267	47,06	71,50%
Modelo 13	0,46204	79,74	35,17%
Modelo 14	0,56174	96,95	10,14%
Modelo 15	0,47711	82,35	31,65%

A equação resultante do ajuste deste modelo de determinação de 78,46%. A equação apresentou um erro de 38,72% e um coeficiente ajustada foi:

$$G(t, x) = 7,65246 \times \left[ 1 - \exp\left(-0,926769 \times Id^{-2,29132} \times DAP^{0,945959}\right) \right] \quad (28)$$

O crescimento em diâmetro real e o crescimento estimado em função da classe de diâmetro estão demonstrados na Figura 2.

A dispersão dos resíduos absolutos em função do diâmetro está apresentada na Figura 3.

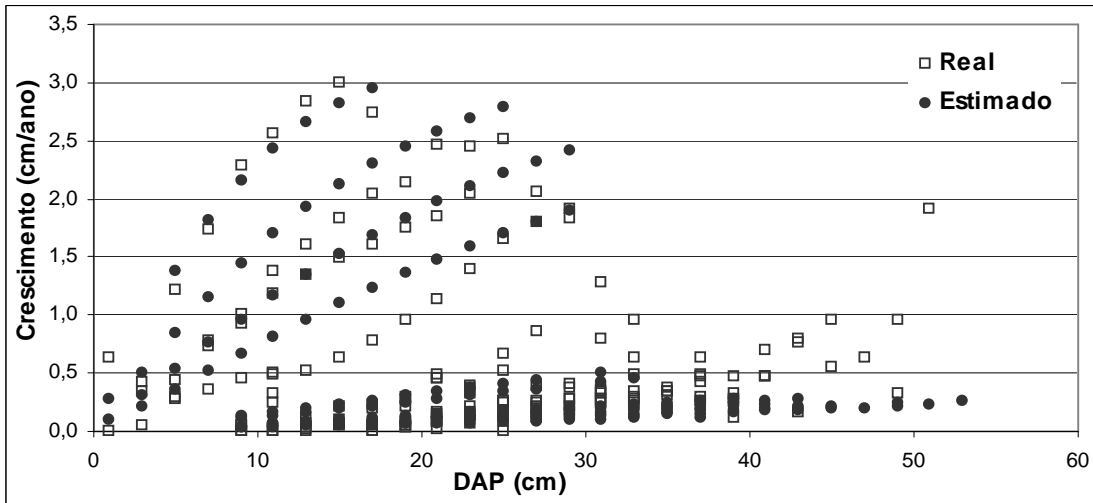


Figura 2 – Crescimento anual real e estimado em função do diâmetro.

Figure 2 – Observed and predicted annual growth in function of diameter.

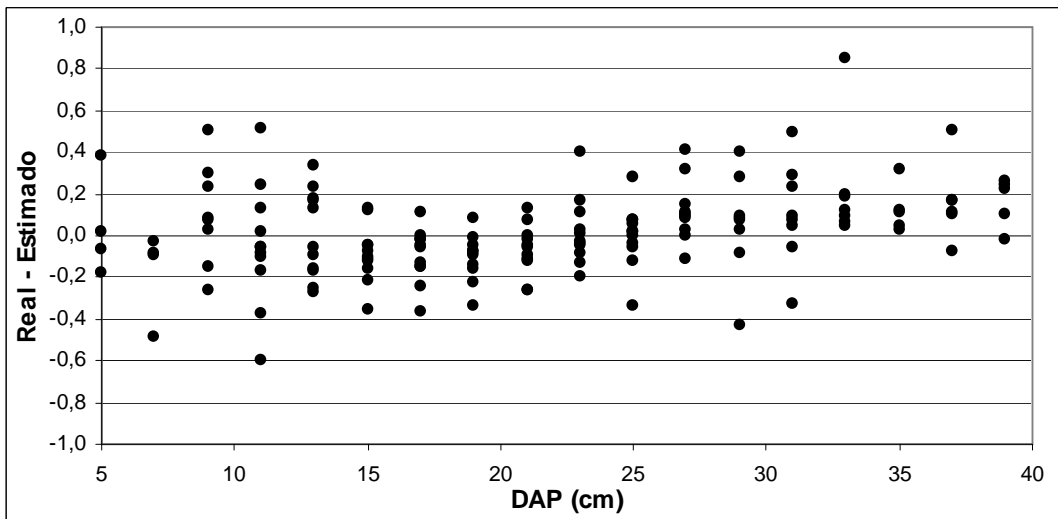


Figura 3 – Gráfico de resíduos do crescimento em função do diâmetro.

