



ERNANI LOPES POSSATO

**MANEJO DA DENSIDADE EM POVOAMENTOS
DE EUCALIPTO**

LAVRAS - MG

2014

ERNANI LOPES POSSATO

MANEJO DA DENSIDADE EM POVOAMENTOS DE EUCALIPTO

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Ciências Florestais, para a obtenção do título de Doutor.

Dr. Natalino Calegario
Orientador

LAVRAS - MG

2014

**Ficha Catalográfica Elaborada pela Coordenadoria de Produtos e
Serviços da Biblioteca Universitária da UFLA**

Possato, Ernani Lopes.

Manejo da densidade em povoamentos de eucalipto / Ernani
Lopes Possato. – Lavras : UFLA, 2014.

111 p. : il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2014.

Orientador: Natalino Calegario.

Bibliografia.

1. Desbaste. 2. *Eucalyptus urophylla* - Diagrama de manejo da
densidade do povoamento. 3. *Eucalyptus urophylla*. 4. Índice de
Reineke. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD – 634.97342

ERNANI LOPES POSSATO

MANEJO DA DENSIDADE EM POVOAMENTOS DE EUCALIPTO

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de concentração em Ciências Florestais, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 01 de agosto de 2014.

Dr. Antônio Carlos Ferraz Filho	UFLA
Dr. Lucas Amaral de Melo	UFLA
Dr. Paulo Fernando Trugilio	UFLA
Dr. Gilciano Saraiva Nogueira	UFVJM

Dr. Natalino Calegario
Orientador

LAVRAS - MG

2014

DEDICO

*Aos meus pais, Geraldo e Luiza;
irmãos, Giovanni, Viviane e Caroline;
esposa, Rejane; e
filhas, Marcela e Luiza.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus a vida e tudo que nela Ele nos proporciona.

À Universidade Federal de Lavras a disponibilidade de suas infraestruturas e de seu pessoal.

Ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal a oportunidade e auxílio na execução deste trabalho.

O companheirismo, a amizade e a orientação do Professor Natalino Calegario.

Ao apoio e a amizade dos professores e funcionários do Departamento de Ciências Florestais e que viabilizam nosso aprendizado e o funcionamento do programa.

À FAPEMIG o fundamental auxílio financeiro.

Aos amigos Elliezer, Joyce, Geise, Miriam, Ayuni, Pedro Paulo, Sabrina, Isaac, Renata e Rômulo do Laboratório de Planejamento e Manejo Intensivo de Florestas que me ajudaram a vencer os desafios na condução deste trabalho.

Aos amigos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal o conhecimento e experiências compartilhados.

A amizade de André, Marcel, Celso, Iberê, Thiago, Alexandre, Emanuel, Ygoor, Gleison, Fábio (Zebra) e Leandro Carlos.

Aos meus familiares, Lopes e Possato, pelo referencial de afeto e à família Nascentes pelo apoio constante.

Agradeço àqueles que, de alguma maneira, contribuíram para minha formação pessoal e profissional.

RESUMO GERAL

Objetivou-se neste trabalho elaborar um diagrama de manejo da densidade para auxiliar o manejador na condução de povoamentos de eucalipto, gênero mais plantado no Brasil, quando a prática silvicultural do desbaste for adotada. O desbaste consiste em uma intervenção fundamental para, por exemplo, a produção de toras para serraria, em que, ao remover alguns indivíduos do povoamento, proporciona a regulação do espaço de crescimento, evitando perdas em crescimento ou mortalidade em virtude da competição, acarretando, dentre outros, em produção contínua de madeira e redução no tempo de produção de fustes de grandes dimensões. O desenvolvimento deste trabalho ocorreu em três capítulos, sendo o primeiro dedicado à abordagem geral do tema, por meio de uma revisão de literatura. No segundo capítulo, o índice de densidade do povoamento (*IDP*) para *Eucalyptus urophylla* (incluindo seus híbridos naturais) foi estimado ao variar: i) intensidades de seleção de parcelas; ii) diferentes modelos para descrição da relação entre o número de fustes por hectare e o diâmetro quadrático médio; iii) métodos de ajuste dos modelos. No terceiro capítulo, foi elaborado o diagrama de densidade propriamente dito. Foi utilizado o valor de *IDP* estimado no segundo capítulo, associado aos dados de crescimento em volume do povoamento, altura dominante e codominante média, diâmetro quadrático médio e número de fustes por hectare, provenientes de inventário florestal contínuo de povoamentos clonais de *Eucalyptus urophylla*, implantados em Minas Gerais. Para definição do intervalo de densidade adequado à manutenção do povoamento, entre cada intervenção de desbaste, foi utilizado o método da derivativa do modelo logístico. O limite máximo de densidade correspondeu ao ponto de inflexão da curva sigmoide, em que o incremento em volume é máximo, e o mínimo correspondeu ao início da fase decrescente da taxa de incremento em volume, indicado pelo primeiro ponto crítico da segunda derivada do modelo. O intervalo de densidade calculado variou, de acordo com a capacidade produtiva local, proporcionando estimativas distintas em relação ao número de plantas, área basal e volumes removidos em cada desbaste simulado, além de influenciar na idade de intervenção desta prática silvicultural. Nas simulações abordadas, ao definir a densidade inicial de plantio e as dimensões diamétricas ao final da rotação, foi possível estimar, embasado em critérios técnicos e com o uso do diagrama de densidade, três variáveis básicas para realização do desbaste: 1) quantas intervenções de desbaste serão necessárias; 2) em que idades do povoamento elas ocorrerão; e 3) quanto, em número de plantas, área basal e volume, serão removidos em cada intervenção.

Palavras-chave: Desbaste. Diagrama de manejo da densidade do povoamento. *Eucalyptus urophylla*. Índice de Reineke.

GENERAL ABSTRACT

In this work, we aimed to develop a density management diagram to help in taking care of eucalyptus stands, the most planted genus in Brazil when the silvicultural practice of thinning is implemented. The thinning consists in an essential intervention for producing sawlog, for instance, wherein removing some individuals in the plantation provides the regulation of the growth space, avoiding losses in growth or mortality due to the competition, leading to continuous timber production and reduction in production time of big logs. The research was performed in three parts. The first chapter describes the theme overview by means of literature review. In the second chapter, the stand density index (SDI) of *Eucalyptus urophylla* tree plantation, including its natural hybrids, was estimated by varying: (i) the selection intensity of plots; (ii) different models for describing the proportion of number of stems per hectare and the quadratic mean diameter; and (iii) methods of adjusting models. In the third chapter we developed the actual density diagram. We used here the SDI value estimated in the second chapter, and data related to growth in tree plantation volume, mean dominant and codominant height, quadratic mean diameter and number of stems per hectare, obtained from the continuous forest inventory of clonal tree plantations of *Eucalyptus urophylla* of the State of Minas Gerais. For establishing the range of suitable density, for tree plantation maintenance, we used the method of derivative of the logistic model in each intervention of thinning. The maximum limit of density corresponded to the inflection point of the sigmoidal curve, wherein the increase in volume is maximal. The minimum, however, corresponded to the beginning of decrease stage of the rate of increase of volume, indicated by the first critical point of the second derivative of the model. According to site quality, the range of density varied, affording distinct estimates in relation to quantity of trees, basal areas and removed volumes in each simulated thinning, besides influencing the plant age for silvicultural practice of thinning. Therefore, by defining the initial planting density and the diametric measurements at the end of the rotation, was possible estimating three basic variables for the practice of thinning, based on technical criteria and use of density diagram. These variables are, namely: (1) number of times required for the practice of thinning; (2) the plantation age on which thinning will be performed; and (3) number of trees, basal area, and volume that will be removed on each thinning.

Key-words: Thinning. Stand density management diagram. *Eucalyptus urophylla*. Reineke's stand density index.

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

- Figura 1 Relação entre o número de fustes por hectare (N) e o diâmetro quadrático médio (Dg) em povoamentos de *Eucalyptus urophylla* 50
- Figura 2 Distribuição de frequência das parcelas por classe de diâmetro quadrático médio 51
- Figura 3 Relação entre o número de fustes por ha e diâmetro quadrático médio de toda base de dados e após a seleção de 4 (S1), 2 (S2) ou 1 (S3) parcelas por classe de diâmetro 52
- Figura 4 Retas de ajuste da regressão linear e de IDP , após a alteração do parâmetro interseção, para cada seleção de parcelas (S1, S2 e S3) 54
- Figura 5 Reta de máximo IDP estimada pela função de fronteira estocástica para cada seleção de parcelas (S1, S2 e S3) 56
- Figura 6 Curva ajustada do modelo não linear assintótico para cada seleção de parcelas (S1, S2 e S3) 58
- Figura 7 Relação entre o índice de densidade do povoamento (IDP) e a área basal do povoamento de cada unidade amostral utilizando o valor da inclinação de Reineke (-1,6) (**A**) e o valor médio calculado pelo método de fronteira estocástica (-1,12) (**B**) para o cálculo do IDP 62

CAPÍTULO 3

- Figura 1 Representação do comportamento da função logística, sua primeira e segunda derivativa 78

Figura 2	Relação entre altura dominante e codominante média (Hdc), em metros, e a idade do povoamento (anos)	83
Figura 3	Distribuição dos resíduos padronizados em função da estimativa da altura dominante e codominante média (Hdc) e representação da relação entre os valores estimados pelo modelo e os observados.....	84
Figura 4	Representação das curvas anamórficas dos índices de sítio – $S = (25, 28, 31 \text{ e } 34)$ – com base no ajuste do modelo não linear assintótico, utilizando o método da diferença algébrica.....	85
Figura 5	Relação entre volume por hectare ($\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$) e o Índice de Densidade do Povoamento relativo - IDP_R (%).	87
Figura 6	Resíduo padronizado do modelo logístico ajustado para a relação entre volume por hectare e Índice de Densidade do Povoamento relativo (IDP_R (%)) pelo método não linear generalizado, sem adição de covariantes.....	89
Figura 7	Resíduo padronizado do modelo logístico com adição de covariante (S), ajustado para a relação entre volume por hectare e Índice de Densidade do Povoamento relativo (IDP_R (%)) pelo método não linear generalizado	90
Figura 8	Curva média do modelo logístico original ajustado para a relação entre volume por hectare e Índice de Densidade do Povoamento relativo – IDP_R (%), agrupados por sítio (25, 28, 31 e 34).....	91
Figura 9	Incremento em volume por hectare em relação à variação do IDP_R (%) para os diferentes índices de sítio.....	92
Figura 10	Diagrama de manejo da densidade de povoamentos para <i>Eucalyptus urophylla</i>	98

Figura 11	Exemplo do uso do diagrama de manejo da densidade do povoamento com densidade inicial de 1667 plantas por hectare, em condições de índice de sítio igual a 25 e densidade mantida entre 22 e 33% do IDP_R	99
Figura 12	Exemplo do uso do diagrama de manejo da densidade do povoamento com densidade inicial de 1667 plantas por hectare, em condições de índice de sítio igual a 34 e densidade mantida entre 27 e 38% do IDP_R	101
Figura 13	Relação entre idade do povoamento (anos) e altura dominante e codominante média (m).....	104
Figura 14	Distribuição de resíduos padronizados e idade estimada <i>versus</i> idade observada da equação de estimativa da idade do povoamento	105

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

Tabela 1	Resumo dos dados de inventário em povoamentos formados por <i>Eucalyptus urophylla</i> (incluindo seus híbridos naturais), por empresa 44
Tabela 2	Estimativas dos parâmetros do modelo de Reineke, para cada conjunto de dados selecionados, utilizando a regressão linear clássica como método de ajuste 53
Tabela 3	Estimativas dos parâmetros do modelo de Reineke, para cada conjunto de dados selecionados, utilizando o método da função de fronteira estocástica 55
Tabela 4	Estimativas dos parâmetros do modelo não linear assintótico, para cada conjunto de dados selecionados 57

CAPÍTULO 3

Tabela 1	Resumo dos dados de inventário florestal contínuo utilizados 72
Tabela 2	Resultado do ajuste do modelo não linear assintótico após o rearranjo pelo método da diferença algébrica 84
Tabela 3	Resultado dos ajustes do modelo logístico, antes e após a adição de S como covariante 86
Tabela 4	Resumo das estatísticas de ajuste do modelo logístico original e após a adição de covariante e o resultado do comparativo entre os modelos pelo teste de razão da máxima verossimilhança 87
Tabela 5	Parâmetros e qualidade do ajuste simultâneo das equações para estimativa de $Ln(Hdc)$, $Ln(Dg)$ e $Ln(V)$ 95

Tabela 6	Matriz de correlação entre os resíduos para o sistema de equações ajustado.....	96
Tabela 7	Estimativa dos parâmetros da equação utilizada na estimativa da idade do povoamento (anos) em função da altura dominante e codominante média, do índice de sítio e da idade de referência.....	104

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	Introdução Geral	15
1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO DE LITERATURA	18
2.1	Índice de densidade do povoamento (<i>IDP</i>)	18
2.2	Seleção de povoamentos estocados para estimativa do índice de densidade do povoamento	23
2.3	Determinação do limite de densidade	27
2.4	Densidade de plantas, crescimento e desbaste	29
2.5	Diagrama de manejo da densidade do povoamento	32
	referências	34
CAPÍTULO 2	Estimativa do índice de densidade para <i>Eucalyptus urophylla</i> utilizando diferentes métodos de ajustes e modelos	38
1	INTRODUÇÃO	40
2	MATERIAL E MÉTODOS	44
2.1	Base de dados	44
2.2	Seleção de parcelas em competição	45
2.3	Determinação do valor do índice de densidade do povoamento	45
2.4	Avaliação da qualidade do ajuste	48
3	Resultados e discussão	50
4	CONCLUSÕES	64
	REFERÊNCIAS	65
CAPÍTULO 3	Diagrama de manejo da densidade de povoamentos de eucalipto	68
1	INTRODUÇÃO	70
2	MATERIAL E MÉTODOS	72
2.1	Base de dados	72
2.2	Índice de densidade do povoamento – <i>IDP</i>	72
2.3	Classificação da capacidade produtiva	73
2.4	Relação entre crescimento volumétrico e densidade do povoamento	75
2.5	Definição do intervalo de densidade para manejo do desbaste	77
2.6	Diagrama de manejo da densidade do povoamento - <i>DMDP</i>	78
2.7	Estimativa da idade de realização do desbaste	81
3	Resultados e discussão	83
3.1	Classificação da capacidade produtiva	83
3.2	Relação entre crescimento em volume do povoamento e seu índice de densidade relativo	85
3.3	Diagrama de manejo da densidade do povoamento	94
3.4	Estimativa da idade de realização do desbaste	103

4	CONCLUSÕES.....	108
	REFERÊNCIAS.....	109

CAPÍTULO 1 Introdução Geral

1 INTRODUÇÃO

O crescimento em área plantada no país nos últimos anos tem consequências diretas no desenvolvimento econômico e social do país. Entre 2006 e 2012, o crescimento em área ocupada por plantios florestais cresceu, em média, 2,8% ao ano, totalizando 6,64 milhões de hectares (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PRODUTORES DE FLORESTAS PLANTADAS, ABRAF, 2013). Parte deste crescimento está associada à demanda de madeira pelas indústrias siderúrgicas, de celulose e de papel, principais consumidoras de madeira reflorestada. No entanto, por causa das restrições legais na exploração de florestas tropicais, a demanda do segmento de processamento mecânico da madeira proveniente de reflorestamentos tem aumentado, contribuindo para o aumento do potencial de diversificação do uso da madeira de diferentes espécies plantadas no Brasil.

Em 2012, a produção de madeira serrada no País foi de, aproximadamente, 25,3 milhões de metros cúbicos (m³), sendo a maior parte destinada ao consumo interno (24,1 mi de m³) (FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS, FAO, 2014). A existência de dados confiáveis da participação de madeira originária de reflorestamentos com espécies folhosas no total de madeira serrada é escassa, no entanto, verifica-se que, neste segmento, a participação dos plantios do gênero *Eucalyptus* é pequena.

Para atender o mercado de madeira serrada, faz-se necessária a realização de um maior número de intervenções na floresta e maior tempo de rotação dos plantios, quando comparados aos sistemas tradicionais de cultivo como, por exemplo, os reflorestamentos destinados à produção de carvão. Isto

decorre das características da madeira necessárias a atender este setor, tais como fustes retilíneos, cilíndricos e de grandes dimensões diamétricas, que podem ser obtidas, por meio de práticas silviculturais, como a desrama e o desbaste, muitas vezes, desnecessárias em outros usos.

Na prática do desbaste, é necessário definir, dentre outras variáveis, a quantidade de intervenções, as idades em que ocorrerão e o grau, ou seja, a quantidade de indivíduos ou de madeira a ser retirada. De maneira geral, na determinação dessas variáveis, em um regime de desbaste, objetiva-se a maximização da produção por meio do controle da competição por recursos entre as árvores.

Em ciências florestais, os experimentos de campo, normalmente, consistem na melhor forma de avaliar, na prática, o desenvolvimento das árvores e do povoamento após um desbaste, auxiliando na definição das intensidades mais apropriadas em cada intervenção. Porém, o tempo de resposta nesse tipo de experimento pode ser longo e, também, limitam-se ao objetivo e condições estabelecidas pelos pesquisadores.

Neste sentido, o uso de critérios técnicos, no manejo do desbaste de florestas plantadas, pode ser fundamentado em teorias que descrevem a relação entre o número de plantas por unidade de área e o crescimento de um povoamento. Essa relação pode ser representada por índices de densidade, que consistem na combinação entre as dimensões dos indivíduos e o número de árvores existentes em um povoamento (LONG, 1985), sendo uma de suas principais qualidades a independência da idade e da qualidade do sítio da floresta. O emprego desses índices de densidade tem auxiliado o manejador na formulação de planos de desbaste em uma floresta, considerando os diversos sítios e objetivos existentes.

Uma das formas de utilização prática dos índices de densidade está na construção do diagrama de manejo da densidade do povoamento. O diagrama

consiste em uma ferramenta de auxílio na tomada de decisão quanto à prática do desbaste durante a rotação do povoamento. Além do índice de densidade, o diagrama representa, em um único gráfico, diferentes interrelações existentes entre o crescimento em volume, altura dominante e codominante média, diâmetro quadrático médio e o número de árvores por hectare, subsidiando o manejador para tomada de decisões.

Considerando os aspectos citados, objetivou-se neste trabalho avaliar diferentes métodos de ajustes, para determinar o limite de densidade populacional e desenvolver um diagrama de manejo da densidade do povoamento para *Eucalyptus urophylla* (incluindo seus híbridos naturais), definindo o intervalo de manejo de desbaste embasado nas relações existentes entre o crescimento em volume e o índice de densidade do povoamento.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Índice de densidade do povoamento (*IDP*)

A densidade de um povoamento pode ser descrita como um termo quantitativo que reflete o grau de ocupação de uma área por árvores, sendo diretamente associado ao crescimento de cada um dos indivíduos (AVERY; BURKHART, 1994). Segundo Clutter et al. (1983), o crescimento e a produtividade de um povoamento florestal constituído por uma ou um conjunto de espécies é afetado por quatro fatores: (i) a idade do povoamento, (ii) a capacidade produtiva local; (iii) ao grau de utilização da capacidade produtiva e (iv) os tratamentos culturais.

É natural que algumas árvores se tornem dominantes em um povoamento, em virtude de questões relacionadas a características genéticas, dimensões iniciais, incidências de pragas e doenças, qualidade da muda e recursos disponíveis que permitem o crescimento acelerado, com conseqüente ocupação de maior espaço de crescimento e supressão de alguns indivíduos vizinhos (HARRINGTON; HARRINGTON; DEBELL, 2009). Uma vez suprimida, essas árvores estarão em desvantagem quanto à incidência de luz e outros recursos, retardando ainda mais seu crescimento em relação àquelas dominantes e codominantes.

Conseqüentemente, com o envelhecimento do povoamento, as árvores suprimidas serão as primeiras a morrerem, liberando espaço de crescimento para as plantas remanescentes no povoamento. O período de tempo entre a supressão e a morte desses indivíduos está diretamente relacionado à capacidade produtiva do local, o nível de competição (densidade do povoamento), a idade das árvores e a tolerância da espécie ao sombreamento (HAWLEY; SMITH, 1972). Esse processo de autodesbaste é caracterizado pelo aumento da mortalidade, à medida

que ocorre o aumento da ocupação do sítio, coincidindo a taxa máxima de mortalidade com a máxima densidade do povoamento (TANG; MENGGB; MENGGBT, 1995).

A relação natural existente entre o aumento em diâmetro das árvores e o seu espaço disponível para crescimento que, por sua vez, está associado com a densidade do povoamento, fundamentou diversos estudos sobre densidade que auxiliaram no entendimento destas relações.

Clutter et al. (1983) apresentaram, resumidamente, diferentes alternativas de mensuração da densidade do povoamento, tais como, fator de competição de copas, razão altura-raio e relação espaço-altura. Parte dos estudos sobre autodesbaste definiram um modelo que representa o limite de densidade de um povoamento, sendo, normalmente, constituído por um coeficiente de inclinação constante e invariável dentre as espécies, sítios e idades.

Dentre os modelos propostos está o de Yoda et al. (1963), conhecido como lei de autodesbaste. Esses autores descreveram que o limite da biomassa média (b) ou total (B) do povoamento está igual ao respectivo número de indivíduos por unidade de área, N , elevado ao expoente fixo igual a $-3/2$ (quando B) ou $-0,5$ (quando b) e multiplicado pelo coeficiente c , relacionado à espécie (1).

$$B = cN^{-3/2} \therefore b = cN^{-0,5} \quad (1)$$

Para uma determinada espécie, em um povoamento equiâneo, o limite de autodesbaste segue esta relação constante, independentemente da idade, capacidade produtiva e densidade inicial.

Apesar de concebido em pesquisas realizadas em culturas tipicamente anuais, a lei de autodesbaste vem sendo aplicada e discutida há anos no setor

florestal (BI; WAN; TURVEY, 2000; DREW; FLEWELLING, 1979; LONSDALE, 1990; NEWTON, 1997; WELLER, 1987; ZEIDE, 1987).

Bi (2004), ao reavaliar o estudo de Yoda et al. (1963), ajustou um modelo estocástico de fronteira, contendo o gradiente de fertilidade do solo como variável independente e encontrou diferenças na interseção do modelo nos diferentes solos. No entanto, o autor encontrou um valor de potência do modelo, estatisticamente, igual ao modelo original da lei de autodesbaste.

Em seu trabalho, Zeide (1987) contestou a aplicação da lei de autodesbaste. Argumentou, principalmente, que o crescimento das copas das árvores é um processo dinâmico em que, com o envelhecimento dos indivíduos e aumento de suas copas, a morte desses exemplares acarretará em maior espaço aberto por ela no dossel, sendo menor a capacidade da árvore vizinha, também, em idade avançada, de retomar ao espaço deixado. Sendo assim, o autor conclui que a relação não pode ser constante e independente da idade.