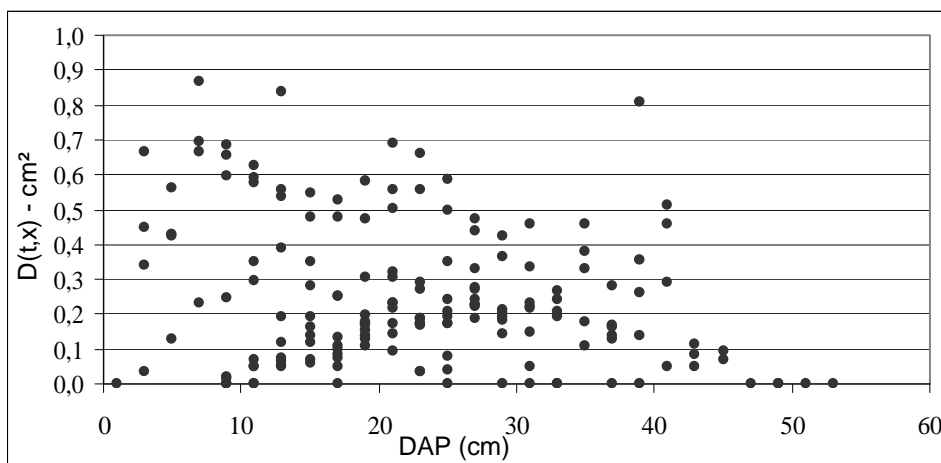
Figure 3 – Graphic residue growth in function of diameter.

Nota-se, pela Figura 3, que nos diâmetros superiores há uma tendência de sub-estimativa do crescimento. Porém, pela Figura 2 o modelo está representando bem o crescimento em função do diâmetro, além disso, o crescimento é uma variável muito heterogênea e difícil de ser modelada. Portanto, depois de diversas tentativas de se modelar o crescimento, a equação (28) foi

escolhida para ser empregada no processo de difusão.

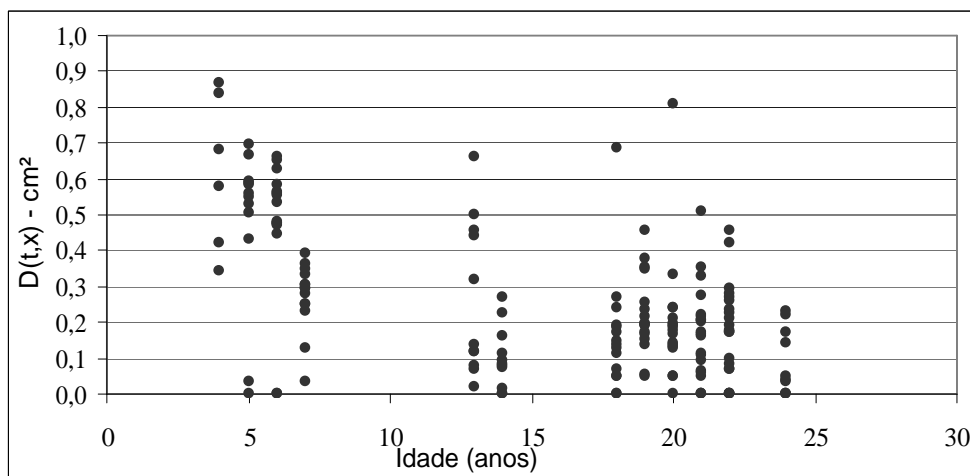
### 3.2 Modelo da Variância Instantânea do Crescimento $D(t,x)$

As dispersões dos dados de variância com o diâmetro e com a idade estão demonstradas nas Figuras 4 e 5.



**Figura 4** – Variância do crescimento em função do diâmetro.

*Figure 4* – Growth variance in function of diameter.