Diferentemente da lei do autodesbaste, o índice de densidade de povoamento (*IDP*), proposto por Reineke (1933), foi elaborado, por meio de investigações em povoamentos florestais, sendo um dos pioneiros no estudo do tema. O autor, avaliando dados de inventário de povoamentos florestais de 14 espécies, sendo 13 coníferas, percebeu que a curva que representava a densidade máxima de plantas (*N*), para todos os diâmetros quadráticos médios (*Dg*) (2), era fortemente inclinada em menores *Dg*, suavizando a inclinação com o aumento da dimensão radial das plantas.

$$Dg = \sqrt{\frac{\sum DAP^2}{n}} \quad (2)$$

Em que, *DAP* é o diâmetro a 1,3 m de altura; *n* é o número de observações.

Em escala logarítmica, a relação N e Dg foi representada por uma linha reta com inclinação negativa, cujo valor é constante em qualquer situação, porém com intercepto variável para cada espécie (3).

$$N = k.Dg^{-1,6} \therefore Ln(N) = Ln(k) - 1,6.Ln(Dg) \quad (3)$$

Em que, N é o número de árvores por hectare; Dg é o diâmetro quadrático médio; Ln é o logaritmo natural; $-1,6^*$ é o valor constante da relação da máxima densidade; k é o parâmetro associado à espécie.

Desta forma, o IDP é uma medida de densidade baseada nos dois componentes da área basal – número de árvores por hectare e diâmetro quadrático médio (AVERY; BURKHART, 1994). Ainda, de acordo com Reineke (1933), o IDP consiste no número máximo de árvores, por unidade de área, quando o Dg do povoamento é igual a 10 polegadas ou, aproximadamente, 25 cm

(4). Ao definir o valor do IDP de uma determinada espécie de interesse, é possível utilizar essa informação, para determinar o valor correspondente da densidade, em cada povoamento, por meio da equação

(6), obtida ao isolar k (5) e substituí-lo em (4).

$$N = k.(Dg)^{-1,6} \therefore IDP = k.(25)^{-1,6} \quad (4)$$

$$k = IDP.(25)^{1,6} \quad (5)$$

$$IDP = N.\left(\frac{25}{Dg}\right)^{1,6} \quad (6)$$

* o valor original determinado por Reineke (1933) foi de -1,605, no entanto, este valor é frequentemente arredondado para -1,6 em publicações científicas recentes.

As vantagens da utilização do *IDP*, para descrever a densidade de um povoamento, são a simplicidade de sua determinação, a independência da idade e da capacidade produtiva, além de sua aplicabilidade (DEAN; BALDWIN JR., 1993; HARVEY; HOLZMAN; DAVIS, 2011; KUMAR; LONG; KUMAR, 1995).

Zeide (1987) afirmou que o modelo de Reineke é preferido ao de Yoda et al. (1963), em razão do fato da presença da variável altura no cálculo da biomassa, presente na lei de autodesbaste, influenciar, negativamente, a precisão do modelo em decorrência da baixa relação entre altura das plantas e o número de árvores por hectare. Río, Montero e Bravo (2001) acrescentam que o *Dg* consiste em uma variável mais facilmente obtida e mais precisa do que o volume ou a biomassa.

No entanto, há alguns anos sua utilização tem sido impugnada, principalmente, em função da não conformidade de alguns trabalhos com o valor da inclinação (-1,6), fixado por Reineke e, ainda, o questionamento a respeito da independência da idade e/ou capacidade produtiva do local para explicar a relação de *N* com *Dg* (PRETZSCH; BIBER, 2005; TANG et al., 1994; ZEIDE, 1995).

Outros autores questionam, também, que a relação logarítmica ($\ln(N) \sim \ln(Dg)$), por consistir em uma linha reta, não retrata a relação exponencial, naturalmente, existente entre essas variáveis (RÍO; MONTERO; BRAVO, 2001; ZEIDE, 1987).

De acordo com Zeide (1987), é possível identificar três partes distintas na curva em relação ao *IDP*: em povoamentos jovens, até o fechamento do dossel, a curva é côncava e passa abaixo da linha de máxima densidade; na fase intermediária de crescimento do povoamento, a curva acompanha a linha do *IDP*; e, por fim, em povoamentos velhos, a curva tende para baixo novamente da linha de densidade máxima do povoamento. Para melhorar a relação *N* e *Dg*, o

autor propôs a inclusão da variável altura total e de um parâmetro relacionando à distância entre o diâmetro a altura do peito (*DAP*) e a altura da base da copa (ZEIDE, 1995).

Em povoamentos, com baixa densidade inicial, por exemplo, Tang et al. (1994) relataram que a trajetória da linha de autodesbaste é diferente quando comparada a povoamentos com alta densidade inicial. Para melhorar o modelo, os autores acrescentaram ao valor de inclinação da linha de autodesbaste a relação entre o atual e máximo valor de *IDP*. Este modelo foi avaliado por Río, Montero e Bravo (2001) que ressaltaram a qualidade da predição do número de árvores em povoamentos remediados de *Pinus sylvestris*, localizados na Espanha, em que todas as parcelas permaneceram abaixo da linha máxima de densidade estimada pelo modelo de Reineke.

Em termos práticos, no entanto, os povoamentos equiâneos disponíveis para serem manejados encontram-se na porção intermediária da relação entre *N* e *Dg*, cujo comportamento se assemelha ao defendido por Reineke (1933). Em alguns trabalhos recentemente realizados (DEAN; BALDWIN JR., 1996; HARVEY; HOLZMAN; DAVIS, 2011; KEIM et al., 2010) foi utilizado o modelo proposto por Reineke (1933) em sua formulação original. Harvey, Holzman e Davis (2011), por exemplo, avaliando povoamentos de *Pinus muricata*, encontraram valor semelhante ao da inclinação da reta do modelo de Reineke (1933) (estatisticamente igual a -1,6).

2.2 Seleção de povoamentos estocados para estimativa do índice de densidade do povoamento

Um dos princípios que devem ser considerados na determinação do índice de densidade do povoamento está na seleção da base de dados para ajuste do modelo. Segundo Reineke (1933), os dados utilizados no ajuste do modelo (*N*

e *Dg*) devem ser provenientes de medições de povoamentos totalmente estocados. Dessa forma, o povoamento deve estar em competição máxima para que, por meio do ajuste, o valor da inclinação seja igual a -1,6, preconizado pelo autor.

Na prática, a disponibilidade de povoamentos florestais homogêneos e equiâneos, em máxima competição, principalmente, contendo medições provenientes de inventário florestal contínuo, semelhantes aos povoamentos avaliados por mais de 70 anos na Alemanha e publicados por Pretzsch e Biber (2005), consiste em uma das dificuldades para o estabelecimento do índice de densidade das espécies, principalmente, em condições tropicais. Além disso, a ocorrência de mortalidade por motivos alheios à competição libera espaço de crescimento, dificultando estabelecer a densidade máxima de uma determinada espécie.

Weller (1990) distinguiu dois tipos de linha limite de autodesbaste: estática e dinâmica. Apesar de o estudo considerar a lei de autodesbaste (YODA et al., 1963), sua teoria é aplicável ao modelo de Reineke. O limite estático está relacionado ao máximo possível de densidade suportado por determinada espécie e o limite dinâmico representa o máximo de determinado povoamento em estudo que, em muitas situações, é inferior ao limite estático daquela espécie. Um dos motivos para a diferença entre os limites dinâmico e estático é a mortalidade decorrente da competição ou não ocorrer antes do povoamento atingir a linha de densidade máxima (RÍO; MONTERO; BRAVO, 2001).

Atualmente não existe uma forma de seleção de povoamentos estocados que seja unânime entre os pesquisadores e essa seleção pode influenciar diretamente na determinação da linha de autodesbaste (BI; TURVEY, 1997). Río, Montero e Bravo (2001), por exemplo, selecionaram parcelas como provenientes de povoamentos estocados, ou em máxima competição, de *Pinus sylvestris* da seguinte maneira: excluindo do ajuste do *IDP* as parcelas que

apresentassem taxas de mortalidade maiores que 1%, referente à primeira medição de todas as amostras, ou aquelas em que fossem conhecidas a ocorrência de mortalidade por causas excepcionais, como por exemplo, uma nevasca.

No estudo desenvolvido por Harvey, Holzman e Davis (2011), em povoamentos de *Pinus muricata*, as parcelas selecionadas, para realização do ajuste da equação do *IDP*, foram aquelas onde não houve a ocorrência de mortalidade.

Dentre as formas de seleção de povoamentos estocados, está a determinação do valor da densidade relativa (*DR*) (7), obtido pela razão entre o número de indivíduos da *i-ésima* parcela (N_i) e o número máximo de plantas (N_{max}) dentre os povoamentos avaliados (DREW; FLEWELLING, 1979).

$$DR_i = N_i / N_{max} \quad (7)$$

Ao determinar a *DR* em cada unidade amostral, é preciso definir o valor mínimo para o qual o povoamento passe a ser enquadrado como totalmente estocado. Solomon e Zhang (2002) utilizaram uma *DR* igual a 0,7 que, segundo os autores, apesar de arbitrária, foi definida em razão do processo de autodesbaste sofrido pelos povoamentos com essa *DR* e a necessidade de um número suficiente de dados para ajuste do modelo. Zhang et al. (2005) selecionaram as parcelas cujo valor de *DR* foi superior ou igual a 0,85.

Outro método comumente utilizado é a seleção de parcelas, por meio da divisão de *N* ou *Dg*, em classes com determinada amplitude. Após a definição das classes, são selecionadas as parcelas com os maiores valores de *Dg* ou *N* e o número de parcelas selecionadas em cada classe é definido por critérios subjetivos, assim como o número de classes utilizadas.

Yang e Titus (2002) avaliaram o *IDP* estimado por meio de dados de parcelas permanentes provenientes de florestas heterogêneas do Canadá e selecionaram para o ajuste do modelo de Reineke as cinco unidades amostrais com maior valor de *Dg* para cada classe de *N*, com amplitude igual a 100 plantas por ha.

Este mesmo método foi empregado por Zhang et al. (2005). No entanto, somente uma unidade amostral, a de maior valor de *Dg*, foi selecionada. Estes autores sugerem que subdivisão em classes consiste no método manual de seleção de menor subjetividade. Bi e Turvey (1997) propuseram selecionar somente a parcela com maior valor em cada classe de *N*, recomendando maior número de classes possível, evitando a seleção de poucas parcelas, o que prejudicaria o ajuste da reta de autodesbaste.

Para determinar quais medições fariam parte do estudo do ajuste do modelo de Reineke, utilizando diferentes métodos de regressão, Vanderschaaf e Burkhart (2007) selecionaram somente os pares de dados $\ln(N)$ e $\ln(Dg)$ que formavam uma reta com inclinação, visualmente, próxima a -1,6. Dessa forma, os autores excluíram do ajuste as duas partes da base de dados que possuíam comportamentos côncavos, conforme descrito em Zeide (1995) e Río, Montero e Bravo (2001).

Para selecionar as parcelas em competição máxima em estudo sobre densidade do povoamento de *Pinus taeda*, Burkhart (2013) recorreu à tabela de produção normal da espécie, elaborada por meio da mensuração de parcelas em povoamentos naturais, completamente, estocados e publicados pelo serviço florestal dos Estados Unidos, em 1929. Considerando a tabela de volume, o autor considerou que seriam selecionadas como parcelas estocadas aquelas cujo índice de densidade fosse maior ou igual a 300 (em *N*/acre) ou 740 (em *N*/hectare).

Ainda são encontrados outros tipos de seleção de parcelas, como, por exemplo, o ajuste manual de uma reta, contendo somente os dois pontos representando as parcelas mais próximas ao limite dos dados (ZHANG et al., 2005) e seleção de uma porcentagem dos dados, determinado de forma empírica, em torno da reta com inclinação igual a -1,6 e intercepto determinado de forma visual (SENA, 2011).

2.3 Determinação do limite de densidade

Apesar de publicado há anos e, exaustivamente, discutidos e estudados, a lei de autodesbaste e o índice de densidade do povoamento, ainda, são objeto de pesquisas. Parte desses estudos não altera as características ou formulação dos modelos, mas propõem formas de ajustes distintas ao método clássico de mínimos quadrados ordinários (*MQO*), utilizando diferentes técnicas para melhor estimativa dos parâmetros do respectivos modelos. Vanderschaaf e Burkhart (2007), recentemente, avaliaram diversos métodos de ajuste do modelo de Reineke, dentre eles o modelo linear de efeito misto (*MLEM*), sugerido pelos autores para estimativa do *IDP*.

Alguns pesquisadores estão aplicando métodos já consagrados em outras áreas do conhecimento como o método de estimativa dos parâmetros da linha de densidade máxima, a exemplo da função de fronteira estocástica, amplamente, utilizada em econometria. Neste método considera-se a produção como um processo de transformação em que, com base em determinadas entradas, há a transformação num produto final, em que é possível observar a presença de um limite máximo de produção, considerando determinadas entradas (FARRELL, 1957 citado por BI, 2004). Este máximo pode ser representado por uma função de fronteira de produção que, em econometria, é conhecida como função de fronteira estocástica (AIGNER; LOVELL; SCHMIDT, 1977).

A função de fronteira estocástica envolve a decomposição do erro em dois componentes, um com distribuição normal e outro com distribuição unilateral (8).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + v_i + u_i \quad (8)$$

Em que Y e X são as variáveis dependente e independente, respectivamente; β_i é o parâmetro da equação; v_i e u_i são os componentes do erro, assumindo serem independentes e identicamente distribuídos (i.i.d), $v_i \sim N(0, \sigma^2)$ e $u_i \leq 0$ com distribuição assimétrica: i) meia-normal $u_i \sim |N(0, \sigma^2)|$; ii) distribuição exponencial $f(u) = 1/\theta \cdot \exp(u/\theta)$, com $\theta \geq 0$ e $u_i \leq 0$; iii) normal truncada (AIGNER; LOVELL; SCHMIDT, 1977).

O ajuste da fronteira estocástica, em estudos econômicos, tem sido empregado em trabalhos na área florestal objetivando estimar, com o mínimo de interferência manual e subjetiva, os limites existentes em algumas relações entre variáveis dendrométricas, principalmente, em relação à linha de densidade máxima presente na lei de autodesbaste (BI; WAN; TURVEY, 2000; BI, 2004; ZHANG et al., 2005).

Conforme discutido anteriormente, entre as dificuldades de se determinar a linha de máxima densidade em estudos que envolvem a lei de autodesbaste (YODA et al., 1963) ou do índice de densidade do povoamento (REINEKE, 1933), está a seleção de parcelas em competição elevada. Bi, Wan e Turvey (2000) reforçam, ainda, que, em muitos trabalhos, a seleção das parcelas ocorre de forma subjetiva o que pode afetar a estimativa dos parâmetros da equação de autodesbaste. Desta forma, estes autores defendem o uso do método de ajuste de fronteira estocástica para estimativa do limite de autodesbaste, como forma de evitar subjetividades da seleção de parcelas.

Zhang et al. (2005) avaliaram diferentes métodos de ajuste da linha máxima de densidade, utilizando toda base de dados disponível e subdivisões desta e concluíram que a função de fronteira estocástica foi eficaz na estimativa dos parâmetros da equação, quando se utilizou toda a base de dados, ou seja, dispensando a etapa, empírica de seleção de parcelas em competição.

2.4 Densidade de plantas, crescimento e desbaste

O crescimento de um povoamento florestal equiâneo pode ser representado por uma curva sigmoide, em que, inicialmente, em razão do amplo espaço e à disponibilidade de recursos, o crescimento ocorre de forma exponencial positiva até um determinado momento, em que ocorrem os primeiros sinais de competição e o crescimento passa a ser descrito por uma exponencial negativa (CLUTTER et al., 1983). Quando não há interferência por parte do manejador, a floresta continuará crescendo, com incrementos cada vez menores, até alcançar o ponto em que, para continuar seu crescimento, é necessário que ocorra mortalidade de alguns indivíduos.

Ao manejador não interessa que a competição atinja níveis de mortalidade de plantas, principalmente, em povoamentos sujeitos ao desbaste, em que a competição deve ser mantida em patamares adequados para evitar a perda significativa de incremento em volume. A intervenção na floresta, por meio do desbaste, proporciona uma nova condição do ambiente, afetando diretamente o desenvolvimento de cada indivíduo e, conseqüentemente, de todo o povoamento.

Em um povoamento desbastado, as vantagens da competição devem ser mantidas por um determinado período do crescimento da floresta, pois enquanto o amplo espaço entre árvores proporciona maior crescimento do indivíduo, também, pode acarretar em pior qualidade do fuste, em função da sua forma

cônica, à ação de ventos horizontais e à ampla copa, além da elevada produção de ramos laterais (HAWLEY; SMITH, 1972). A retirada de árvores de um povoamento, por meio do desbaste, dependendo da intensidade e das condições locais, pode deixar as árvores remanescentes mais vulneráveis às ações climatológicas, o que nos períodos subsequentes a essa prática causam mortalidade excessiva, resultando, assim, em perda da produtividade. Proporcionar o equilíbrio entre os benefícios e prejuízos do contato entre copas é o principal objetivo do desbaste.

Em um estudo realizado em povoamentos de *Eucalyptus nitens* submetido ao desbaste intenso (remoção de, aproximadamente, 85% das árvores), Medhurst, Beadle e Neilsen (2001) detectaram uma redução no crescimento em área basal, o que atribuíram aos danos causados pelo vento nos primeiros dois meses seguintes à intervenção.

A relação existente entre a densidade de um povoamento e seu crescimento pode ser utilizada na tomada de decisão em um manejo de desbaste, auxiliando na definição dos intervalos de densidades adequados para manutenção da ocupação do sítio e do crescimento. No entanto, a determinação do nível apropriado do estoque de crescimento, em determinado manejo do povoamento, é um processo complexo que envolve fatores biológicos, técnicos e econômicos (CASTEDO-DORADO et al., 2009).

A habilidade das plantas em translocar seus recursos para as partes em crescimento e, também, a capacidade de promover modificações que melhoram o aproveitamento dos recursos, como, por exemplo, a adaptação das folhas em realizar fotossíntese mesmo sombreadas, dificultam na definição de uma proporcionalidade direta entre a redução do incremento no crescimento e o aumento da densidade do povoamento (ZEIDE, 2004).

Tecnicamente, uma alternativa desenvolvida por alguns pesquisadores para determinar intervalos em que a intervenção do desbaste fosse realizada, de

forma a maximizar o incremento do povoamento, foi a associação da curva de crescimento com o índice de densidade do povoamento, expresso de forma relativa (IDP_R - %) ao crescimento do povoamento ou da árvore individual (KUMAR; LONG; KUMAR, 1995; LONG, 1985).

Esta relação permite transformar o índice de densidade do povoamento em prescrição de regimes de desbaste, baseado em um determinado objetivo, ao estabelecer um intervalo de densidade ideal em que um povoamento deve ser mantido. Neste intervalo de intervenção, existem limites superior e inferior correspondentes ao IDP_R para cada fase do crescimento da floresta.

Segundo Long (1985), o limite inferior da densidade de um povoamento deve ser escolhido de acordo com o objetivo do manejo, pois quanto menor esse limite (inferior a 35% do IDP), maior será o retorno em crescimento individual da árvore. Por outro lado, quando o remanescente de um desbaste permanece entre 35 e 45% do IDP , o potencial de incremento terá sua maior parte destinada ao volume do povoamento. É importante ressaltar que estes valores de IDP_R foram estabelecidos, considerando trabalhos em que se avaliou o crescimento de espécies coníferas, podendo, desta forma, variar para outras espécies e condições edafoclimáticas.

Assim, esses limites devem ser estabelecidos, com base no crescimento da floresta, de forma que o limite superior evite os efeitos lesivos da competição entre plantas, como a perda de produtividade em decorrência de mortalidade, a perda excessiva de copa, que compromete a resposta no crescimento às novas condições de luminosidade. Em suma, o limite inferior deve manter a adequada ocupação do sítio (LONG, 1985).

Outro aspecto que deve ser avaliado é o intervalo entre estes limites. A escolha de limites muito próximos (inferiores a 10%) acarretará em intervenções em intervalo de tempo curto, além da reduzida retirada de madeira para comercialização. Por outro lado, grandes retiradas provenientes dos desbastes

podem proporcionar redução do estoque de crescimento e da produtividade total, e, ainda, diminuir a resposta das árvores remanescentes após a intervenção (LONG, 1985).

Dean e Baldwin Jr. (1993) determinaram que os limites adequados para intervenção do desbaste em povoamentos de *Pinus taeda* L. estavam entre 30 e 45% do *IDP* da espécie. Estes autores sugerem, ainda, que o fechamento de copa seja utilizado como referência para estabelecer a ocupação adequada do sítio, em decorrência da competição pelos recursos de crescimento iniciar nesse momento.

Kumar, Long e Kumar (1995) determinaram o intervalo de densidade para o manejo de desbaste de teca (*Tectona grandis* L. f), quando a prioridade era a produção de postes, entre 35% e 60% do *IDP* da espécie. Quando o objetivo foi produção de toras, os autores mantiveram o intervalo de densidade entre 20% e 35% do *IDP*, pois nestas condições o crescimento individual seria priorizado, resultando em plantas com maiores dimensões.

A associação deste intervalo com as técnicas de projeção do crescimento, contendo informações de densidade, pode ser traduzida em prescrições de regimes de manejo da densidade para povoamentos com diferentes idades e qualidade de sítio (LONG, 1985). Este autor acrescenta, ainda, que: “o *IDP* representa um efetivo índice com o qual se traduz objetivos de estoque de crescimento em prescrições de manejo de densidade”.

2.5 Diagrama de manejo da densidade do povoamento

A prescrição dos desbastes, no decorrer da rotação de povoamentos equiâneos, consiste em uma decisão que envolve diferentes aspectos interrelacionados da floresta, como a densidade do povoamento, altura dominante e codominante, diâmetro quadrático médio e volume do povoamento. Existem diversos métodos utilizados para auxiliar o manejador na tomada de

decisão quanto à realização do desbaste, sendo comum a necessidade do conhecimento do crescimento da floresta por meio de medições do povoamento ao longo do tempo.

Uma técnica utilizada é conhecida como diagrama de manejo da densidade do povoamento (*DMDP*). O *DMDP* consiste em uma ferramenta útil, que facilita a visualização simultânea de diversas relações dendrométricas, pois as apresentam em um único gráfico. Comumente, os *DMDP* representam as interrelações entre Dg , N , volume por hectare (V), altura dominante-codominante média (Hdc) ou índice de sítio (S) e algum índice de densidade, como, por exemplo, o *IDP* de Reineke (1933) (DEAN; BALDWIN JR., 1993; DREW; FLEWELLING, 1979; KUMAR; LONG; KUMAR, 1995; NEWTON, 1997; VACCHIANO et al., 2008; VALBUENA; PESO; BRAVO, 2008).