**Figura 5** – Variância do crescimento em função da idade.

*Figure 5* – Growth variance in function of age.



Nas Figuras 4 e 5 não se observa uma tendência clara do comportamento da variância do crescimento  $-D(t,x)$  em relação ao DAP, e nem em relação a idade. Além disso, as correlações entre o diâmetro e a idade com a variância são muito baixas, e não são significativas para um nível de significância de 5%. Sendo assim, o ajuste de equações para a estimativa dessa variável pode ser desprezado, desde que se utilize a equação *forward* de Kolmogorov modificada, como demonstrado na equação (19).

$$M(t, x) = \exp[-0,875973 - 0,40455 \times \text{DAP} + 0,21926 \times \text{Id}] \tag{29}$$

O crescimento real e o crescimento ajustado em função do diâmetro estão demonstrados na Figura 6.

### 3.4 Precisão da prognose

O volume total, a área basal e o número de árvores foram calculados a partir da frequência real por classe diamétrica e comparados com da frequência obtida no processo de difusão, para 70 parcelas escolhidas aleatoriamente. Esses resultados foram analisados e são exibidos nos itens a seguir.

A Tabela 3 apresenta o erro padrão residual e

### 3.3 Modelo de Mortalidade Instantânea $M(t,x)$

Foram testados quatro modelos para estimar a mortalidade relativa das árvores.

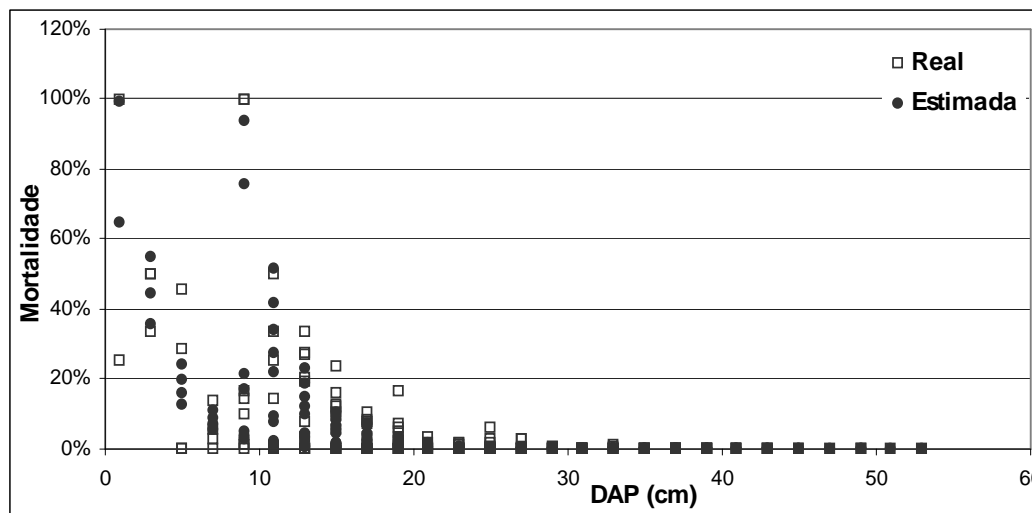
As medidas de precisão obtidas no ajuste das equações estão apresentadas na Tabela 2.

O modelo 2 foi utilizado para estimar a mortalidade pois possui um alto coeficiente de determinação e um baixo erro padrão. Esse modelo é um pouco inferior ao modelo 4, porém a mortalidade é estimada apenas em função do diâmetro e da idade. A equação ficou assim ajustada:

o coeficiente de determinação obtido por idade na prognose do número de árvores, área basal e volume com base nas 70 parcelas analisadas.

Baseando-se na Tabela 3 a metodologia empregada estimou bem o número de árvores total, na qual o maior erro de estimativa foi de 3,9% aos 21 anos. Para todas as parcelas o erro obtido foi de 2,59%, correspondendo a 36 árvores por hectare. O erro aumenta nas idades mais avançadas em que a mortalidade é pouco influenciada pelo diâmetro e difícil de ser modelada.

Para a área basal o erro foi de 3,50 m<sup>2</sup>/ha. Houve uma diminuição com o aumento da idade.



**Figura 6** – Mortalidade relativa anual real e estimada em função do diâmetro.

*Figure 6* – Observed and predicted annual relative mortality in function of diameter.