Além dessas relações, existe a possibilidade de aumentar o número de informações disponíveis no diagrama, como foi realizado no trabalho de Castedo-Dorado et al. (2009). Estes autores incluíram a informação de estabilidade do povoamento, permitindo visualizar zonas de baixa, média e alta probabilidade de ocorrência de danos em virtude da ação de ventos ou neve relacionados, principalmente, com as dimensões das árvores e a densidade do povoamento.

REFERÊNCIAS

AIGNER, D.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. **Journal of Econometrics**, Amsterdam, v. 6, n.1, p. 21–37, July 1977.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PRODUTORES DE FLORESTAS PLANTADAS. **Anuário estatístico da ABRAF 2013 ano base 2012**. Brasília: ABRAF, 2013. 148 p.

AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1994. 408 p.

BI, H. Stochastic frontier analysis of a classic self-thinning experiment. **Austral Ecology**, Carlton, v. 29, n. 4, p. 408–417, Aug. 2004.

BI, H.; TURVEY, N. D. A method of selecting data points for fitting the maximum biomass-density line for stands undergoing self-thinning. **Australian Journal of Ecology**, Carlton, v. 22, n. 3, p. 356–359, Sep. 1997.

BI, H.; WAN, G.; TURVEY, N. D. Estimating the self-thinning boundary line as a density-dependent stochastic biomass frontier. **Ecology**, Tempe, v. 81, n. 6, p. 1477–1483, June 2000.

BURKHART, H. E. Comparison of maximum size – density relationships based on alternate stand attributes for predicting tree numbers and stand growth. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 289, n. 1, p. 404–408, Feb. 2013.

CASTEDO-DORADO, F. et al. Development of a stand density management diagram for radiata pine stands including assessment of stand stability. **Forestry**, Oxford, v. 82, n. 1, p. 1–16, 1 Jan. 2009.

CLUTTER, J. L. et al. **Timber management: a quantitative approach**. New York: J. Wiley, 1983. 333 p.

DEAN, T. J.; BALDWIN JR., V. C. Growth in loblolly pine plantations as a function of stand density and canopy properties. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 82, n. 1–3, p. 49–58, Apr. 1996.

DEAN, T. J.; BALDWIN JR., V. C. **Using a density-management diagram to develop thinnig schedules for loblolly pine plantations**. New Orleans: U.S. Department of Agriculture, Forest Experiment Station, 1993. 7 p.

DREW, T. J.; FLEWELLING, J. W. Stand density management - an alternative approach and its application to Douglas-fir plantations. **Forest Science**, Lawrence, v. 25, n. 3, p. 518–532, Sept. 1979.

FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS. **FAO yearbook**. Forest products 2008–2012. Rome, 2014. (FAO Forestry Series, 47, FAO Statistics Series, 203). Disponível em: <<http://www.fao.org/docrep/019/i3732m/i3732m.pdf>>. Acesso em: 7 jun. 2014.

HARRINGTON, T. B.; HARRINGTON, C. A.; DEBELL, D. S. Effects of planting spacing and site quality on 25-year growth and mortality relationships of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* var. *menziesii*). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 258, n. 1, p. 18–25, May 2009.

HARVEY, B. J.; HOLZMAN, B. A.; DAVIS, J. D. Spatial variability in stand structure and density-dependent mortality in newly established post-fire stands of a California closed-cone pine forest. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 262, n. 11, p. 2042–2051, Dec. 2011.

HAWLEY, R. C.; SMITH, D. M. **Silvicultura prática**. Barcelona: Omega, 1972. 544 p.

KEIM, R. F. et al. Stand Density Relationships in Baldcypress. **Forest Science**, Lawrence, v. 56, n. 4, p. 336–343, Aug. 2010.

KUMAR, B. M.; LONG, J. N.; KUMAR, P. A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular india. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 74, n. 1-3, p. 125–131, June 1995.

LONG, J. N. A practical approach to density management. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v. 61, n. 1, p. 23–27, Feb. 1985.

LONSDALE, W. M. The self-thinning rule: Dead or alive? **Ecology**, Tempe, v. 71, n. 4, p. 1373–1388, Aug. 1990.

MEDHURST, J. L.; BEADLE, C. L.; NEILSEN, W. A. Early-age and later-age thinning affects growth, dominance, and intraspecific competition in *Eucalyptus nitens* plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 31, n. 2, p. 187–197, Feb. 2001.

NEWTON, P. F. Stand density management diagrams: Review of their development and utility in stand-level management planning. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 98, n. 3, p. 251–265, Nov. 1997.

PRETZSCH, H.; BIBER, P. A re-evaluation of Reineke's rule and stand density index. **Forest Science**, Lawrence, v. 51, n. 4, p. 304–320, Aug. 2005.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 46, n. 7, p. 627-638, Apr. 1933.

RÍO, M. del; MONTERO, G.; BRAVO, F. Analysis of diameter–density relationships and self-thinning in non-thinned even-aged Scots pine stands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 142, n. 1-3, p. 79–87, Mar. 2001.

SENA, A. L. M. **Manejo da densidade e predição probabilística multivariada de múltiplos produtos em povoamentos florestais**. 2011. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

SOLOMON, D. S.; ZHANG, L. J. Maximum size-density relationships for mixed softwoods in the northeastern USA. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 155, n. 1-3, p. 163–170, Jan. 2002.

TANG, S. et al. A growth and self-thinning model for pure even-age stands: theory and applications. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 70, n. 1–3, p. 67–73, Dec. 1994.

TANG, S.; MENG, F.; MENG, C. H. The impact of initial stand density and site index on maximum stand density index and self-thinning index in a stand self-thinning model. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 75, n. 1-3, p. 61–68, July 1995.

- VACCHIANO, G. et al. A density management diagram for Scots pine (*Pinussylvestris* L.): A tool for assessing the forest's protective effect. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 255, n. 7, p. 2542–2554, 20 Apr. 2008.
- VALBUENA, P.; PESO, C.; BRAVO, F. Stand density management diagrams for two mediterranean pine species in eastern Spain. **Investigación Agraria: sistemas y recursos forestales**, Madrid, v. 17, n. 2, p. 97–104, 2008.
- VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Comparison of methods to estimate Reineke's maximum size-density relationship species boundary line slope. **Forest Science**, Lawrence, v. 53, n. 3, p. 435–442, June 2007.
- WELLER, D. E. A Reevaluation of the $-3/2$ Power Rule of Plant Self-Thinning. **Ecological Monographs**, Lawrence, v. 57, n. 1, p. 23–43, Mar. 1987.
- WELLER, D. E. Will the Real Self-Thinning Rule Please Stand Up? - A Reply to Osawa and Sugita. **Ecology**, Tempe, v. 71, n. 3, p. 1204–1207, June 1990.
- YANG, Y.; TITUS, S. J. Maximum size–density relationship for constraining individual tree mortality functions. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 168, n. 1-3, p. 259–273, Sept. 2002.
- YODA, K. et al. Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions. **Journal of Biology**, Osaka, v. 14, p. 107–129, 1963.
- ZEIDE, B. Analysis of the $3/2$ power law of self-thinning. **Forest Science**, Lawrence, v. 33, n. 2, p. 517–537, June 1987.
- ZEIDE, B. A relationship between size of trees and their number. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 72, n. 2-3, p. 265–272, Apr. 1995.
- ZEIDE, B. Optimal stand density: a solution. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 34, n. 4, p. 846–854, Apr. 2004.
- ZHANG, L. et al. A comparison of alternative methods for estimating the self-thinning boundary line. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 35, n. 6, p. 1507–1514, June 2005.

CAPÍTULO 2 Estimativa do índice de densidade para *Eucalyptus urophylla* utilizando diferentes métodos de ajustes e modelos

RESUMO

Apesar de publicado há anos e, exaustivamente, discutido e estudado, o índice de densidade do povoamento (*IDP*), ainda, é objeto de pesquisas. Parte destes trabalhos se concentra na forma de seleção de parcelas e em métodos de ajuste dos parâmetros do modelo de Reineke, visando aprimorar a definição do valor do *IDP* para o material genético avaliado. Ojetivou-se neste estudo estimar o valor do *IDP*, para *Eucalyptus urophylla*, utilizando o modelo de Reineke, ajustado pelo método de regressão linear (*RL*) e pela função de fronteira estocástica (*FFE*). Foi avaliado, também, o ajuste do modelo não linear assintótico (*RNL*). A base de dados, contendo os pares de dados número de fustes por hectare (*N*) e diâmetro quadrático médio (*Dg*), foi selecionada em três intensidades, contendo 60, 30 e 15 observações, sendo em cada uma delas realizados os ajustes pelos diferentes métodos e modelos. A estimativa pela *FFE* foi a mais consistente entre os métodos, variando o valor do *IDP* em apenas 15 plantas por hectare, entre as estimativas nas diferentes intensidades de seleção dos dados, contra 108, para *RL*, e 192, para *RNL*. O valor médio do *IDP* estimado pelo método *FFE* foi igual a 1209, o que corresponde ao número de indivíduos por hectare máximo que a espécie suporta para um *Dg* igual a 25 cm.

Palavras-chave: Índice de Reineke. Função de fronteira estocástica. Regressão não linear.

CHAPTER 2 Estimate of stand density index for *Eucalyptus urophylla* using different adjusting methods and models

ABSTRACT

Although reviews provided for years, approaching about the stand density index (SDI) of *Eucalyptus urophylla* tree plantation, this is still being the subject of researches. Some of these reviews are focused on forms of selection intensity of parcels, and methods of adjusting parameters of Reineke model, aiming to perfect definition of SDI value for the assessed genetic material. In this work, we aimed to estimate the SDI value for *Eucalyptus urophylla* using the Reineke model, adjusted using the linear regression method (LR), and stochastic frontier function (SFF). We also assessed the adjust of nonlinear asymptotic model (NL). The database containing pairs of number of trunks per hectare (N) and the mean squared diameter (Dg) was selected in three levels, namely of 60, 30 and 15 observations, on which were performed adjusts using different methods and models. The estimate using SFF was the most consistent. Beyond this, the SDI value varied only in 15 trees among different levels of data selection, and was less than 108 and 192 trees variations, respectively of LR and NL. The mean value of SDI estimated using the SFF method was equal to 1209, which corresponds to the maximum number of stems per hectare that the specie supports for a Dg equal to 25 centimetres.

Key-words: Reineke's stand density index. Stochastic frontier function. Nonlinear regression.

1 INTRODUÇÃO

A avaliação do comportamento das plantas em relação a sua densidade por unidade de área é objeto de estudo há décadas. O interesse em conhecer o crescimento das árvores e do povoamento, a dinâmica de copa, a mortalidade, dentre outros aspectos relacionados ao interesse do manejador, estão intensamente associados ao número de árvores e suas dimensões, especialmente em diâmetro.

Dentre alguns trabalhos neste sentido, destacaram-se a lei de autodesbaste (YODA et al., 1963), que avaliaram a relação entre a biomassa e o número de indivíduos por unidade de área e, também, o índice de densidade do povoamento (*IDP*), proposto por Reineke (1933), que se baseia na relação entre o número de árvores por unidade de área (*N*) e o diâmetro quadrático médio (*Dg*). Este autor observou que a forma da linha de máxima densidade, em povoamentos equiâneos de uma mesma espécie, independente da idade ou sítio, é essencialmente a mesma e, ainda, que entre diferentes espécies a inclinação da reta (considerando a base logarítmica) é igual a -1,6, diferenciando apenas no intercepto da reta, *k* (1).

$$\ln(N) = k - 1,6 \cdot \ln(Dg) \quad (1)$$

Ainda, de acordo com Reineke (1933), o *IDP* consiste no número máximo de árvores por unidade de área, quando o *Dg* do povoamento é igual a 10 polegadas ou, aproximadamente, 25 cm. Assim, ao isolar *k* e substituí-lo em (1) tem-se (2).

$$\ln(IDP) = k - 1,6 \ln(25) \therefore \ln(IDP) = \ln(N) + 1,6 \ln\left(\frac{Dg}{25}\right) \quad (2)$$

Desta forma, o *IDP* é uma medida de densidade baseada nos dois componentes da área basal – número de árvores por hectare e diâmetro quadrático médio (AVERY; BURKHART, 1994).

Desde a sua concepção, muitos pesquisadores se empenharam em validar ou aprimorar a estimativa do valor do *IDP* ou, ainda, em avaliar a independência de fatores como idade e capacidade produtiva na sua estimativa (BREDENKAMP; BURKHART, 1990; PRETZSCH; BIBER, 2005; TANG et al., 1994; ZEIDE, 1995). Outro aspecto abordado, quando se estima o valor do *IDP* de uma determinada espécie, é a característica da base de dados utilizada para esta finalidade.

Por se tratar de um limite máximo, em que a reta correspondente ao *IDP* está localizada sobre os dados na relação entre o *N* e o *Dg*, é recomendado o uso de unidades amostrais em elevada competição para realizar o ajuste do modelo de Reineke. No entanto, a seleção de parcelas em elevada competição não se trata de uma tarefa trivial, uma vez que existe subjetividade em definir quando um povoamento pode ser considerado próximo ao limite de máxima competição, em relação aos pares *N* e *Dg*.

Diversos métodos de seleção de parcelas foram utilizados em estudos envolvendo *IDP*, como, por exemplo, densidade relativa (DREW; FLEWELLING, 1979; MEYER et al., 2013; SOLOMON; ZHANG, 2002), subdivisão de *Dg* ou *N* em classes (YANG; TITUS, 2002; ZHANG; OLIVER; POWERS, 2005), início da ocorrência de mortalidade, quando existe disponibilidade de dados longitudinais (HARVEY; HOLZMAN; DAVIS, 2011; RÍO; MONTERO; BRAVO, 2001), dentre outros.

Outra vertente em pesquisas relacionadas ao estudo da densidade consiste no emprego de diferentes técnicas de ajuste na estimativa dos parâmetros dos modelos de densidade. A função de fronteira estocástica, utilizada há anos em econometria, foi avaliada em trabalhos envolvendo a estimativa dos parâmetros do modelo da lei de autodesbaste (BI; WAN; TURVEY, 2000; BI, 2004; ZHANG et al., 2005).

Este método, originalmente, foi desenvolvido para estimativa da função de produtividade, expressando a máxima produção para uma determinada entrada no processo produtivo, associado a um pacote tecnológico (AIGNER; LOVELL; SCHMIDT, 1977). O método tem a característica de estimar os parâmetros correspondentes à linha sobre a massa de dados por meio da decomposição do parâmetro erro em dois componentes. Esta característica dispensa a necessidade de intervenção manual após o ajuste, como é feito na determinação do *IDP* via regressão linear por meio de mínimos quadrados ordinários.

Em sua maioria, os estudos envolvendo *IDP* têm como predominante matéria prima as espécies do grupo das coníferas. No trabalho original de Reineke (1933), das 14 espécies avaliadas, somente uma, *Eucalyptus globulus*, pertencia ao grupo das folhosas. Esta tendência se mantém e, atualmente, ainda, há poucos estudos envolvendo a estimativa do *IDP* de espécies desse grupo. Algumas das exceções foram os trabalhos desenvolvidos por Kumar, Long e Kumar (1995), com a espécie *Tectona grandis*, e Bredenkamp e Burkhart (1990), com *Eucalyptus grandis*.

Objetivou-se neste trabalho determinar o limite de densidade em povoamentos de *Eucalyptus urophylla* incluindo seus híbridos naturais, por meio da estimativa do índice de densidade do povoamento, considerando diferentes métodos de ajuste (regressão linear e não linear; função de fronteira estocástica),

diferentes modelos (modelo de Reineke e modelo não linear assintótico), ajustados em três intensidades de seleção de parcelas.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Base de dados

Foram selecionadas diferentes bases de dados de inventário florestal, pertencentes a duas empresas distintas, com plantios localizados no oeste do estado de Goiás (Empresa A) e no sul da Bahia (Empresa B). Inicialmente, foram selecionadas informações de número de fustes por hectare (N), do diâmetro quadrático médio (Dg) e da idade do povoamento de cada unidade amostral. No total foram selecionadas 517 parcelas, referentes a uma única medição de povoamentos constituídos por *Eucalyptus urophylla* (incluindo seus híbridos naturais) (Tabela 1).

Tabela 1 Resumo dos dados de inventário em povoamentos formados por *Eucalyptus urophylla* (incluindo seus híbridos naturais), por empresa

Variável	Empresa A – 269 parcelas			Empresa B – 248 parcelas		
	Media	Mínimo	Máximo	Media	Mínimo	Máximo
N	1375	673	3753	1209	528	1709
Dg	13,36	7,99	19,14	17,85	11,68	23,38
Idade	5,70	2,5	9,0	9,36	6,33	11,33

A necessidade de agrupar as bases de dados ocorreu por causa do caráter complementar existente entre elas, enquanto as informações da Empresa A continham características de florestas com elevado número de fustes por hectare e pequeno Dg , lado esquerdo da relação N e Dg . Os dados disponibilizados pela Empresa B continham informações de parcelas com reduzido valor de N e elevado Dg , contemplando a extremidade direita desta relação.

2.2 Seleção de parcelas em competição

A preparação dos dados, para o ajuste dos modelos de *IDP*, iniciou-se com a seleção de parcelas em situação de elevada competição. Para isso, utilizou-se o método de subdivisão das parcelas em classes de *Dg*, com amplitude igual a 1 cm. O menor e maior valor central das classes de *Dg* foi igual a 8,5 e 22,5 cm. Em seguida, as parcelas com maior número de fustes por hectare em cada uma das classes de *Dg* foram selecionadas em três intensidades, sendo: Seleção 1 (S1) correspondeu às quatro parcelas de maior *N* para cada uma das 15 classes de *Dg*, reunindo 60 parcelas; Seleção 2 (S2) consistiu nas duas parcelas com maior *N* de cada classe, perfazendo 30 parcelas selecionadas; Seleção 3 (S3), apenas a parcela de maior *N*, totalizando 15 unidades amostrais selecionadas. Desta forma, foram agrupados três subconjuntos da base de dados geral e, em cada um deles, foi realizado o ajuste dos modelos de *IDP*.

2.3 Determinação do valor do índice de densidade do povoamento

Para determinação do índice de densidade do povoamento (*IDP*) foi avaliado o modelo de Reineke (3) (REINEKE, 1933), ajustado pela regressão linear clássica e pelo método de função de fronteira estocástica, além do modelo não linear assintótico (4) (PINHEIRO; BATES, 2000).

$$\ln(N_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Dg_i) + \varepsilon_i \quad (3)$$

$$N_i = \theta_1 + (\theta_2 - \theta_1) \cdot \exp(-\exp(\theta_3) \cdot Dg_i) + \varepsilon_i \quad (4)$$

Em que \ln = logaritmo neperiano; N = número de fustes por hectare; Dg = diâmetro quadrático médio (cm); β e θ são parâmetros da equação; ε_i é o erro aleatório associado à estimativa da *i-ésima* parcela.

O ajuste do modelo de Reineke pela regressão clássica foi realizado, utilizando o método de mínimos quadrados ordinários, que proporciona o ajuste da linha média da dispersão dos dados. Neste método, para estabelecer o *IDP* máximo da espécie, foi preciso intervir, manualmente, no ajuste, pois a reta ajustada corresponde à média das parcelas em competição e não ao limite superior a elas.

Para isso, o valor do intercepto ajustado pela regressão foi alterado de maneira que a reta passasse pela parcela de maior densidade, considerando o par de dados N e Dg (5).

$$\beta_{IDP} = \ln(N_{pi}) - \beta_1 \cdot \ln(Dg_{pi}) \quad (5)$$

Em que, β_{IDP} = parâmetro de interseção modificado, referente ao máximo *IDP*; β_1 = parâmetro referente à inclinação da reta ajustada; N_{pi} e Dg_{pi} = valores de N e Dg correspondentes aos da parcela de maior densidade, que acarretou em maior valor de β_{IDP} .

O outro método de ajuste do modelo de Reineke foi realizado pela análise de fronteira estocástica. Este método dispensa a intervenção manual para determinação do parâmetro intercepto da reta de máxima competição, pois os parâmetros são ajustados de forma que a reta passe no limite superior aos dados (6).

$$\ln(N_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(Dg_i) + \varepsilon_i \quad (6)$$

O termo erro (ε_i) é composto por duas variáveis aleatórias, $\varepsilon_i = v_i + u_i$ e ambos são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d) em relação aos dados. O componente v assume distribuição normal, com média zero e variância constante, $N(0, \sigma^2)$, e está relacionado ao erro do efeito aleatório. Enquanto o

segundo componente do erro (u) satisfaz a condição de $u_i \leq 0$ e, em econometria, está relacionado à eficiência técnica e econômica e tem distribuição assimétrica (AIGNER; LOVELL; SCHMIDT, 1977).

Para determinação do *IDP* do material genético em estudo, foi considerado, para cada ajuste nas diferentes bases de dados selecionadas (S1, S2 e S3), o *Dg* igual a 25 cm, sendo: (7) para regressão clássica; (8) para análise de fronteira estocástica e (9) para o modelo não linear assintótico, que, assim como a análise de fronteira estocástica, não teve seus parâmetros alterados manualmente.

A razão pela qual os valores dos parâmetros do modelo assintótico (4) não foram modificados, para passar sobre os dados, conforme foi feito na regressão linear, está no fato da alteração nos parâmetros de forma que passe na parcela de maior densidade. E, ainda, seja garantido o paralelismo entre as curvas, estimada e alterada, não corresponderam à curva imediatamente acima dos dados, como no modelo linear.

$$IDP = \exp(\beta_{IDP}) \cdot 25^{\beta_1} \quad (7)$$

$$IDP = \exp(\beta_0) \cdot 25^{\beta_1} \quad (8)$$

$$IDP = \theta_1 + (\theta_2 - \theta_1) \exp(-\exp(\theta_3) \cdot 25) \quad (9)$$

O ajuste do modelo não linear assintótico foi realizado, utilizando a função *nls*, incluindo a função “*self-start*” (*SSasymp*) para determinação dos valores iniciais dos parâmetros, enquanto a regressão linear e a função de fronteira estocástica foram ajustadas, utilizando as funções *lm* e *frontier*, respectivamente, todas contidas no *software* R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013).

2.4 Avaliação da qualidade do ajuste

Considerando a diferença de métodos utilizados nos ajustes dos modelos, estes não foram comparados entre si quanto à qualidade do ajuste. Em comum, cada ajuste foi avaliado em relação à significância dos parâmetros. Aos métodos de regressão, linear e não linear, acrescentou-se à avaliação do ajuste o cálculo do erro padrão residual (S_{yx}) (10) também, em porcentagem (11).

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad (10)$$

$$S_{yx} (\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{y}} \times 100 \quad (11)$$

Em que y é o valor observado de N ; \hat{y}_i é o valor estimado de N ; n é o número de observações; p é o número de parâmetros da equação; \bar{y} é o valor médio observado de N .

Os parâmetros relativos à inclinação da reta do modelo de Reineke, estimados por meio da regressão linear clássica, foram comparados entre as diferentes seleções de base de dados e, também, em relação ao valor -1,6, determinado por Reineke (1933), por meio da determinação do coeficiente de intervalo (12).

$$\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{QMe}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \leq \beta_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{QMe}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (12)$$

Em que, $\hat{\beta}_1$ é o valor estimado do parâmetro inclinação; QMe é o quadrado médio do erro; n é o número de observações; t valor de referência para α por cento de significância em $n-2$ graus de liberdade; \bar{x} é o valor médio observado de Dg .

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao avaliar a dispersão dos dados na relação entre o número de fustes por hectare (N) e o diâmetro quadrático médio (Dg) foi possível notar a presença de maior número de dados, agrupando os dados das duas empresas, entre N igual a 1000 e 1600 e Dg entre 13 e 18 cm. Isto ocorre em decorrência dos espaçamentos comumente empregados em plantios do gênero *Eucalyptus* no Brasil, que correspondem a esse intervalo de números de plantas por hectare, como, por exemplo, 3,0 x 3,0 m, 3,0 x 2,0 m e, também, a maior concentração de plantios com idades entre três e sete anos. A presença de parcelas com elevado N corresponde aos plantios adensados e/ou em regime de talhadia, com dois, três ou mais fustes por cepa. Enquanto as parcelas com elevado Dg representam povoamentos com idade acima de oito anos de idade, sem ocorrência de desbastes.

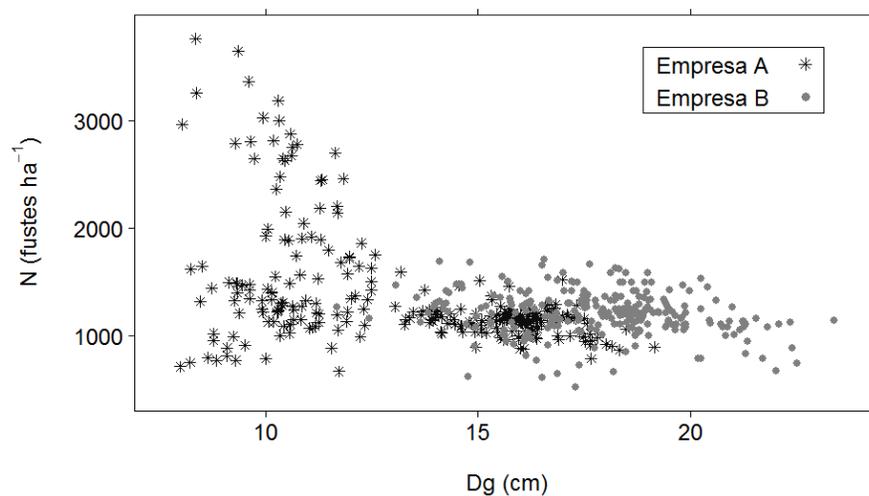


Figura 1 Relação entre o número de fustes por hectare (N) e o diâmetro quadrático médio (Dg) em povoamentos de *Eucalyptus urophylla*

Na distribuição de frequência de Dg , totalizando 15 classes, foi possível observar a presença de maior número de parcelas na classe de 16,5 cm, seguido da classe 18,5 e 15,5 cm (Figura 2).

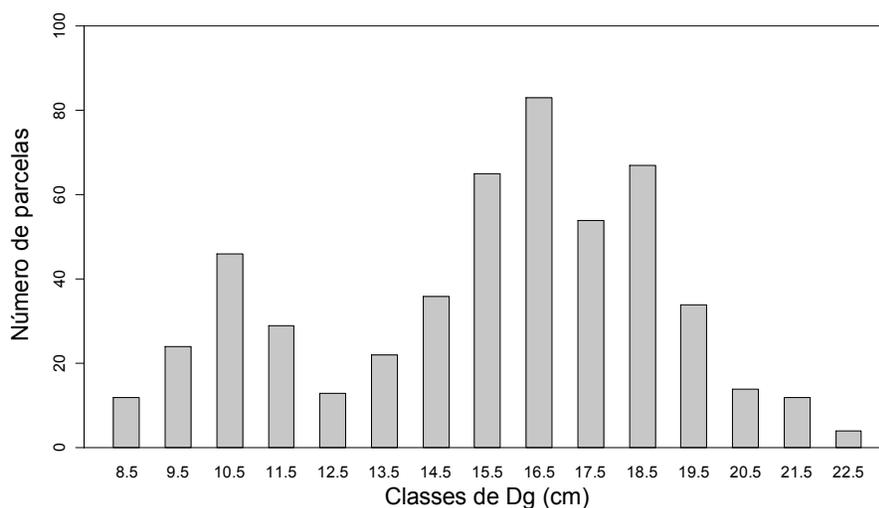


Figura 2 Distribuição de frequência das parcelas por classe de diâmetro quadrático médio

Ao selecionar 4 (S1), 2 (S2) e 1 (S3) parcelas com maior N , em cada uma dessas classes, as relações entre N e Dg estão representadas na Figura 3, além da relação contendo toda a base de dados.

Conforme descrito por Reineke (1933), foi observada a presença de um limite superior de densidade na relação entre N e Dg , com comportamento exponencial negativo, com muitos indivíduos por hectare em menores valores de Dg , ocorrendo redução de N a cada incremento de Dg . Esta redução em N é, fortemente, inclinada próxima ao limite de densidade, em valores entre 3500 e 2000 fustes por ha e Dg próximo a 10 cm, reduzindo a taxa de decréscimo em menores densidades de fustes ha^{-1} e Dg entre 15 e 20 cm.

A seleção de menor intensidade, S3, representou de forma pontual, para cada classe de Dg , o limite superior da massa de dados, enquanto a S2 acrescentou mais uma informação por classe de Dg , permitindo maior continuidade dos dados para cada variação em Dg . Na S1 foi possível notar a presença de parcelas que estão abaixo do limite máximo de densidade, ou seja, representativas de povoamentos subestocados. De forma mais notável, a presença de uma parcela selecionada com N aproximado de 1500 e Dg inferior a 10 cm (Figura 3).

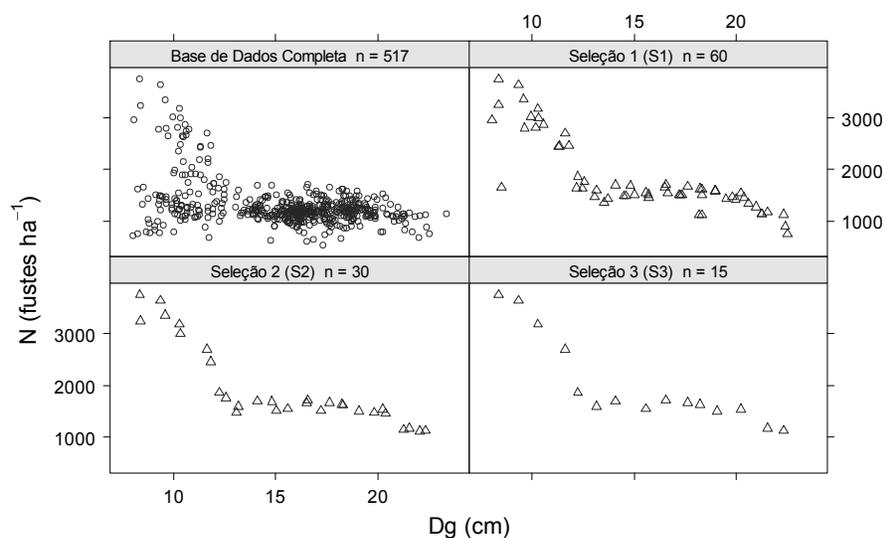


Figura 3 Relação entre o número de fustes por ha e diâmetro quadrático médio de toda base de dados e após a seleção de 4 (S1), 2 (S2) ou 1 (S3) parcelas por classe de diâmetro

Os parâmetros do modelo de Reineke, ajustados por meio da regressão linear clássica (mínimos quadrados ordinários), foram significativos ($p < 0,001$) e os valores de β_1 foram estatisticamente diferentes de -1,6, no entanto, não

diferiram entre si, por meio do intervalo de confiança ($p < 0,05$), nos ajustes para as três seleções de parcelas (Tabela 2).

Tabela 2 Estimativas dos parâmetros do modelo de Reineke, para cada conjunto de dados selecionados, utilizando a regressão linear clássica como método de ajuste

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	Valor t	² Pr ($> t $)
S1: S_{yx} (%) = 2,45 IDP = 1315				
β_0 (⁴ β_{IDP})	10,24 (10,5155)	0,2177	47,04	<0,001
β_1	-1,0357	0,0804	-12,88	<0,001
S2: S_{yx} (%) = 1,90 IDP = 1226				
β_0 (β_{IDP})	10,49 (10,6742)	0,23873	43,94	<0,001
β_1	-1,10671	0,08817	-12,55	<0,001
S3: S_{yx} (%) = 1,92 IDP = 1207				
β_0 (β_{IDP})	10,61 (10,7789)	0,3382	31,389	<0,001
β_1	-1,1441	0,1250	-9,153	<0,001

¹ Erro Padrão; ² probabilidade; ³ Erro Padrão Residual; ⁴ valor modificado do parâmetro interseção.

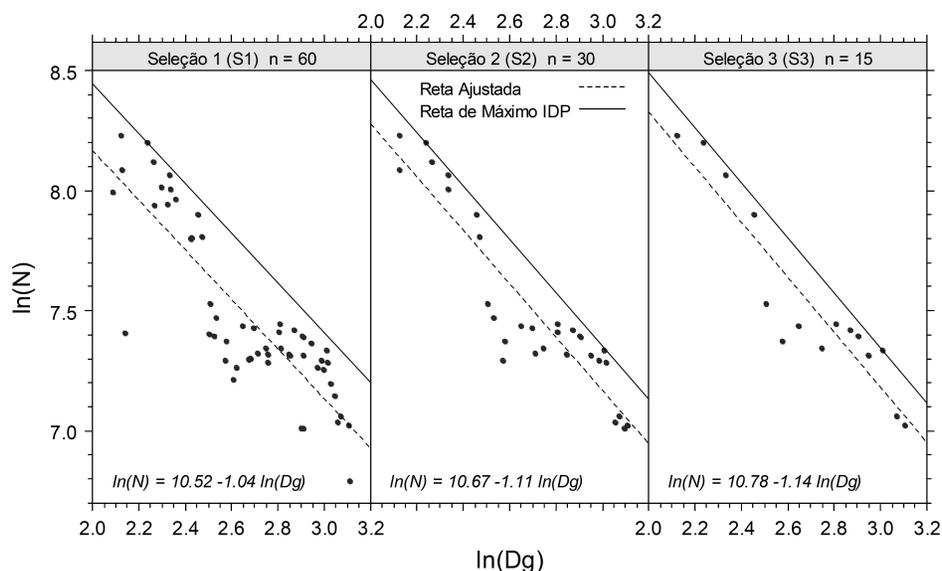


Figura 4 Retas de ajuste da regressão linear e de *IDP*, após a alteração do parâmetro interseção, para cada seleção de parcelas (S1, S2 e S3)

Apesar de iguais, estatisticamente, a diferença numérica entre os parâmetros estimados alteraram o comportamento das retas ajustadas (Figura 4) e, conseqüentemente, os valores de *IDP* de forma proporcional ao número de parcelas selecionadas, sendo iguais a 1315 (S1), 1226 (S2) e 1207 (S3) (Tabela 2).

Os valores decrescentes de *IDP* entre S1 e S3 foram em razão da estimativa crescente do parâmetro β_0 e decrescente do β_1 do modelo, sendo mais notável na S1, pois nesta seleção era notória a presença de parcelas subestocadas, o que proporcionou a variação total de 108 fustes ha^{-1} na estimativa do *IDP* entre os subgrupos de dados.

A influência do número de parcelas selecionadas na estimativa do *IDP*, utilizando o método de regressão dos mínimos quadrados ordinários, é esperada em virtude da característica inerente ao método, que objetiva minimizar a soma de quadrado dos erros. Assim, a presença de dados mais dispersos proporciona

alterações nos parâmetros para satisfazer tal objetivo. Neste trabalho, nota-se que a presença de parcelas subestocadas, principalmente em S1 (Figura 3), influenciou nos valores dos parâmetros β_0 e β_1 e, conseqüentemente, de *IDP*.

Para o ajuste do modelo de Reineke, utilizando a função de fronteira estocástica (Figura 5), os parâmetros β_0 e β_1 foram significativos ($p < 0,001$) e, numericamente, muito próximos entre si, para as três seleções de parcelas (Tabela 3). Esta proximidade entre os valores dos parâmetros estimados refletiu de forma semelhante entre os valores de *IDP* que variaram em apenas 15 fustes ha^{-1} , sendo iguais a 1199 (S1), 1214 (S2) e 1210 (S3).

Este comportamento é vantajoso nesta situação, pois evita que a subjetiva e, possivelmente equivocada, seleção de parcelas altere, significativamente, o valor do índice de densidade estimado para o material genético avaliado.

Tabela 3 Estimativas dos parâmetros do modelo de Reineke, para cada conjunto de dados selecionados, utilizando o método da função de fronteira estocástica

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	Valor z	² Pr (> z)
S1:IDP = 1199				
β_0	10,7029	0,0877	122,004	<0,001
β_1	-1,1227	0,0318	-35,211	<0,001
S2:IDP = 1214				
β_0	10,7138	0,1165	91,9090	<0,001
β_1	-1,1222	0,0438	-25,5661	<0,001
S3:IDP = 1213				
β_0	10,7136	0,8321	12,8739	<0,001
β_1	-1,1222	0,3089	-3,6325	<0,001

¹ Erro Padrão; ² probabilidade

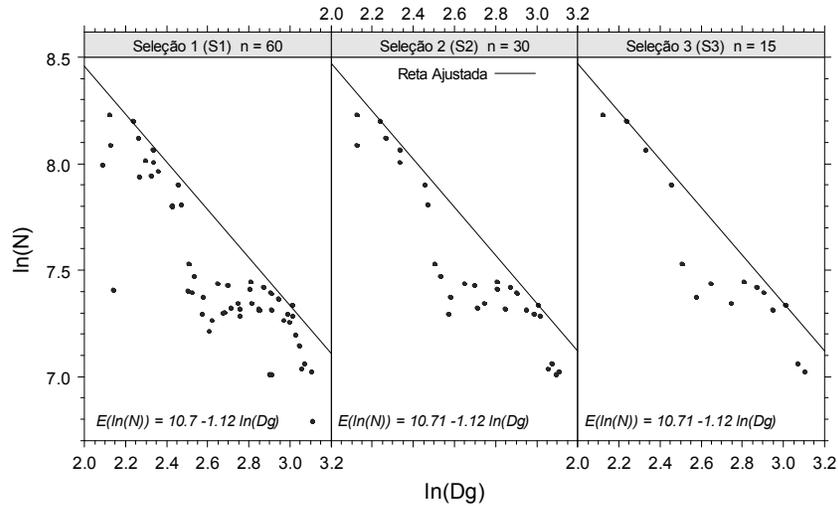


Figura 5 Reta de máximo *IDP* estimada pela função de fronteira estocástica para cada seleção de parcelas (S1, S2 e S3)

Os parâmetros do modelo não linear assintótico (Tabela 4), utilizado para estimar o *IDP*, foram significativos ($p < 0,01$) e, de forma análoga à regressão linear, foram, numericamente, afetados pela seleção das parcelas (Figura 6). A alteração numérica dos parâmetros proporcionou na maior variação do *IDP* estimado dentre os métodos avaliados, igual a $149 \text{ fustes ha}^{-1}$.

Tabela 4 Estimativas dos parâmetros do modelo não linear assintótico, para cada conjunto de dados selecionados

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	Valor t	² Pr (> t)
S1: ³S_{yx} (%) = 19,71 IDP = 1123				
θ_1	1022,7998	201,2867	5,081	<0,001
θ_2	11754,1248	3997,5752	2,940	<0,01
θ_3	-1,6774	0,2498	-6,715	<0,001
S2: S_{yx} (%) = 13,69 IDP = 1240				
θ_1	1198,1416	136,1630	8,799	<0,001
θ_2	21806,7738	7831,2762	2,785	<0,01
θ_3	-1,3950	0,1817	-7,676	<0,001
S3: S_{yx} (%) = 13,15 IDP = 1272				
θ_1	1237,5659	176,4245	7,015	<0,001
θ_2	26176,9030	12812,7835	2,043	<0,01
θ_3	-1,3355	0,2304	-5,795	<0,001

¹ Erro Padrão; ² probabilidade; ³Erro Padrão Residual

Quando o valor de *IDP* estimado pelas diferentes metodologias de ajuste foi comparado em cada intensidade de seleção da base de dados, observou-se maior proximidade em S2, com variação de 26 fustes por hectare, seguido da S3, com variação de 75, e S1, em que a diferença entre o menor e maior *IDP* estimado pelos diferentes métodos chegou a 192.

Em média, em relação aos métodos de ajuste utilizados, o valor do *IDP* foi igual a 1249, para regressão linear clássica, a 1211 para a regressão não linear e a 1209 para a função de fronteira estocástica. Quando à intensidade de seleção é considerada, o *IDP* médio foi igual a 1212 (S1), 1226 (S2) e 1230 (S3). Apesar da proximidade entre os valores médios do *IDP* estimados em cada método de ajuste, a função de fronteira estocástica foi mais consistente, quando comparado aos demais, por causa da menor variação entre os valores dos parâmetros e, conseqüentemente, nos valores do *IDP* estimados entre as diferentes intensidades de seleção das parcelas.

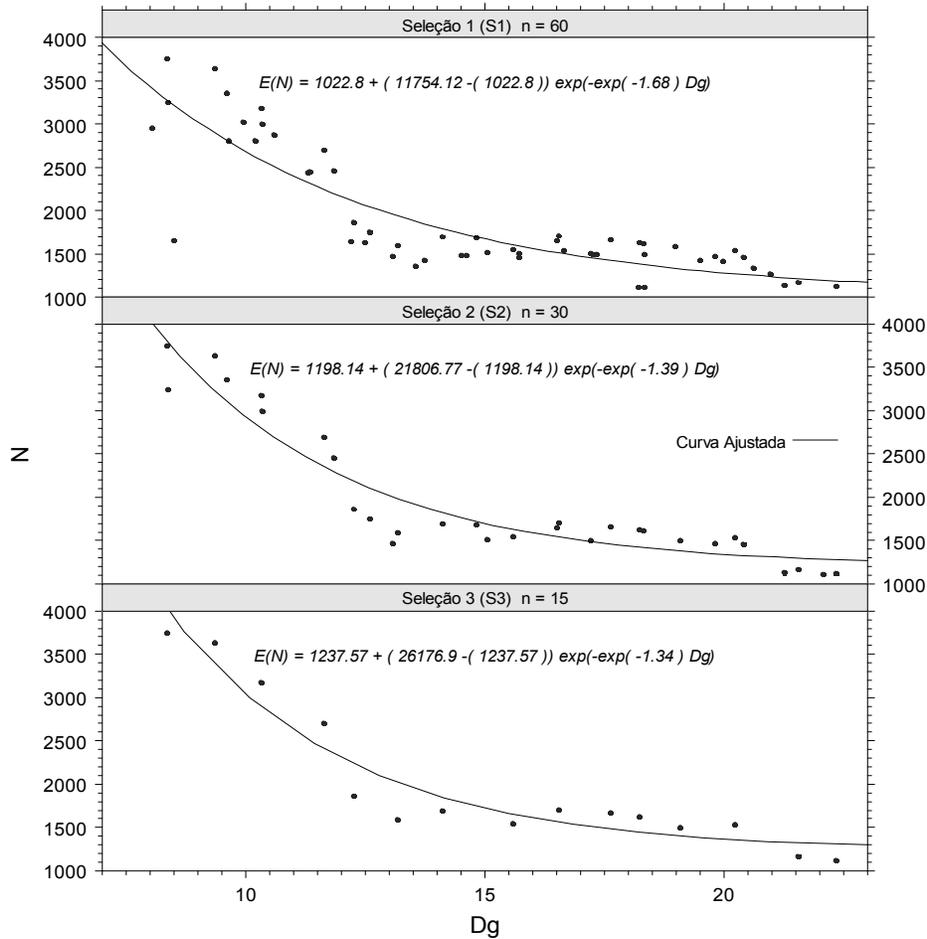


Figura 6 Curva ajustada do modelo não linear assintótico para cada seleção de parcelas (S1, S2 e S3)

O valor de *IDP* médio estimado pela função de fronteira estocástica (1209) foi próximo ao encontrado por Reineke (1933) para povoamentos de *Eucalyptus globulus*, aproximadamente igual a 1210. Este valor foi, aproximadamente, a metade do máximo encontrado por Reineke, correspondente a duas espécies do gênero *Abies* e dentre os cinco menores valores de *IDP* dentre as espécies avaliadas em seu trabalho. O autor alertou para o fato dos dados

utilizados para estimar o *IDP* de *E. globulus* serem provenientes de povoamento com pouca idade e com amplo espaçamento, acarretando em um valor reduzido do índice. No entanto, a espécie de eucalipto foi a única que não pertencia ao grupo das coníferas naquele estudo, o que, também, poderia justificar o menor valor de *IDP*, pois trata-se de uma espécie de rápido crescimento e, possivelmente, suporta menor densidade que aquelas de crescimento moderado ou lento.

Keim et al. (2010), também, encontraram o *IDP* igual a 1200 para *Taxodium distichum*, que, apesar de ser uma conífera, tem um crescimento relativamente rápido. No desenvolvimento de um diagrama de manejo da densidade do povoamento para teca (*Tectona grandis*), espécie de crescimento rápido, Kumar, Long e Kumar (1995) encontraram o valor de 1200 para *IDP*. Estes autores, no entanto, permaneceram com o valor do expoente do modelo de Reineke (forma não linear) igual a -1,6, conforme formulação original.

Dentre as espécies com valores de *IDP* maiores ao encontrado neste trabalho estão aquelas nativas de regiões subtropicais ou temperadas, como, por exemplo, 1470 para *Pseudotsuga menziesii*, 2050 para *Abies concolor* e *Ponderosa pine*, 2470 para *Sequoia sempervirens* (DEAN; BALDWIN JR., 1996).

Os valores estimados para a inclinação da reta foram diferentes daquele preconizado no modelo original de Reineke (-1,6) para os dois métodos de ajuste utilizados. Esta diferença pode ocorrer em virtude das características da base de dados que continha valores de *Dg* inferiores aos 25 cm estabelecidos como referência do modelo original.

O valor de inclinação estimado pelo método de função de fronteira estocástica, -1,12, foi maior que o valor médio encontrado por Bredenkamp e Burkhart (1990), -2,51, para *Eucalyptus grandis*. Estes autores contestaram, ainda, a independência da idade para estabelecer o valor da inclinação e do

intercepto do modelo de Reineke, decompondo seus valores em função da idade do povoamento.