**Tabela 2** – Estatísticas dos modelos de mortalidade –  $M(t,x)$ .**Table 2** – Statistics of mortality models –  $M(t,x)$ .

Modelos	Syx	Syx (%)	R <sup>2</sup>
Modelo 1	0,01710	25,35	89,04%
Modelo 2	0,00767	11,37	89,81%
Modelo 3	0,01085	16,08	89,62%
Modelo 4	0,00730	10,82	89,83%

**Tabela 3** – Estatísticas na prognose do número de árvores, área basal e volume.**Table 3** – Statistics in the simulation of number of trees, basal area and stem volume.

Idade	Número de árvores		Área basal		Volume	
	Syx	R <sup>2</sup>	Syx	R <sup>2</sup>	Syx	R <sup>2</sup>
Todas	2,59%	98,08%	7,33%	93,36%	3,14%	99,67%
4	2,00%	84,34%	47,08%	37,82%	16,09%	52,47%
5	0,96%	98,20%	12,33%	44,69%	5,46%	92,68%
6	1,86%	92,42%	6,85%	88,49%	8,21%	88,75%
13	3,33%	31,79%	2,82%	31,79%	2,89%	31,79%
18	3,89%	86,00%	2,69%	88,18%	2,53%	91,10%
19	2,78%	93,90%	2,67%	94,27%	2,85%	95,90%
20	3,62%	86,36%	2,37%	88,46%	2,35%	90,37%
21	3,90%	95,62%	1,88%	92,52%	1,62%	94,85%

Na estimativa do volume o erro obtido foi de 3,14% na simulação pelo processo de difusão, o que corresponde a 15,51 m<sup>3</sup>/ha. Houve uma diminuição no erro a medida em que se aumentam as idades. Os povoamentos mais jovens possuem uma grande variabilidade de crescimento, o que vem a prejudicar as estimativas e aumentar o erro padrão. Já povoamentos um pouco mais velhos, com 19 ou 20 anos, por exemplo, possuem erros bem inferiores, projetando o volume com mais precisão.

#### 4 CONCLUSÕES

Com base na análise dos resultados, chegou-se às seguintes conclusões:

a) Com os dados do presente trabalho a

variável crescimento, empregada no processo de difusão, foi muito difícil de ser modelada;

b) A mortalidade possui uma forte relação com o diâmetro e, por conseqüência, pode ser mais facilmente modelada;

c) A metodologia utilizada se mostrou eficiente na estimativa do crescimento e da produção;

d) O processo de difusão é pouco utilizado, mas possui a vantagem de ter uma maior facilidade em simular desbastes, apenas mexendo na área basal ( $B(t,x)$ ), um trabalho que acrescentaria muito à área florestal se fosse testado para as espécies comerciais do País;

e) O processo de difusão ainda é pouco utilizado em plantios comerciais no Brasil e pode gerar

estimativa comparável a outras metodologias mais utilizadas para simulação do crescimento e da produção.

## 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, E. C. R. **Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. 2000. 69 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.

ARCE, J. E.; GOMES, F. S.; SANQUETTA, C. R.; CRUZ, E. C. Utilização dos processos de difusão na avaliação e simulação precoces do crescimento de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Revista Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 154-170, 1998.

BRANNAN, J. R.; RENEKE, J. A. A diffusion model of forest succession. **Mathematical Biosciences**, New York, v. 69, p. 131-149, 1984.

CARON NETO, M. Pinus conquista espaço na região Sul. **Revista da Madeira**, Curitiba, v. 58, n. 10, p. 24-28, 2001.

HARA, T. Dynamics of stand structure in plant monocultures. **Journal of Theoretical Biology**, London, v. 110, p. 223-239, 1984.

KOHYAMA, T. Simulation of the structural development of warm-temperated rain forests stands. **Annals of Botany**, London, v. 63, n. 6, p. 625-634, June 1989.

KUBOTA, Y.; HARA, T. Tree competition and species coexistence in a sub-boreal forest, northern Japan. **Annals of Botany**, London, v. 76, p. 503-512, July 1995.

SANQUETTA, C. R. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal**. Curitiba: FUPEF, 1996. 49 p.