Vanderschaaf e Burkhart (2007) avaliaram a linha de densidade máxima em dados provenientes de povoamentos de *Pinus taeda*, utilizando dois métodos de ajuste do modelo linear de Reineke, mínimos quadrados ordinários e modelo linear de efeitos mistos, em diferentes intensidades de seleção de parcelas. Os autores encontraram valores de inclinação da reta (-1,7265 a -1,6720) próximos ao do modelo de Reineke, quando foi utilizado modelo linear de efeitos mistos, o que não aconteceu quando utilizaram o método de mínimos quadrados ordinários (-1,03 a -2,12).

Harvey, Holzman e Davis (2011) listaram diversos trabalhos que encontraram diferentes valores da inclinação do modelo de Reineke para espécies do gênero *Pinus* que variaram entre - 1,301 e - 1,844.

O valor da inclinação no ajuste não linear do modelo assintótico foi o que mais aproximou do estabelecido por Reineke, principalmente, na S1, quando foi igual a -1,6774. Uma das vantagens de se utilizar modelos não lineares é a interpretação dos parâmetros que alguns modelos proporcionam. No modelo utilizado, o parâmetro θ_1 corresponde à assíntota horizontal inferior, cujo valor remete ao número de fustes ha^{-1} quando Dg tende a infinito; θ_2 está associado à assíntota vertical, sem importância prática, pois está relacionado ao Dg tendendo a zero; e o parâmetro θ_3 que corresponde ao logaritmo da taxa de decréscimo em N , em função do aumento de Dg (SENA, 2011).

Desta forma, os valores estimados para o parâmetro θ_1 , iguais a 1023, 1198 e 1237, nos diferentes subgrupos, foram próximos aos do *IDP*, 1123, 1240 e 1272, respectivamente. Isto significaria que valores maiores que 25 cm de Dg , por exemplo, poderiam corresponder a povoamentos com densidades próximas a 1100 fustes ha^{-1} . No entanto, este valor de densidade é improvável em valores de

Dg elevados, não sendo, portanto, recomendado este tipo de interpretação deste parâmetro para a finalidade deste estudo.

Objetiva-se em pesquisas desta natureza estimar de forma consistente o valor de IDP , pois este índice pode ser utilizado como parâmetro em tomadas de decisões do manejador, principalmente, em manejo da densidade. A diferença entre os valores do parâmetro de inclinação encontrado nos ajustes realizados e o valor definido por Reineke é comum em outros trabalhos. No entanto, o valor do IDP foi semelhante à de outras espécies de crescimento rápido, incluindo a encontrada para *E. globulus* no trabalho original de Reineke (1933).

Ao avaliar a expressão que calcula o IDP (13) é possível perceber sua semelhança com a qual se calcula a área basal do povoamento (G) (14). Desenvolvendo as duas expressões, percebe-se que essas são constituídas pelas variáveis N e Dg , multiplicadas a uma constante (q e q') e, ainda, que o valor da inclinação da reta do índice de Reineke é, numericamente, próximo ao do índice quadrático associado ao Dg , no cálculo de G (15). Desta forma, pela equação original de Reineke, independente do valor de q , o valor do IDP estimado para determinada espécie será sempre estritamente relacionado ao G do povoamento (Figura 7A).

$$IDP = N \left(\frac{Dg}{25} \right)^{1,6} \therefore IDP = NDg^{1,6} \left(\frac{1}{25^{1,6}} \right) \quad (13)$$

$$IDP = NDg^{1,6} \left(\frac{1}{25^{1,6}} \right) \therefore G = NDg^2 \left(\frac{\pi}{40000} \right) \quad (14)$$

$$IDP = NDg^{1,6} q \therefore G = NDg^2 q' \quad (15)$$

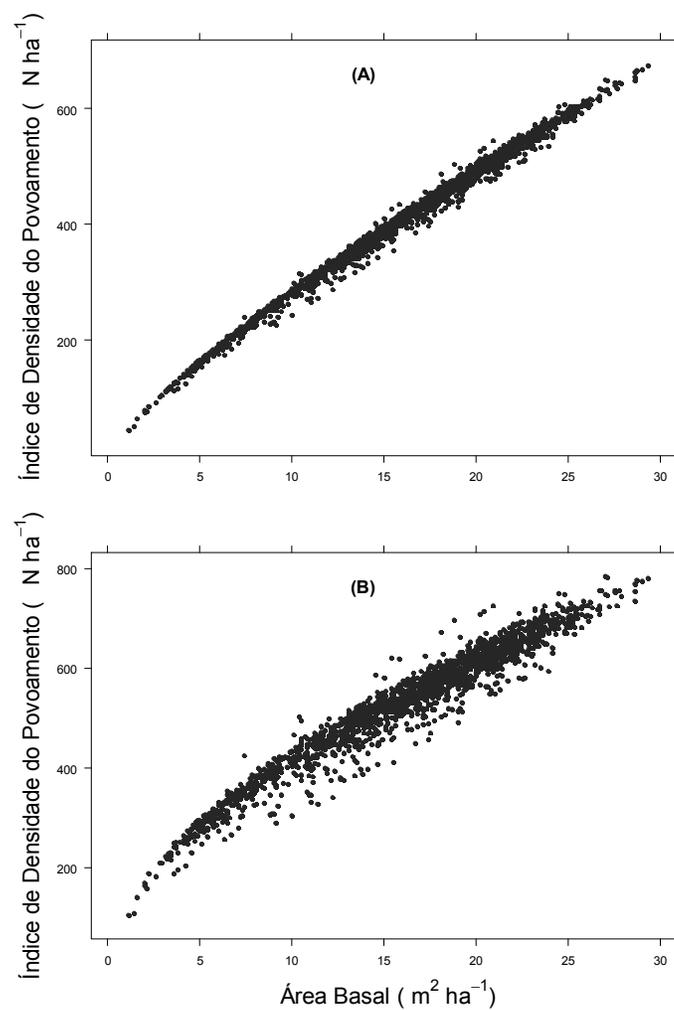


Figura 7 Relação entre o índice de densidade do povoamento (*IDP*) e a área basal do povoamento de cada unidade amostral utilizando o valor da inclinação de Reineke (-1,6) **(A)** e o valor médio calculado pelo método de fronteira estocástica (-1,12) **(B)** para o cálculo do *IDP*

Por outro lado, ao relacionar o *IDP* calculado, utilizando o valor do parâmetro inclinação, estimado pelo método de fronteira estocástica (-1,12), com o valor de *G* do povoamento, foi possível observar maior dispersão dos dados

(Figura 7B). Esta maior dispersão ocorreu em função do valor estimado da inclinação ser, além de diferente do encontrado por Reineke, ainda, mais distante do expoente dois, utilizado para o cálculo de G .

Assim, quando o valor estimado para o parâmetro inclinação diverge de -1,6, preconizado por Reineke, principalmente, no sentido contrário ao valor igual a -2,0, pode acarretar em divergência em relação à interpretação dos valores de IDP calculado para o povoamento. Isso ocorre, pois para o cálculo dos valores relativos do índice de máxima competição (quando apresentados em porcentagem do IDP), o valor de q não é utilizado de forma direta, sendo o valor da inclinação fundamental para determinação do valor relativo (16).

$$IDP_R (\%) = \frac{N \left(\frac{Dg}{25} \right)^{1,6}}{IDP} \times 100 \quad (16)$$

Este valor corresponde à densidade relativa à máxima competição de uma determinada espécie, sendo, normalmente, associado ao crescimento do povoamento para prescrição de desbastes. Portanto, a alteração no valor da inclinação afetará toda a interpretação e utilização deste valor, principalmente, na comparação com outros trabalhos que utilizam o valor da inclinação original do modelo de Reineke.

4 CONCLUSÕES

A intensidade de seleção de parcelas altera os valores estimados dos parâmetros e do índice de densidade do povoamento, quando utilizados os métodos de regressão linear e não linear.

O método de ajuste função de fronteira estocástica é consistente na estimativa do limite de densidade mesmo em diferentes intensidades de seleção da base de dados.

O modelo não linear assintótico descreve a relação entre o número de plantas e o diâmetro quadrático médio, sem necessidade de transformação dos dados. No entanto, para finalidade de estimativa do índice de densidade do povoamento, a interpretação dos valores dos parâmetros não é aplicável. Além disso, o valor do índice de densidade do povoamento estimado não corresponde ao máximo, pois a alteração da curva ajustada, para que passe sobre os dados, não se aplica ao modelo ajustado.

O valor do índice de densidade do povoamento de 1209, estimado pela função de fronteira estocástica, é equivalente ao de outras espécies de crescimento rápido, incluindo a espécie do mesmo gênero, *E. globulus*.

REFERÊNCIAS

AIGNER, D.; LOVELL, C. A. K.; SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. **Journal of Econometrics**, Amsterdam, v. 6, n.1, p. 21–37, July 1977.

AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1994. 408 p.

BI, H. Stochastic frontier analysis of a classic self-thinning experiment. **Austral Ecology**, Carlton, v. 29, n. 4, p. 408–417, Aug. 2004.

BI, H.; WAN, G.; TURVEY, N. D. Estimating the self-thinning boundary line as a density-dependent stochastic biomass frontier. **Ecology**, Tempe, v. 81, n. 6, p. 1477–1483, June 2000.

BREDENKAMP, B. V.; BURKHART, H. E. An examination of spacing indices for *Eucalyptus grandis*. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 20, n. 12, p. 1909–1916, Dec. 1990.

DEAN, T. J.; BALDWIN JR., V. C. The relationship between Reineke's stand-density index and physical stem mechanics. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 81, n. 1-3, p. 25–34, Feb. 1996.

DREW, T. J.; FLEWELLING, J. W. Stand density management - an alternative approach and its application to Douglas-fir plantations. **Forest Science**, Lawrence, v. 25, n. 3, p. 518–532, Sep. 1979.

HARVEY, B. J.; HOLZMAN, B. A.; DAVIS, J. D. Spatial variability in stand structure and density-dependent mortality in newly established post-fire stands of a California closed-cone pine forest. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 262, n. 11, p. 2042–2051, Dec. 2011.

KEIM, R. F. et al. Stand Density Relationships in Baldcypress. **Forest Science**, Lawrence, v. 56, n. 4, p. 336–343, Aug. 2010.

KUMAR, B. M.; LONG, J. N.; KUMAR, P. A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular india. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 74, n. 1-3, p. 125–131, June 1995.

MEYER, E. A. et al. Ajuste do modelo de reineke para estimativa da linha de máxima densidade na floresta estacional decidual no Rio Grande do Sul. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 37, n. 4, p. 669–678, jul./ago.2013.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. New York: Springer-Verlag, 2000. 528 p.

PRETZSCH, H.; BIBER, P. A re-evaluation of Reineke's rule and stand density index. **Forest Science**, Lawrence , v. 51, n. 4, p. 304–320, Aug. 2005.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2013. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 20 mar. 2014.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 46, n. 7, p. 627-638, Apr. 1933.

RÍO, M. del; MONTERO, G.; BRAVO, F. Analysis of diameter–density relationships and self-thinning in non-thinned even-aged Scots pine stands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 142, n. 1-3, p. 79–87, Mar. 2001.

SENA, A. L. M. **Manejo da densidade e predição probabilística multivariada de múltiplos produtos em povoamentos florestais**. 2011. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

SOLOMON, D. S.; ZHANG, L. J. Maximum size-density relationships for mixed softwoods in the northeastern USA. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 155, n. 1-3, p. 163–170, Jan. 2002.

TANG, S. et al. A growth and self-thinning model for pure even-age stands: theory and applications. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 70, n. 1–3, p. 67–73, Dec. 1994.

VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Comparison of methods to estimate Reineke's maximum size-density relationship species boundary line slope. **Forest Science**, Lawrence, v. 53, n. 3, p. 435–442, June 2007.

YANG, Y.; TITUS, S. J. Maximum size–density relationship for constraining individual tree mortality functions. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 168, n. 1-3, p. 259–273, Sept. 2002.

YODA, K. et al. Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions. **Journal of Biology**, Osaka, v. 14, n. 1, p. 107–129, 1963.

ZEIDE, B. A relationship between size of trees and their number. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 72, n. 2-3, p. 265–272, Apr. 1995.

ZHANG, J. W.; OLIVER, W.; POWERS, R. Long-term effects of thinning and fertilization on growth of red fir in northeastern California. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 35, n. 6, p. 1285–1293, June 2005.

ZHANG, L. et al. A comparison of alternative methods for estimating the self-thinning boundary line. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 35, n. 6, p. 1507–1514, June 2005.

CAPÍTULO 3 Diagrama de manejo da densidade de povoamentos de eucalipto

RESUMO

A condução de um povoamento florestal, com objetivo de uso intensivo, requer constante intervenção na floresta. A prática do desbaste consiste em uma intervenção fundamental neste contexto, ao proporcionar a regulação do espaço de crescimento, evitando perdas em crescimento ou mortalidade em virtude da competição. Uma ferramenta de auxílio na tomada de decisão quanto à prática do desbaste é o diagrama de manejo da densidade do povoamento que considera um intervalo de manejo relacionado a algum índice de densidade. Objetivou-se neste trabalho determinar as relações existentes entre o crescimento em volume e o índice de densidade do povoamento relativo (IDP_R) para estabelecer o intervalo de densidade de manejo do desbaste e elaborar um diagrama de manejo da densidade do povoamento. Foram utilizados dados de inventário florestal contínuo, provenientes de povoamentos clonais de *Eucalyptus urophylla*, implantados em Minas Gerais, com pelo menos cinco medições sucessivas. Para definição do intervalo de densidade adequado à manutenção do povoamento, foi utilizado o método da derivativa do modelo logístico. O limite máximo correspondeu ao ponto de inflexão da curva sigmoide, em que o incremento em volume é máximo, e o mínimo correspondeu ao início da fase decrescente da taxa de incremento em volume, indicado pela segunda derivada do modelo. O intervalo calculado correspondeu à variação de 11% do IDP_R . No entanto, os valores de máximo e mínimo do IDP_R variaram, de acordo com o sítio, sendo no máximo 38% (melhor sítio) e no mínimo 22% (pior sítio) do IDP_R . A diferença de limites entre os sítios proporcionou estimativas distintas em relação ao número de plantas e volume removidos em cada desbaste na simulação realizada, além de influenciar na idade de intervenção desta prática silvicultural.

Palavras-chave: Índice de Reineke. Ajuste simultâneo. Desbaste.

CHAPTER 3 Stand density management diagram for *Eucalyptus stands*

ABSTRACT

The management of forestland for intensive use requires constant stand operations. The practice of thinning consists in an essential intervention in providing space for growth, avoiding losses in growth or mortality due to competition. A helping tool in taking a decision about the thinning practice is the stand density management diagram which considers a period of management related to some stand density index. In this study, we aimed to establish existing relations between volume growth and the relative stand density index (SDI%) to establish the range of density of thinning management, and to develop a stand density management diagram. We used data obtained from the continuous forest inventory of clonal tree plantations of *Eucalyptus urophylla* of the State of Minas Gerais, with at least five successive measurements. For establishing the range of suitable density, for tree plantation maintenance, we used the method of derivative of the logistic model. The maximum limit of density corresponded to the inflection point of the sigmoidal curve, wherein the increase in volume is maximal. The minimum, however, corresponded to the beginning of decrease stage of the rate of increase of volume, indicated by the second derivative of the model. The obtained interval corresponded to variation of around 11% SDI%. According to the site index, however, the maximum and minimum SDI% values varied, wherein the maximum was around 38% in the best site index, and the minimum was around 22% in the worst site index. Therefore, difference between these two extreme values afforded distinct estimates in relation to quantity of trees and removed volumes in each simulated thinning, besides influencing the plant age for silvicultural practice of thinning.

Key-words: Reineke's stand density index. Simultaneous adjusting. Thinning.

1 INTRODUÇÃO

A competição pelos recursos de crescimento em uma floresta pode alcançar determinada intensidade que passa a comprometer o crescimento e o vigor de todas as árvores do povoamento, principalmente, daquelas suprimidas. A remoção de alguns indivíduos passa a ser necessária para evitar que a sua permanência cause a mortalidade por influência direta e indireta da competição entre as árvores, visando favorecer o crescimento das plantas de interesse (MAKINEN; ISOMAKI, 2004; ZHANG; OLIVER; POWERS, 2005). Neste sentido, a prática do desbaste pode proporcionar a regulação da distribuição do espaço de crescimento, ao extrair do povoamento o excesso de árvores, favorecendo o potencial de crescimento entre as remanescentes, após cada intervenção (HE; BARCLAY, 2000).

Na prática, o desbaste objetiva manter o povoamento dentro de um intervalo de densidade em que sejam mantidos os benefícios e evitados os prejuízos da competição. Por causa da complexidade desta prática, diferentes métodos foram desenvolvidos para auxiliar a tomada de decisão quanto ao desbaste. Num desses, denominado de diagrama de manejo da densidade, considera-se a relação existente entre a densidade de um povoamento e seu crescimento como base para tomada de decisão em um manejo de desbaste. Basicamente, o diagrama possibilita ao manejador visualizar em um único gráfico as interrelações entre densidade do povoamento, altura dominante e codominante média, volume e algum índice de densidade como, por exemplo, o índice de densidade do povoamento (*IDP*) (REINEKE, 1933).

A utilização do diagrama está vinculada à determinação de um intervalo de densidade, expresso em porcentagem do *IDP*, adequado à manutenção do povoamento a cada intervenção de desbaste. A escolha dos limites de densidade deve conciliar o máximo crescimento da árvore individual e do povoamento,

porém aspectos como o objetivo do plantio, as características da floresta e a qualidade da madeira devem ser considerados.

Em relação ao intervalo de densidade, quando o limite inferior de *IDP*, em termo relativo, for abaixo de 25%, o volume de madeira extraído por árvore tende a ser reduzido, o que pode afetar sua comercialização, sobretudo para o primeiro desbaste. Por outro lado, em *IDP* relativo acima de 55%, a resposta em crescimento das plantas remanescentes, após o desbaste, pode ser prejudicada em razão do excesso de competição em que foram submetidas, acarretando em perda excessiva de área foliar, consequência do sombreamento e senescência da parte basal da copa (LONG, 1985). Segundo esse autor, o crescimento da árvore individual é máximo quando *IDP* encontra-se entre 25 e 35%, enquanto o máximo crescimento, em volume do povoamento, ocorre entre *IDP* de 35 e 50%.

Definido o intervalo de densidade adequado, a utilização do diagrama permite, ainda, estimar as idades de ocorrência de cada desbaste por meio da regressão entre a variável idade do povoamento e altura dominante e codominante média, presente no diagrama de densidade.

Neste capítulo, objetivou-se determinar as relações existentes entre o crescimento em volume e o índice de densidade do povoamento relativo para estabelecer o intervalo de densidade para o manejo do desbaste e elaborar um diagrama de manejo da densidade para povoamentos de eucalipto. Utilizou a relação entre produtividade em volume, número de plantas por hectare, diâmetro quadrático médio, índice de Reineke e altura média das árvores dominantes e codominantes.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Base de dados

Foram utilizados dados, por parcela, de inventário florestal contínuo, realizado entre os anos de 2005 e 2013, provenientes de povoamentos clonais de *Eucalyptus urophylla* (incluindo seus híbridos naturais), localizados na região central do estado de Minas Gerais. No total, foram 1921 observações, divididas em 345 unidades amostrais com, no mínimo, cinco medições cada (Tabela 1).

Tabela 1 Resumo dos dados de inventário florestal contínuo utilizados

Variável	Media	Desvio	Mínimo	Máximo
N (fustes ha ⁻¹)	1020	116	500	1613
Dg (cm)	14,0	2,75	4,3	20,0
\bar{ht} (m)	21,77	6,41	4,70	34,20
Hdc (m)	23,17	6,9	5,60	36,90
$Idade$ (anos)	4,78	-	1,03	10,86
G (m ² ha ⁻¹)	16,17	5,60	1,10	29,30
V (m ³ ha ⁻¹)	184,04	100,1	3,07	481,43

N = número de fustes por hectare; Dg = diâmetro quadrático médio; \bar{ht} = altura total média; Hdc = altura dominante e codominante média (equivalente a 100 árvores mais altas por hectare); G = área basal; V = volume.

2.2 Índice de densidade do povoamento – IDP

Para cada unidade amostral foi calculado o valor relativo da densidade, que correspondeu ao valor percentual do IDP para o material genético avaliado, mantendo o valor da inclinação em -1,6 do modelo original de Reineke (1933). Mediante a escassez de referências do IDP para *Eucalyptus urophylla*, será adotado o valor igual a 1209 – número de indivíduos por hectare máximo para

um Dg igual a 25 cm, estabelecido no capítulo anterior e semelhante ao de outra espécie deste gênero (*E. globulus*) (REINEKE, 1933). Desta forma, o valor do IDP em cada parcela foi calculado conforme (1) e de forma percentual por (2).

$$IDP_i = N_i \left(\frac{Dg_i}{25} \right)^{1,6} \quad (1)$$

$$IDP_{Ri} (\%) = \frac{IDP_i}{1209} \times 100 \quad (2)$$

Em que, IDP_i e IDP_R são os valores relativos do índice de densidade do povoamento da i -ésima parcela na forma absoluta e percentual; IDP , N e Dg foram definidos anteriormente.

2.3 Classificação da capacidade produtiva

Em razão da presença de dados remeidos ao longo do tempo, a classificação de sítio foi realizada, por meio do método da diferença algébrica, descrito em Clutter et al. (1983). O modelo ajustado foi o não linear assintótico (3) (PINHEIRO; BATES, 2000).

$$Hdc_{ki} = \theta_1 + (\theta_2 - \theta_1) \exp(-\exp(\theta_3) I_{ki}) + \varepsilon_i \quad (3)$$

Em que, Hdc_{ki} é a altura dominante e codominante média (m) no k -ésimo período ($k=1,2$) da i -ésima parcela; θ são os parâmetros do modelo; I é a idade do povoamento, em anos; ε é o erro aleatório.

No método da diferença algébrica, considerando o modelo assintótico, assume-se que, para os pares $Idade_1/Hdc1$ e $Idade_2/Hdc2$, existe um único valor

para θ_l (parâmetro assíntota) (4), possibilitando a igualdade entre as equações (5).

A estimativa dos parâmetros em (5) foi realizada pelo método não linear generalizado utilizando a função *gnls* do pacote nlme do software estatístico R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013).

$$\theta_1 = (-Hdc_1 + \exp(-\exp(\theta_3) * I_1) * \theta_2) / (-1 + \exp(-\exp(\theta_3) * I_1)) \quad (4)$$

$$\theta_1 = (-Hdc_2 + \exp(-\exp(\theta_3) * I_2) * \theta_2) / (-1 + \exp(-\exp(\theta_3) * I_2))$$

$$Hdc_{2i} = - \frac{(-Hdc_{1i} + \exp(-\exp(\theta_3).I_1).\theta_2).(-1 + \exp(-\exp(\theta_3).I_2))}{(-1 + \exp(-\exp(\theta_3).I_1))} + \exp(-\exp(\theta_3).I_2).\theta_2 + \varepsilon_i \quad (5)$$

A qualidade do ajuste foi avaliada, por meio da significância dos parâmetros, do erro padrão residual (6), pelos gráficos de distribuição dos resíduos e da relação entre *Hdc* observada e estimada.

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad S_{yx} (\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{y}} \times 100 \quad (6)$$

Em que, y é o valor observado; \hat{y}_i é o valor estimado; n é o número de observações; p é o número de parâmetros da equação; \bar{y} é o valor médio observado.

Após o ajuste, o valor do índice de sítio foi definido como a altura dominante e codominante média na idade igual a sete anos (7).

$$S = - \frac{(-Hdc_{1i} + \exp(-\exp(\theta_3).I_1).\theta_2).(-1 + \exp(-\exp(\theta_3).I_{Ref}))}{(-1 + \exp(-\exp(\theta_3).I_1))} + \exp(-\exp(\theta_3).I_{Ref}).\theta_2 \quad (7)$$

Em que, S é o índice de sítio; I_{Ref} é a idade de referência, igual a sete anos.

Por fim, foram geradas as curvas anamórficas, correspondentes ao limite de cada classe de sítio, estabelecidas com amplitude igual a 3,0 metros.

2.4 Relação entre crescimento volumétrico e densidade do povoamento

Para descrever a relação entre o volume do povoamento ($m^3 ha^{-1}$) e sua densidade, expressa em IDP_R (%), foi utilizado o modelo logístico (8) (PINHEIRO; BATES, 2000).

$$V_i = \frac{\beta_1}{1 + \exp\left[\frac{(\beta_2 - IDP_{Ri})}{\beta_3}\right]} + \varepsilon_i \quad (8)$$

Em que, V_i é o volume em $m^3 ha^{-1}$; IDP_{Ri} é o índice de densidade do povoamento relativo, em %; β_k são os parâmetros estimados e ε_i é o erro associado à estimativa da observação da i -ésima parcela.

O ajuste do modelo logístico foi avaliado em duas situações, na sua forma original e após a adição da variável sítio (S) como covariante, decompondo os parâmetros do modelo (9). O método de ajuste, utilizado em ambas as situações, foi o não linear generalizado, contemplando a modelagem da variância e da autocorrelação, agrupadas em cada classe de sítio.

$$V_i = \frac{\beta_{10} + \beta_{11}S}{1 + \exp\left[\frac{((\beta_{20} - \beta_{21}S) - IDP_{Ri})}{\beta_{30} + \beta_{31}S}\right]} \varepsilon \quad (9)$$

A inserção da modelagem da variância foi realizada com base na inclusão das classes padrões de variância (*varPower*) e de correlação (*corARI*), integrantes da função *gnls* (PINHEIRO; BATES, 2000), no *software* R. A variável sítio foi utilizada na estratificação dos parâmetros de variância e como variável de agrupamento da estrutura de autocorrelação. O uso desta técnica, em modelagem de dados florestais, está descrita em detalhes em Calegario et al. (2005).

Após a verificação da significância dos parâmetros, os modelos, antes e após a adição da variável sítio como covariante, foram avaliados quanto à qualidade do ajuste do mesmo modo que no subitem anterior, além dos critérios de informação de Akaike (CIA) (10) e Bayesiano (CIB) (11):

$$CIA = -2Ln(mv) + 2p \quad (10)$$

$$CIB = -2Ln(mv) + pLn(n) \quad (11)$$

Em que, Ln é o logaritmo neperiano; mv é o valor da máxima verossimilhança; p é o número de parâmetros do modelo; n é o número total de observações.

Para avaliação quanto à significância da diferença de qualidade de ajuste entre os modelos, foi realizado o teste da razão da máxima verossimilhança (TRMV) (12), utilizando a função *anova* do pacote *nlme* do *software* R. Este teste, sob a hipótese de nulidade $mv_2 = mv_1$, possui uma distribuição χ^2 , com $p_2 - p_1$ graus de liberdade (PINHEIRO; BATES, 2000).

$$TRMV = -2 \left[\ln(mv_2) - \ln(mv) \right] \quad (12)$$

Em relação às estatísticas apresentadas anteriormente, a escolha do melhor modelo ajustado foi aquele que apresentou o menor valor calculado para $S_{y,x}$, CIA e CIB e maior valor de mv .

2.5 Definição do intervalo de densidade para manejo do desbaste

A definição do intervalo adequado de densidade para manutenção do povoamento, visando ao manejo de desbastes, ocorreu por meio do método da avaliação do incremento em volume. A função logística possui o ponto de inflexão expresso pelo parâmetro β_2 (8), cujo valor corresponde ao IDP_R em que o incremento em volume é máximo, sendo assim, este foi o IDP_R definido como o limite superior da densidade para a realização do desbaste.

Para definir o limite superior do intervalo de densidade foi utilizado o método da derivativa. A resultante da primeira derivativa do modelo logístico é a função do incremento corrente em volume do povoamento para cada variação em IDP_R , denominada de $f'(x)$.

A função $f'(x)$, a exemplo do modelo logístico, também, possui ponto de inflexão, um antes e outro após o ponto de máximo, que corresponde ao momento em que o valor da tangente aos pontos subsequentes na função passa de crescente para decrescente, até chegar ao ponto crítico, onde é igual a zero, passando à negativa em seguida (Figura 1). Este ponto de inflexão em $f'(x)$ foi determinado, também, via derivativa, ou seja, $f''(x)$, e definido como limite inferior da densidade.

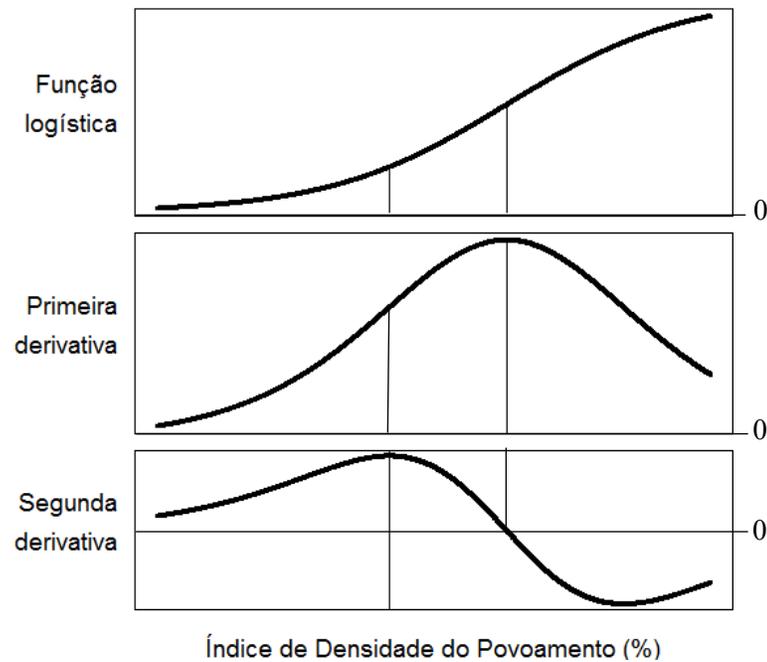


Figura 1 Representação do comportamento da função logística, sua primeira e segunda derivativa

2.6 Diagrama de manejo da densidade do povoamento - DMDP

O passo inicial para construção do diagrama de manejo da densidade do povoamento (*DMDP*) foi o ajuste simultâneo das Equações (13), (14) e (15). Estas três equações formam um sistema em que seus parâmetros são ajustados simultaneamente. As variáveis que compõem as equações do sistema podem ser classificadas como endógenas, quando a variável ocorre do lado esquerdo da igualdade em uma equação e do lado direito da igualdade em outra, e exógenas, quando a variável é definida de forma independente do sistema de equações, aparecendo somente de lado direito da igualdade.

$$\text{Ln}(Hdc_i) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{Idade_i} + \varepsilon_i \quad (13)$$

$$\text{Ln}(Dg_i) = \beta_2 + \beta_3 \text{Ln}(N_i) + \beta_4 \text{Ln}(Hdc_i) + \varepsilon_i \quad (14)$$

$$\text{Ln}(V_i) = \beta_5 + \beta_6 \text{Ln}(N_i) + \beta_7 \text{Ln}(Dg_i) + \varepsilon_i \quad (15)$$

Em que, Ln é o logaritmo neperiano; Hdc é a altura média das árvores dominantes-codominantes (m); V é o volume, em $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$; Dg é o diâmetro quadrático médio (cm); N é o número de fustes por ha; β_k são os parâmetros de regressão; ε é o erro aleatório.

O ajuste simultâneo de um sistema de equações é recomendado como método de estimativa consistente dos parâmetros quando existe correlação entre os erros da estimativa de uma variável dependente ou endógena (Y_1) de uma equação, com os erros da estimativa de outra variável dependente (Y_2) numa segunda equação. Quando tal fato ocorre, o ajuste pelo método dos mínimos quadrados ordinários (*MQO*) não é recomendado, pois a pressuposição de independência não seria atendida, ocasionando em estimativas inconsistentes.

O método simultâneo de ajuste utilizado foi o de mínimos quadrados em dois estágios (*MQ2E*), adequado a este sistema recursivo de equações, em que as variáveis endógenas aparecem no lado direito das equações do sistema de forma sequencial, ou seja, somente após aparecer como variável dependente em uma equação anterior (BORDERS, 1989). Neste caso, não existem variáveis endógenas na primeira equação do sistema (13), sendo empregado, portanto, o *MQO* no ajuste. Na equação seguinte (14) utilizam-se os valores estimados pela equação (13), em vez dos valores observados de $\text{Ln}(Hdc)$ e, assim, sucessivamente (BORDERS, 1989).

Neste trabalho, $\text{Ln}(N)$ e $1/idade$ são as variáveis exógenas, as demais variáveis, $\text{Ln}(Hdc)$, $\text{Ln}(V)$ e $\text{Ln}(Dg)$, são endógenas. Para o ajuste simultâneo das equações, foi utilizada a função *sfa* contida no pacote *systemfit* do *software R*.

As variáveis definidas como instrumentais necessárias ao ajuste simultâneo pela função *sfa*, foram *I/idade* em todas as equações, somada à variável $\ln(N)$ nas Equações (14) e (15) (BORDERS, 1989; GUJARATI, 2003).

Após a estimativa dos parâmetros, as Equações (14) e (15), juntamente com a forma logarítmica da Equação (1), foram rearranjadas em função da variável $\ln(N)$ (BARRIO ANTA; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, 2005), resultando, respectivamente, nas Equações (16), (17) e (18):

$$\ln(N_i) = \ln(IDP_{Ri}) + 1,6(\ln(25) - \ln(Dg_i)) \quad (16)$$

$$\ln(N_i) = \frac{\ln(Dg_i) - b_2 - b_4 \ln(Hdc_i)}{b_3} \quad (17)$$

$$\ln(N_i) = \frac{\ln(V_i) - b_5 - b_7 \ln(Dg_i)}{b_6} \quad (18)$$

Em que, b_i , $i=(2,\dots,7)$, são os valores ajustados dos parâmetros; demais variáveis conforme definições anteriores.

Considerando o rearranjo em $\ln(N)$, foram definidas as isolinhas no *DMDP*, para cada uma das variáveis (IDP_R , Hdc e V), ao manter seus valores constantes nas Equações (16), (17) e (18), respectivamente, em: 20, 30, 40, 50, 60, 70 e 100% para IDP_R , 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 m para Hdc , e 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400 e 500 $m^3 ha^{-1}$ para V , variando em todas elas os valores de Dg .

Além da significância dos parâmetros, os modelos foram avaliados quanto à qualidade dos ajustes por meio do erro padrão residual relativo (S_{yx}) (6) e do coeficiente de determinação ajustado – R^2_{aj} (19):

$$R^2 = \frac{SQ_{total} - SQ_{res}}{SQ_{total}} \quad R^2_{aj} = 1 - \frac{n-1}{n-p} (1 - R^2) \quad (19)$$

Em que, R^2 é o coeficiente de determinação; SQ_{total} é a soma de quadrados total; SQ_{res} é a soma de quadrado dos resíduos; n é número de observações; p é o número de parâmetros da função.

2.7 Estimativa da idade de realização do desbaste

Para representar a relação entre idade (Id) e Hdc , foi utilizada a metodologia da diferença algébrica, a mesma usada para classificação do sítio. Assim, a equação (20) (RATKOWSKY, 1990) foi isolada, em função do parâmetro β_0 , em relação aos pares de dados Id_1/Hdc_1 e Id_2/Hdc_2 (21). Finalmente, as equações foram igualadas, a variável a ser estimada, Id_1 , foi isolada e os valores de Hdc_2 e Id_2 substituídos por sítio (S) e idade de referência ($Id_{ref} = 7$ anos) (22). Os parâmetros foram ajustados, utilizando o método de ajuste não linear generalizado (PINHEIRO; BATES, 2000), por meio da função *gnls* no software R.

$$Id_i = \frac{(\beta_0 + \beta_1.Hdc_i)}{(1 + \beta_2.Hdc_i)} + \varepsilon_i \quad (20)$$

$$\beta_0 = Id_1.(1 + \beta_2.Hdc_1) - \beta_1.Hdc_1 \quad (21)$$

$$\beta_0 = Id_2.(1 + \beta_2.Hdc_2) - \beta_1.Hdc_2$$

$$Id_{1i} = \frac{Id_{2i}.(1 + \beta_2.Hdc_{2i}) - \beta_1.Hdc_{2i} + \beta_1.Hdc_{1i}}{1 + \beta_2.Hdc_1} + \varepsilon_i \quad (22)$$

$$Id_{1i} = \frac{Id_{ref}.(1 + \beta_2.S) - \beta_1.S + \beta_1.Hdc_{1i}}{1 + \beta_2.Hdc_{1i}} + \varepsilon_i$$

Em que, β_i são os parâmetros do modelo; S é o valor do índice de sítio. Id_{ref} é a idade de referência adotada para classificação do sítio, igual a sete anos; Hdc , Ide e ε definidos anteriormente.

Após o ajuste dos parâmetros, as estimativas das idades de realização dos desbastes foram realizadas substituindo a variável S pelo valor do índice de sítio correspondente ao povoamento, e, ainda, a Hdc_l pelo valor da altura dominante e codominante média indicada pelo diagrama de densidade na ocasião do desbaste.

A qualidade de ajuste foi avaliada, por meio da significância dos parâmetros, erro padrão residual relativo (S_{yx}) (6), distribuição gráfica dos resíduos padronizados e pela relação entre idade observada e idade estimada.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Classificação da capacidade produtiva

A escolha do modelo assintótico (3) ocorreu em virtude da semelhança entre seu comportamento e o da dispersão dos dados da média das alturas dominante e codominante em função da idade (Figura 2).

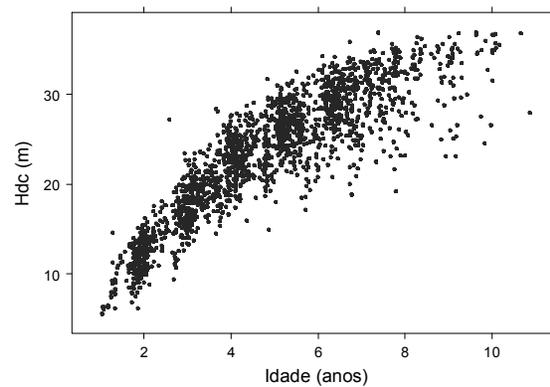


Figura 2 Relação entre altura dominante e codominante média (Hdc), em metros, e a idade do povoamento (anos)

A qualidade do ajuste da Equação (5), utilizado na classificação da capacidade produtiva, foi satisfatória considerando a significância ($p < 0,0001$) dos parâmetros, pelo baixo valor do S_{yx} (Tabela 2) e, também, pela análise da distribuição do resíduo padronizado, que ocorreu com regularidade ao longo dos valores de Hdc estimados, característica de variância homocedástica (Figura 3).

Tabela 2 Resultado do ajuste do modelo não linear assintótico após o rearranjo pelo método da diferença algébrica

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	t	² Pr (> t)
		³ S _{yx} = 6,02%		
ϕ_2	-4,4813	0,3166	-14,1501	<0,0001
ϕ_3	-1,2839	0,0249	-51,4387	<0,0001

¹Erro Padrão; ²probabilidade; ³Erro Padrão Residual relativo.

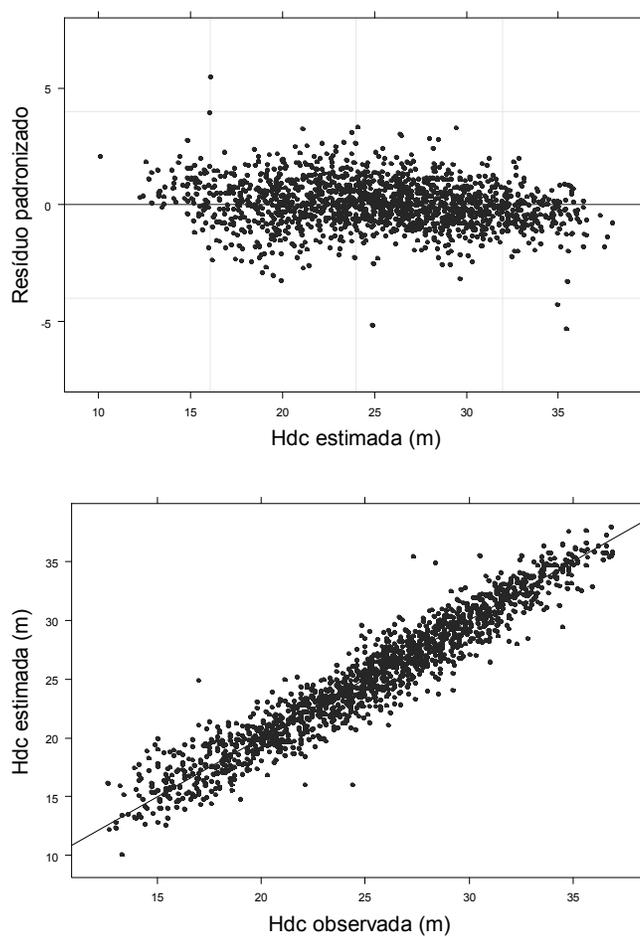


Figura 3 Distribuição dos resíduos padronizados em função da estimativa da altura dominante e codominante média (*Hdc*) e representação da relação entre os valores estimados pelo modelo e os observados

Após o ajuste do modelo, as unidades amostrais foram classificadas quanto à capacidade produtiva, por meio do índice de sítio, que correspondeu ao valor central das classes 25, 28, 31 e 34 metros alturas dominantes e codominantes médias aos sete anos de idade (Figura 4).

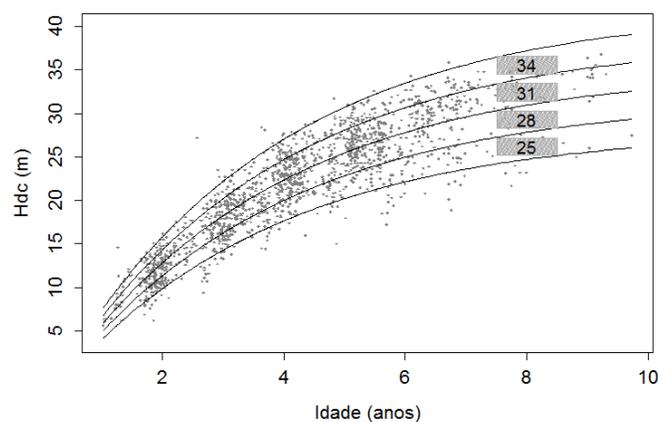


Figura 4 Representação das curvas anamórficas dos índices de sítio – $S = (25, 28, 31 \text{ e } 34)$ – com base no ajuste do modelo não linear assintótico, utilizando o método da diferença algébrica

3.2 Relação entre crescimento em volume do povoamento e seu índice de densidade relativo

O método utilizado objetivou o ajuste da heterocedasticidade, perceptível na Figura 5, e da autocorrelação, comum em dados longitudinais, onde há remedições dos mesmos indivíduos no tempo. Os parâmetros do modelo logístico original (8) foram todos significativos ($p < 0,0001$), destacando os valores do parâmetro assíntota, igual a $507 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ e o parâmetro inflexão, igual $38,59\%$ do IDP_R (Tabela 3).

Ao decompor os parâmetros do modelo logístico, por meio da adição da variável sítio, como covariante, foi observado que não houve significância

somente quando associada ao parâmetro escala (β_2). O parâmetro (β_{00}), também, não foi significativo, no entanto, o mesmo foi mantido por se tratar da intercessão da reta. Os parâmetros diretamente associados ao sítio (β_{01} e β_{11}) foram significativos, o que remete a influência desta variável na relação entre o crescimento em volume e a densidade do povoamento, expressa pelo IDP_R .

Tabela 3 Resultado dos ajustes do modelo logístico, antes e após a adição de S como covariante

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	t	² Pr (> t)
<i>Modelo logístico original</i> ³ $S_{yx} = 0,5451\%$				
β_1	507,3961	7,8420	64,7020	<0,0001
β_2	38,5956	0,2814	137,1389	<0,0001
β_3	9,3230	0,0886	105,2083	<0,0001
<i>Modelo logístico com adição da covariante sítio</i> $S_{yx} = 0,4842\%$				
β_{10}	-5,3515	34,190	-0,1565	0,8756
$\beta_{11} \cdot S$	15,2695	1,0868	14,0492	<0,0001
β_{20}	18,9544	1,6567	11,4407	<0,0001
$\beta_{21} \cdot S$	0,5863	0,0520	11,2697	<0,0001
β_3	8,8624	0,0873	101,5171	<0,0001

¹Erro Padrão; ²probabilidade; ³Erro Padrão Residual relativo; S = Índice de Sítio.

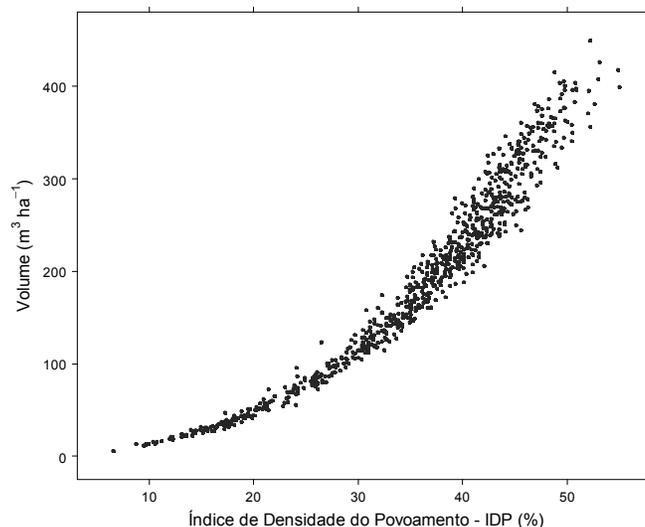


Figura 5 Relação entre volume por hectare ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) e o Índice de Densidade do Povoamento relativo - IDP_R (%).

Por meio do teste de razão da máxima verossimilhança, foi possível constatar a superioridade do modelo logístico com adição da covariável S (Tabela 4). Em relação à análise gráfica dos resíduos e do valor estimado *versus* o observado de volume do povoamento, as duas equações, logístico original (Figura 6) e logístico com covariante (Figura 7) foram semelhantes entre si, com problemas de superestimativas de volume menores que $50 \text{ m}^3 \text{ha}^{-1}$.

Tabela 4 Resumo das estatísticas de ajuste do modelo logístico original e após a adição de covariante e o resultado do comparativo entre os modelos pelo teste de razão da máxima verossimilhança

Modelo	¹ GL	<i>CIA</i>	<i>CIB</i>	<i>Ln_{mv}</i>	<i>TRMV</i>	Pr
² <i>Original</i>	9	15727,68	15777,73	-7854,84		
³ <i>Covariante</i>	11	15593,36	15654,52	-7785,68	138,325	<0,0001

¹Graus de Liberdade; ²Modelo logístico original; ³Modelo logístico com covariante.

Na relação geral entre volume ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) e IDP_R (%), representada na Figura 5, foi possível identificar que até, aproximadamente, 25% de IDP a variabilidade entre as parcelas é pequena, aumentando baseada nesta densidade. Este comportamento pode estar associado com o efeito direto da competição no crescimento em volume do povoamento, possivelmente, diferenciado entre as distintas capacidades produtivas.

Quando foi avaliada esta mesma relação nos diferentes S e, ainda, em relação à curva média ajustada (Figura 8), foi possível observar um comportamento distinto entre os S com base em, aproximadamente, 40% de IDP_R . Considerando a distribuição dos dados em relação à curva média ajustada pelo modelo logístico original (8), foi possível notar que a predominância dos dados observados passou da parte inferior da curva média, em índices de sítios piores, para a parte superior em índice de sítio igual a 34, melhor sítio.

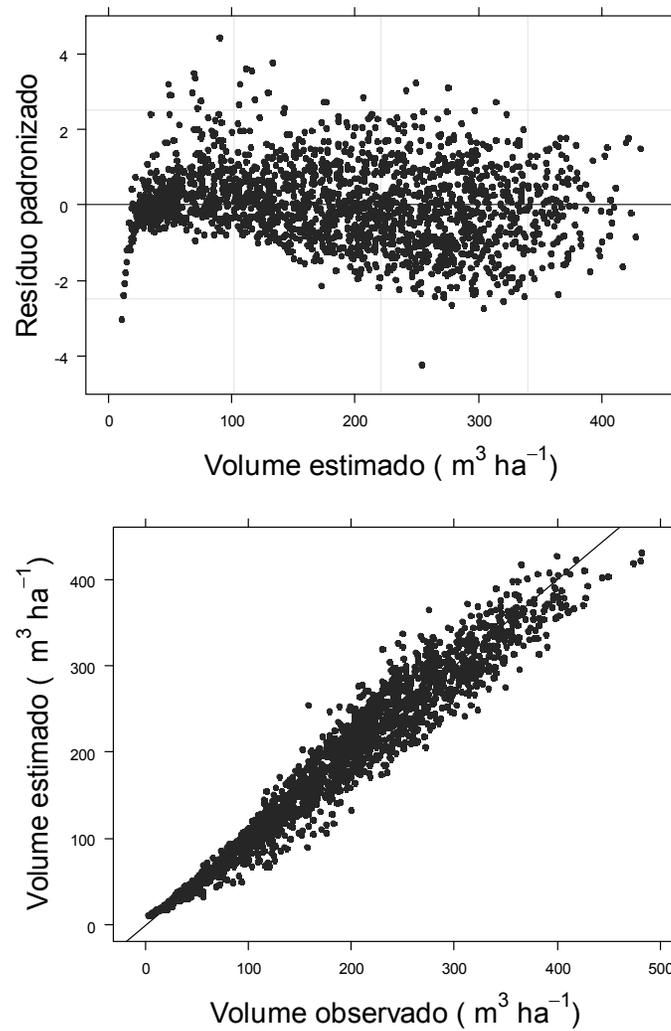


Figura 6 Resíduo padronizado do modelo logístico ajustado para a relação entre volume por hectare e Índice de Densidade do Povoamento relativo (IDP_R (%)) pelo método não linear generalizado, sem adição de covariantes

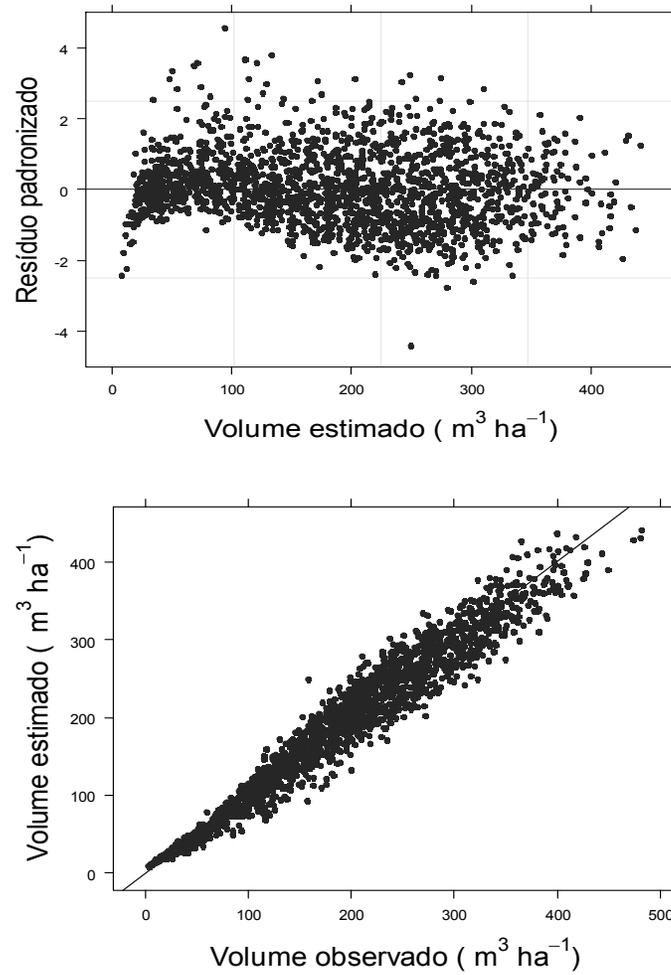


Figura 7 Resíduo padronizado do modelo logístico com adição de covariante (S), ajustado para a relação entre volume por hectare e Índice de Densidade do Povoamento relativo (IDP_R (%)) pelo método não linear generalizado

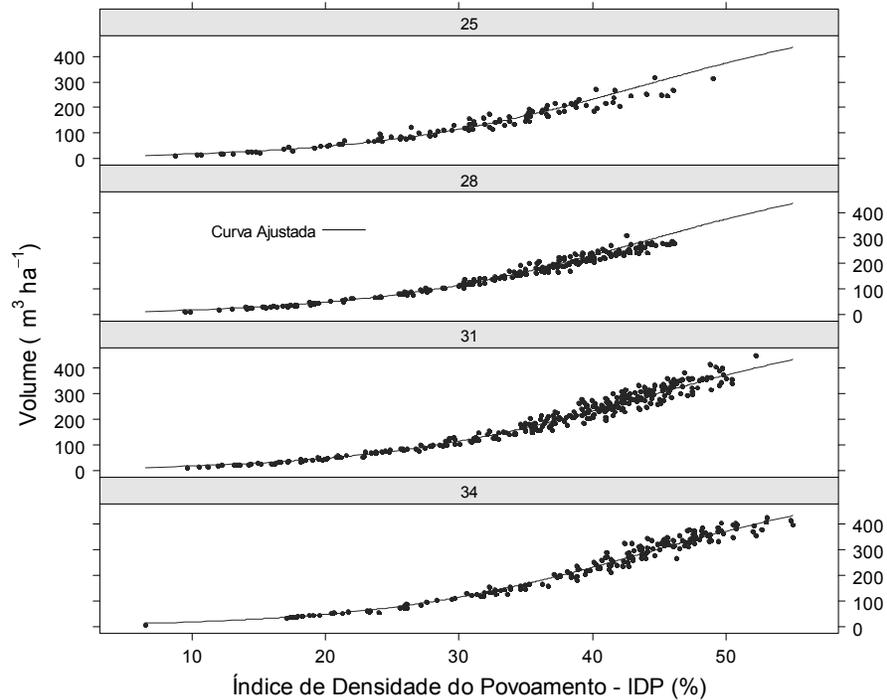


Figura 8 Curva média do modelo logístico original ajustado para a relação entre volume por hectare e Índice de Densidade do Povoamento relativo – IDP_R (%), agrupados por sítio (25, 28, 31 e 34)

Os valores positivos dos parâmetros β_{0i} e β_{1i} (Tabela 3) caracterizam a influência aditiva do sítio. Assim, considerando um mesmo valor de IDP_R , em um sítio mais produtivo, espera-se maior produtividade, afetando diretamente o valor do parâmetro correspondente a assíntota horizontal associado ao eixo y no gráfico. Esta influência é esperada por causa da relação direta entre sítio e crescimento em volume. Quanto ao parâmetro inflexão, a ação do S reflete no aumento da capacidade do povoamento em manter o crescimento em condições de maior densidade, pois esse parâmetro está associado ao eixo x e corresponde ao momento em que a taxa de crescimento em volume passa do comportamento

crescente para o decrescente. Isto ocorre, provavelmente, pela maior disponibilidade de recursos, representada pelo índice de sítio.

Por meio da primeira derivada do modelo logístico com covariante, foi possível definir o incremento médio de volume por ha em cada índice de sítio (Figura 9). A significância do parâmetro associado ao S , na decomposição dos parâmetros relativos à assíntota horizontal superior e ao ponto de inflexão, proporcionou diferentes valores máximos de incremento em volume em distintos valores de IDP_R .

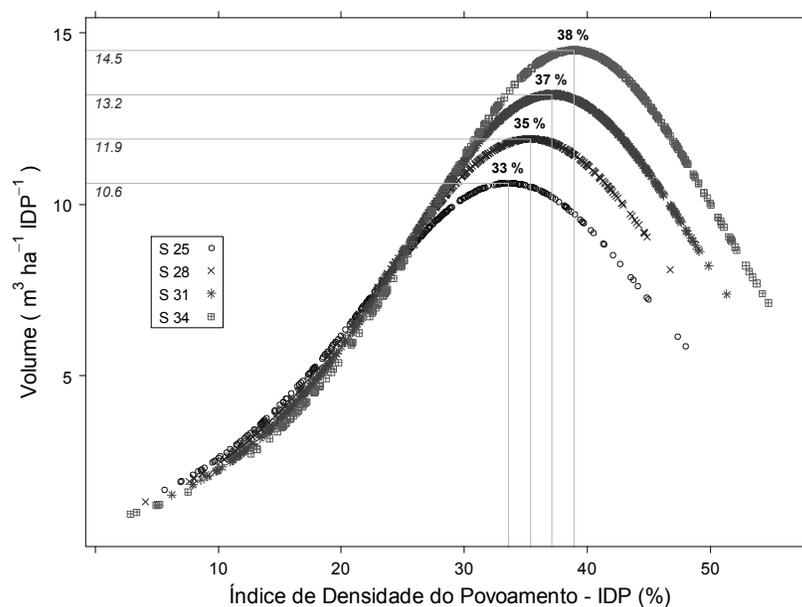


Figura 9 Incremento em volume por hectare em relação à variação do IDP_R (%) para os diferentes índices de sítio

A melhora na capacidade produtiva local infere no aumento do valor de máximo incremento em volume (eixo y), de 10,6 para 14,5 $m^3 ha^{-1} IDP_R^{-1}$. Estes máximos ocorreram em maiores valores relativos de IDP_R (eixo x), de 33 para 38%, do menor para o maior índice de sítio. Em outras palavras, as plantas que

crecem em locais com melhores condições edafoclimáticas permanecem com taxas crescentes de incremento mesmo em condições de maior densidade que aquelas que crescem em locais com limitações de recursos mais pronunciadas.

Este tipo de situação afeta, diretamente, a determinação do manejo de densidade de um projeto florestal, pois possibilita conduzir em diferentes condições de densidade cada talhão, ou conjunto deles, de acordo com a sua capacidade produtiva.

A definição do intervalo de densidade para manejo de desbaste variou em cada sítio, sendo os limites superiores iguais a 33, 35, 37 e 38% do IDP_R e, após a segunda derivativa, os limite inferiores foram estimados em 22, 24, 25 e 27% para os índices de sítio iguais a 25, 28, 31 e 34, respectivamente.

Nota-se que o intervalo de densidade foi de, aproximadamente, 11% nos diferentes índices de sítio, valor inferior aos 15% definido por Long (1985) para manter elevada produtividade em volume do povoamento, em plantios com espécies de coníferas. Para este autor, os limites para esta finalidade estão entre 35 e 50%. Valbuena, Peso e Bravo (2008) definiram os limites de densidade para o manejo de desbaste de povoamentos de *Pinus halepensis* e *Pinus pinaster* entre 35 e 60%, alegando que o limite inferior representava a adequada ocupação do sítio, enquanto o limite superior correspondeu ao limite do início da ocorrência de mortalidade em função da densidade.

Keim et al. (2010) avaliaram o efeito do desbaste, realizado em diferentes limites de densidade, considerado em porcentagens do IDP , no crescimento em volume da árvore e do povoamento, em *Taxodium distichum*, espécie conífera de origem norte americana. Segundo os autores, quando o desbaste foi realizado para uma densidade maior ou igual a 58% do IDP , o crescimento em volume não foi afetado. Por outro lado, quando o desbaste foi realizado em densidade igual a 40% do IDP , o incremento em diâmetro e volume por hectare aumentou nos primeiros 25 anos pós-desbaste.

Kumar, Long e Kumar (1995) definiram limites entre 20 e 35% do IDP_R , próximos aos resultados obtidos neste trabalho, quando pretendiam favorecer o crescimento individual das plantas em um povoamento de teca. O intervalo entre os limites de densidade subiu para 25% (35 a 60% do IDP_R) quando o objetivo do povoamento de teca foi o de produção de madeira para poste.

Em relação à espécie de eucalipto avaliada, a permanência da densidade em condições superiores a 50% de IDP , reduz a taxa de incremento a valores muito abaixo do máximo, correspondente ao ponto de inflexão da curva do modelo logístico (Figura 9). Além disso, a redução da taxa de incremento em volume ocorre em densidades próximas a 25% do IDP_R . Estes fatos podem estar, diretamente, relacionados às características da maioria das espécies do gênero *Eucalyptus* cultivada no país, que são o rápido crescimento e a sensibilidade ao sombreamento, típicos de espécies pioneiras.

3.3 Diagrama de manejo da densidade do povoamento

O ajuste simultâneo das Equações (13), (14) e (15) proporcionou satisfatória qualidade de ajuste. Além da significância de todos os parâmetros, foram obtidos elevados valores de coeficiente de determinação ajustado (R^2) e baixos valores de erro padrão relativo (S_{yx}) nas três equações que compõem o sistema (Tabela 5).

Tabela 5 Parâmetros e qualidade do ajuste simultâneo das equações para estimativa de $Ln(Hdc)$, $Ln(Dg)$ e $Ln(V)$

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	Valor de t	² Pr (> t)
<i>Equação: Ln(Hdc) ³S_{yx} = 11,83% ⁴R²_{aj} = 0,8625</i>				
β_0	3,6916	0,0062	592,14	<0,0001
β_1	-2,3188	0,0211	-109,75	<0,0001
<i>Equação: Ln(Dg) S_{yx} = 4,65% R²_{aj} = 0,9493</i>				
β_2	1,8419	0,0673	27,3293	<0,0001
β_3	-0,1697	0,0094	-17,9302	<0,0001
β_4	0,6308	0,0036	175,0128	<0,0001
<i>Equação: Ln(V) S_{yx} = 9,72% R²_{aj} = 0,9845</i>				
β_5	-13,0784	0,1313	-99,6022	<0,0001
β_6	1,2883	0,0179	71,8409	<0,0001
β_7	3,5003	0,0100	348,85	<0,0001

¹Erro Padrão; ²probabilidade; ³Erro Padrão Residual relativo; ⁴Coefficiente de correlação ajustado.

Após o ajuste simultâneo das equações de estimativa de $Ln(Hdc)$, $Ln(Dg)$ e $Ln(V)$, foi possível, por meio da matriz de correlação entre os erros das estimativas (Tabela 6), principalmente entre $Ln(Dg)$ e $Ln(V)$, confirmar a necessidade de utilização do método simultâneo de ajuste. Isto era esperado, pois se há superestimativa ou subestimativa de $Ln(Dg)$, o mesmo efeito é esperado para o $Ln(V)$ (BORDERS, 1989).

Tabela 6 Matriz de correlação entre os resíduos para o sistema de equações ajustado

Equação	$Ln(Hdc)$	$Ln(Dg)$	$Ln(V)$
$Ln(Hdc)$	1	-0,114381	0,128904
$Ln(Dg)$	-0,114381	1	-0,881946
$Ln(V)$	0,128904	-0,881946	1

Com os parâmetros estimados, as equações foram rearranjadas em função do número de plantas por ha (N), mantida a base Ln . Assim, ao variar os valores de Hd , V e IDP_R foram inseridas as isolinhas no diagrama representado na Figura 10. Os eixos do diagrama estão na base logarítmica (Ln), no entanto, para compreensão direta, por parte do leitor e usuário, os valores representados na legenda dos eixos não estão transformados.

Para exemplificar a utilização do $DMDP$, foram considerados dois povoamentos com mesma densidade inicial de plantio (1667 plantas por ha), implantados em áreas com capacidades produtivas extremas, índices de sítio iguais a 25 e 34, visto que, em ambos os casos, o Dg para o corte final foi definido em 20 cm. A escolha dessa densidade inicial e do valor do Dg final de corte ocorreu mediante as características da base de dados utilizadas, visando evitar estimativas de valores fora do intervalo daqueles observados.

Conforme detalhado no subitem anterior (9.2), o intervalo de densidade definido para o índice de sítio igual a 25 foi de 22 a 33% do IDP_R , enquanto para o índice de sítio 34, a densidade de manejo recomendada foi de 27 a 38% do IDP_R , diferenciando o manejo em cada um dos dois desbastes em cada situação.

Nesta densidade inicial, em relação ao sítio de pior qualidade (Figura 11), o limite superior de densidade correspondente ao primeiro desbaste ocorreu, quando o povoamento alcançou valores estimados de 10,2 cm e 15,7 m, para Dg e Hdc , respectivamente, totalizando $100 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. Para igualar a densidade ao limite inferior de manejo, foi estimada a remoção de 711 plantas (955 plantas

remanescentes), 42,7% do número de plantas iniciais, correspondendo à remoção de 32 m³ ha⁻¹ em volume.

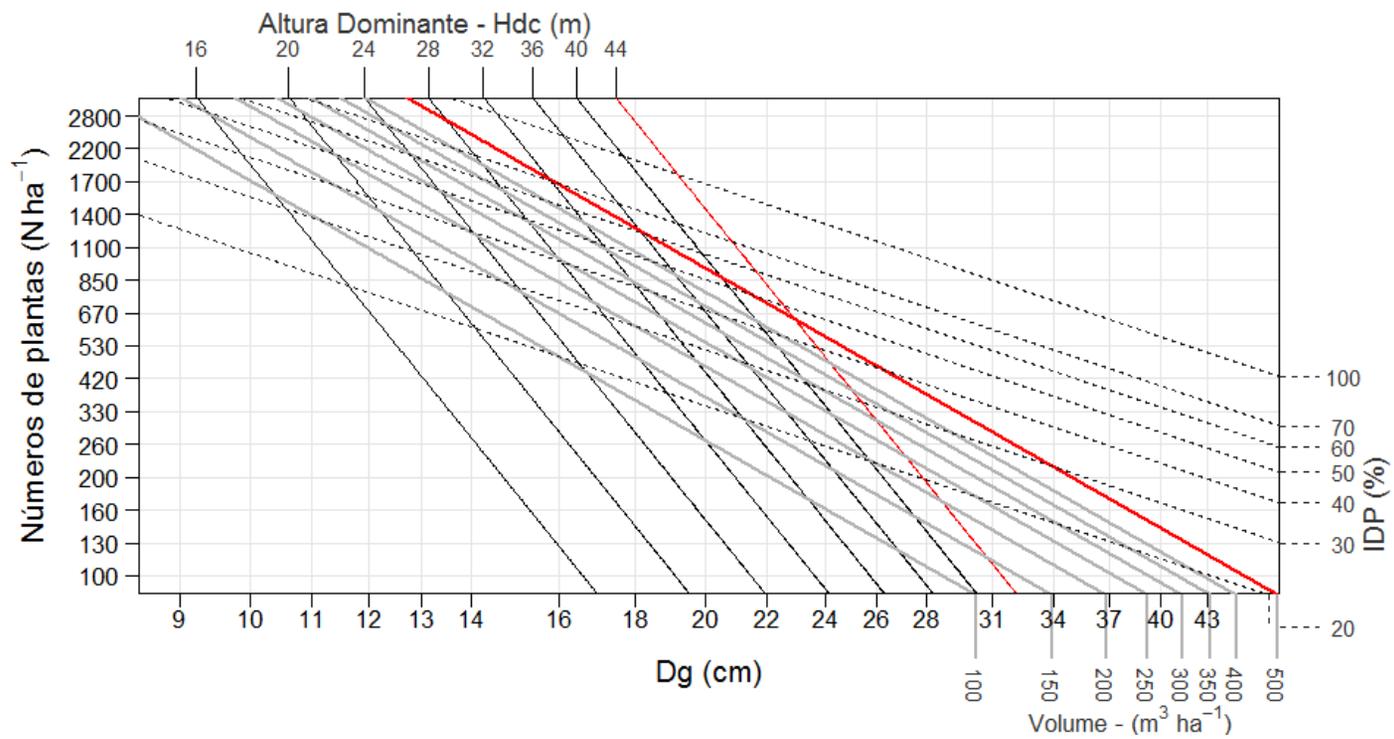


Figura 10 Diagrama de manejo da densidade de povoamentos para *Eucalyptus urophylla*

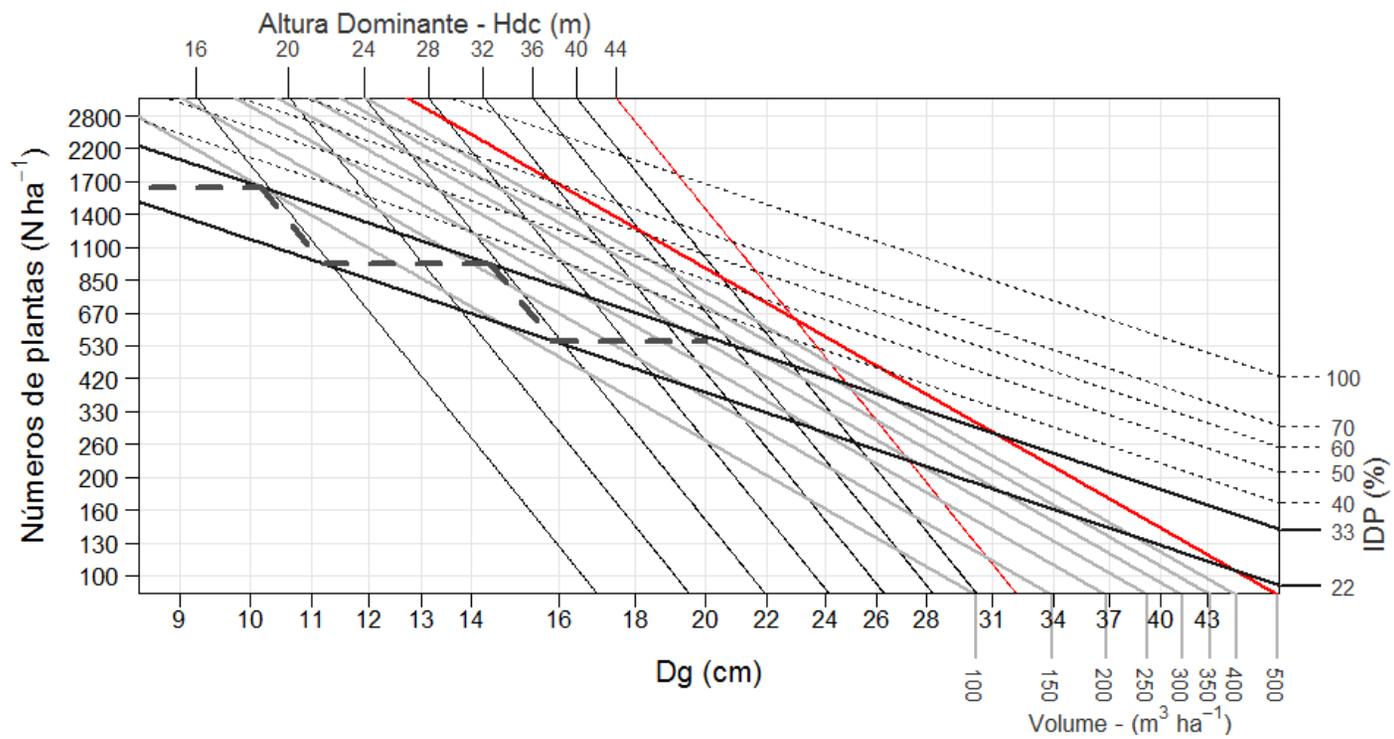


Figura 11 Exemplo do uso do diagrama de manejo da densidade do povoamento com densidade inicial de 1667 plantas por hectare, em condições de índice de sítio igual a 25 e densidade mantida entre 22 e 33% do IDP_R

O tipo de desbaste simulado neste exemplo é o denominado desbaste por baixo, ou seja, as árvores removidas são aquelas pertencentes às menores classes de diâmetro. Neste caso, ocorrem duas situações: o aumento do valor de Dg e a manutenção da Hdc . Considerando esses fatos, o valor de Dg do povoamento remanescente foi estimado em 11,2 cm, mantendo o valor da Hdc igual às condições anteriores ao desbaste e, ainda, um volume remanescente estimado de $68 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$.

Ainda, no povoamento de índice de sítio igual a 25, antes da colheita final foi necessária mais uma intervenção de desbaste aos 14,4 cm de Dg e 23,5 m de Hdc . Nestas condições, o volume antes do desbaste foi estimado em $165 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. Na ocasião do segundo desbaste, foi estimada a remoção de 408 árvores, equivalentes ao volume de $53 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, permanecendo $112 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ no povoamento remanescente com Dg estimado em 15,9 cm. Com 547 árvores remanescentes, o povoamento foi conduzido ao corte final, estabelecido neste exemplo em Dg igual a 20 cm, em que a Hdc alcançou 34 m e a produtividade de $252 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, que, somado ao volume removido nos dois desbastes, totalizou $337 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$.

Em relação a um povoamento implantado em locais com capacidade produtiva igual a 34, os limites de densidade passam para 27 (inferior) e 38% (superior) do IDP_R (Figura 12). Assim, para um povoamento implantado com 1667 árvores por hectare e desconsiderando a mortalidade, o primeiro desbaste ocorreu em Dg igual a 11,1 cm e Hdc de 18 m, totalizando $136 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ de produtividade. Deste total, $38 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ foram removidos em 624 árvores, permanecendo $98 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ no povoamento com Dg igual a 12 cm.

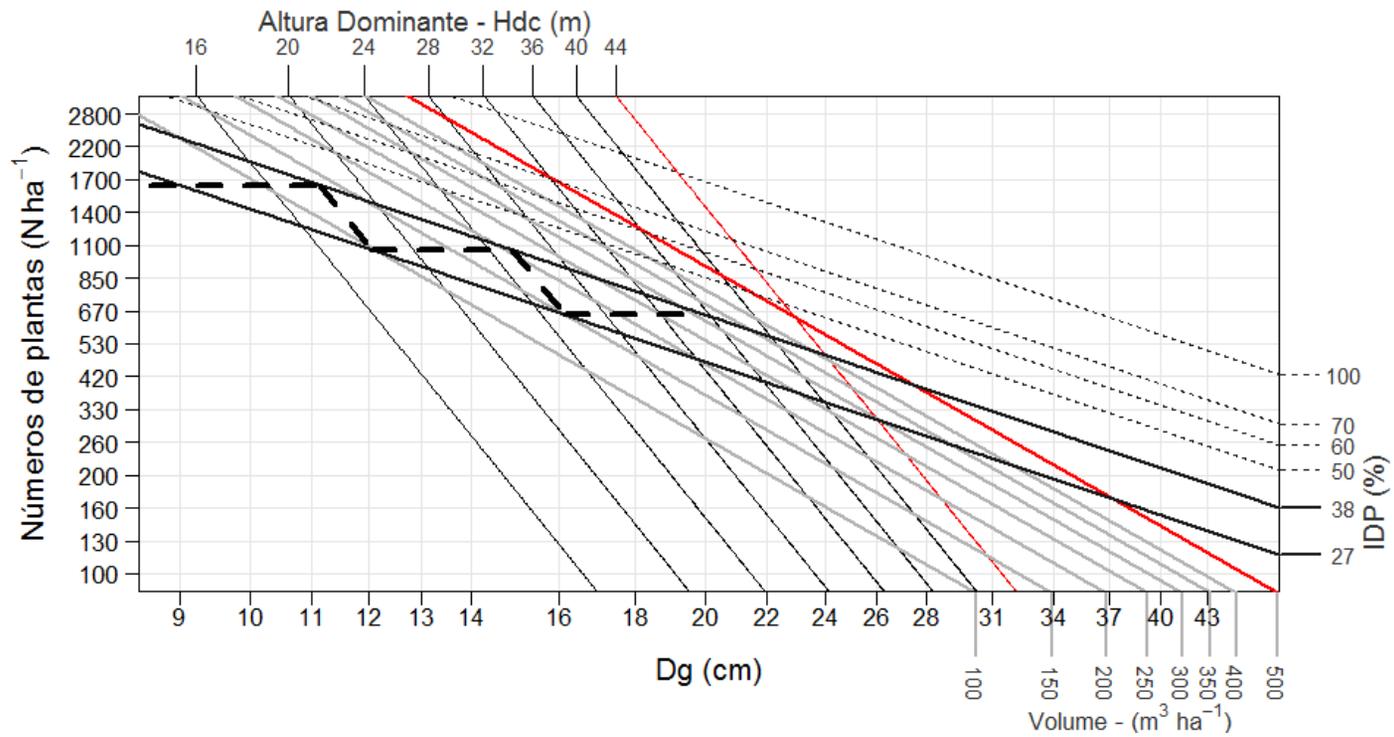


Figura 12 Exemplo do uso do diagrama de manejo da densidade do povoamento com densidade inicial de 1667 plantas por hectare, em condições de índice de sítio igual a 34 e densidade mantida entre 27 e 38% do IDP_R

Após o primeiro desbaste, as 1042 árvores remanescentes do povoamento alcançaram o limite superior de densidade em 14,9 cm de Dg e 25 m de Hdc , acumulando o volume de $207 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. Nestas condições foi realizado o segundo desbaste, reduzindo o número de árvores para 652 por hectare, o volume para $150 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ e aumentando o Dg para 16,2 cm. Desta forma, foram removidos $57 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ em volume de madeira.

No momento do corte final, em que o Dg igualou a 20 cm, as 652 árvores remanescentes acumularam $316 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ de produtividade e Hdc de, aproximadamente, 36 m. A produção total de volume por hectare estimado, considerando a soma do volume extraído nos desbastes e na colheita final, foi igual a $411 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$.

Estes exemplos de manejo de desbaste foram utilizados com o objetivo de explicar o uso do *DMDP*, no entanto, a sua utilização pode se adequar ao objetivo do manejador, até mesmo em relação ao intervalo de densidade de manejo, que pode variar tanto no limite inferior, quanto no superior, para atender determinado objetivo definido ou ao operacional de uma empresa.

Como citado anteriormente, além das variáveis explícitas no *DMDP* é possível obter, facilmente, a área basal por hectare (G) do povoamento, em virtude da presença de N e Dg . Assim, no povoamento de S igual a 25, o valor de G , na ocasião do primeiro desbaste, foi estimado em $13,6 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$, sendo removidos 30,9%. A intensidade de remoção, também, ocorreu próxima a este valor no segundo desbaste, quando 30,2% de G foram retirados dos $15,6 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ estimados.

No povoamento com maior capacidade produtiva, os valores de G no momento do primeiro e segundo desbastes foram de 16,1 e $18,2 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$. A intensidade relativa de remoção, assim como no povoamento de pior S , foi semelhante nas duas intervenções, porém menores que no sítio 25, sendo iguais a 26,9 e 26,0%.

As porcentagens de remoção de G , estimadas neste trabalho, estão dentro das empregadas em pesquisas envolvendo a prática de desbaste em povoamentos de eucalipto, sendo, normalmente, associada a uma intervenção de média intensidade. Tratamentos envolvendo a remoção de 20, 35 e 50% de G , por meio de desbaste, foram utilizados em ensaios experimentais, em povoamentos de *Eucalyptus* spp., localizados no estado da Bahia (LEITE et al., 2013) e Minas Gerais (SILVA et al., 2012).

Outros estudos abordaram intervenções maiores, como, por exemplo, Schneider et al. (1998), que conduziram um experimento em povoamento de *E. grandis* com espaçamento inicial de plantio de 2,0x3,0 m, localizado no Rio Grande do Sul, em que os tratamentos envolviam a remoção de 40, 50 e 60% de G , em duas intervenções de desbaste, uma aos oito e outra aos 10,3 anos de idade. Os autores concluíram que a remoção de menor intensidade (40%) proporcionou a menor perda em produtividade e significativo aumento do DAP médio do povoamento.

Dobner Jr., Higa e Urbano (2012), por sua vez, recomendaram que o desbaste em povoamento de *E. dunnii* ocorresse, quando o valor de G alcançasse $20 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ e que a intensidade de remoção fosse de, pelo menos, 30%, ou seja, no máximo, o remanescente de G deveria ser de $14 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$.

3.4 Estimativa da idade de realização do desbaste

A definição do tempo transcorrido entre o plantio e o primeiro desbaste ou o intervalo entre a execução desta prática, nas simulações anteriores, foi realizada, por meio da estimativa das idades, em função da Hdc (Figura 13) correspondente ao momento da intervenção no povoamento, para cada índice de sítio.

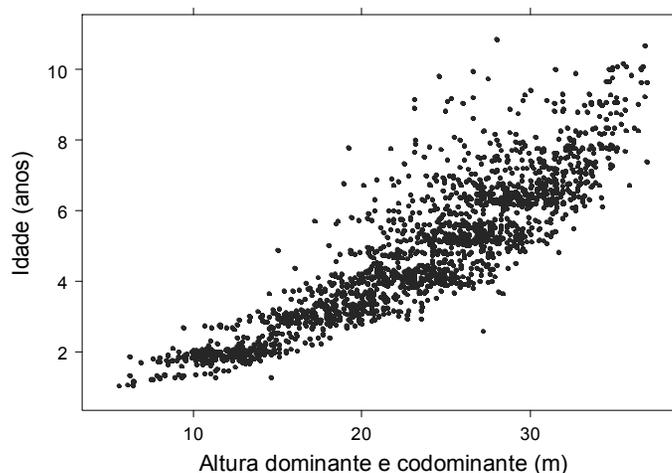


Figura 13 Relação entre idade do povoamento (anos) e altura dominante e codominante média (m)

Na equação ajustada (22), todos os parâmetros foram significativos ($p < 0,001$) e o erro padrão residual relativo foi igual a 14,63% (Tabela 7). Além disso, a distribuição dos resíduos foi constante ao longo das idades observadas, caracterizando a homocedasticidade da variância (Figura 14).

Tabela 7 Estimativa dos parâmetros da equação utilizada na estimativa da idade do povoamento (anos) em função da altura dominante e codominante média, do índice de sítio e da idade de referência

Parâmetros	Estimativa	¹ EP	t	² Pr ($> t $)
		³ $S_{yx} = 14,63\%$		
β_1	0,11288900	0,005301529	21,29367	<0,0001
β_2	-0,01616007	0,000420366	-38,44287	<0,0001

¹Erro Padrão; ²probabilidade; ³Erro Padrão Residual relativo.

Após o ajuste dos parâmetros, a função foi utilizada para estimar as idades de ocorrência do desbaste, ao inserir os valores de Hdc , obtidos na simulação dos desbastes, juntamente com o valor do índice de sítio

correspondente. Dessa forma, na simulação em que a densidade inicial correspondeu a 1667 árvores por há, em um povoamento localizado em sítio igual a 25, as *Hdc*, nas ocasiões do primeiro e segundo desbastes, corresponderam a 15,7 e 23,5 m. Por meio da função ajustada, a estimativa de idade de ocorrência dessas *Hdc* foram aos 4,2 e 6,5 anos, respectivamente. Neste mesmo povoamento, a *Hdc* na ocasião do corte final foi estimada em 34 m, o que ocorreria aos 11,5 anos de idade.

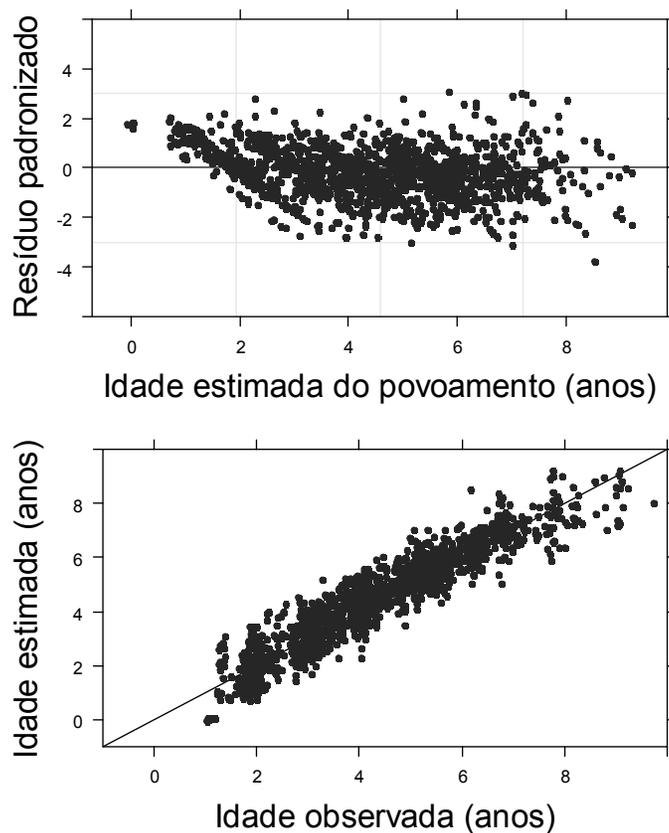


Figura 14 Distribuição de resíduos padronizados e idade estimada *versus* idade observada da equação de estimativa da idade do povoamento

Quanto à simulação realizada no sítio de melhor qualidade, igual a 34, as idades estimadas, para realização do primeiro e segundo desbastes, foram 1,9 e 3,6 anos, respectivamente, correspondentes às *Hdc* estimadas em 18 e 25 m. A estimativa para o corte final para este povoamento foi aos 8,1 anos de idade, quando a *Hdc* estimada foi de 36 m. A ocorrência dos desbastes em idades mais jovens, quando a capacidade produtiva foi maior, estão de acordo com o estudo realizado por Leite et al. (2005). Estes autores simularam a realização de dois desbastes, com base no método dos ingressos percentuais, em capacidades produtivas extremas e estimaram a primeira intervenção aos 6,3 e 7,3 anos e a segunda aos 9,2 e 9,9 anos de idade, para a melhor e pior capacidade produtiva, respectivamente. No entanto, o espaçamento de plantio não foi informado.

Em ensaios de campo, envolvendo desbastes em eucaliptais, é comum a primeira intervenção ocorrer em idades mais avançadas que as estimadas neste trabalho: aos 4,5 anos em *E. grandis*, com densidade inicial de 1111 plantas por hectare (MONTE et al., 2009), aos 4,8 anos em *E. grandis* x *E. urophylla*, espaçamento de plantio não informado (DIAS et al., 2005) e 8,0 anos de idade em *E. grandis*, com 1667 plantas por hectare plantadas (SCHNEIDER et al., 1998). Dentre as recomendações de intervenção em idade mais jovem foi a de Dobner Jr., Higa e Urbano (2012) que determinaram o desbaste aos três anos de idade, em um povoamento de *E. dunnii*, implantado no espaçamento 3,0x1,6 m, no estado de Santa Catarina.

Nogueira et al. (2001), que objetivaram determinar a idade de desbaste em um povoamento clonal de híbridos de *E. urophylla* X *E. grandis*, localizado no estado da Bahia, utilizando o método dos ingressos percentuais, definiram que a idade da primeira intervenção deveria ocorrer aos 5,8 anos de idade. No entanto, o povoamento avaliado neste trabalho foi implantado em densidade igual a 1111 plantas ha⁻¹ (3,0 x 3,0 m), diferente da densidade (1667 plantas ha⁻¹) de plantio simulada no presente estudo.

No presente trabalho, simulando uma densidade inicial de plantio de 1111 plantas ha⁻¹ e considerando os diferentes índices de sítio, 25, 28, 31 e 34, as idades estimadas para o primeiro desbaste seriam, ainda sim, menores, iguais a 5,6; 4,9; 4,3 e 3,4 anos, respectivamente.

4 CONCLUSÕES

A relação entre crescimento em volume e sua densidade, representada pelo índice de densidade do povoamento, é afetada pela capacidade produtiva local.

Em condições de crescimento com maior disponibilidade de recursos, o máximo de incremento em volume ocorre em maior densidade, quando comparado ao máximo incremento de um povoamento crescendo em pior qualidade de sítio.

Mesmo suportando maior densidade, as realizações dos desbastes em condições de melhor capacidade produtiva ocorrem em idades inferiores, quando comparadas aos sítios de pior qualidade.

Neste sentido, em um manejo envolvendo o desbaste, a qualidade do sítio influencia não só a idade de ocorrência da prática, mas também o quanto em densidade é tolerado.

REFERÊNCIAS

BARRIO ANTA, M.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G. Development of a stand density management diagram for even- aged pedunculate oak stands and its use in designing thinning schedules. **Forestry**, Oxford, v. 78, n. 3, p. 209–216, May 2005.

BORDERS, B. E. Systems of equations in forest stand modeling. **Forest Science**, Lawrence, v. 35, n. 2, p. 548–556, June 1989.

CALEGARIO, N. et al. Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 69, p. 38–50, dez. 2005.

CLUTTER, J. L. et al. **Timber management: a quantitative approach**. New York: J. Wiley, 1983. 333 p.

DIAS, A. N. et al. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 5, p. 731–739, set./out. 2005.

DOBNER JR., M.; HIGA, A. R.; URBANO, E. Determinação da idade e intensidade ótimas para realização do primeiro desbaste em um povoamento de *Eucalyptus dunnii*. **Floresta**, Curitiba, v. 42, n. 3, p. 485–494, jul. 2012.

GUJARATI, D. N. **Basic Econometrics**. 4th ed. New York: McGraw-Hill Higher Education, 2003. 1002 p.

HE, F. L.; BARCLAY, H. J. Long-term response of understory plant species to thinning and fertilization in a Douglas-fir plantation on southern Vancouver Island, British Columbia. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 30, n. 4, p. 566–572, Apr. 2000.

KEIM, R. F. et al. Stand density relationships in baldcypress. **Forest Science**, Lawrence, v. 56, n. 4, p. 336–343, Aug. 2010.

KUMAR, B. M.; LONG, J. N.; KUMAR, P. A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular india. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 74, n. 1-3, p. 125–131, June 1995.

LEITE, H. G. et al. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 29, n. 2, p. 271–280, mar./abr.2005.

LEITE, H. G. et al. Comparação entre predição e projeção da distribuição de diâmetros de povoamentos de eucalipto submetidos a desbastes. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 37, n. 2, p. 321–328, mar./abr. 2013.

LONG, J. N. A practical approach to density management. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v. 61, n. 1, p. 23–27, Feb. 1985.

MÄKINEN, H.; ISOMAKI, A. Thinning intensity and growth of Scots pine stands in Finland. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 201, n. 2-3, p. 311–325, Nov. 2004.

MONTE, M. A. et al. Crescimento de um clone de eucalipto submetido a desrama e desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 33, n. 5, p. 777–787, set./out.2009.

NOGUEIRA, G. S. et al. Determinação da idade técnica de desbaste em plantações de eucalipto utilizando o método dos ingressos percentuais. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 59, p. 51–59, jun.2001.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. New York: Springer-Verlag, 2000. 528 p.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2013. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 10 mar. 2014.

RATKOWSKY, D. A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: M. Dekker, 1990. 239 p.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v. 46, n. 7, p. 627-638, Apr. 1933.

SCHNEIDER, P. R. et al. Produção de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden em diferentes intensidades de desbaste. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 129–140, nov. 1998.

SILVA, J. V. DA et al. Produção e acúmulo de nutrientes em povoamento de eucalipto em consequência da intensidade do desbaste e da fertilização.

Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília, v. 47, n. 11, p. 1555–1562, nov. 2012.

VALBUENA, P.; PESO, C.; BRAVO, F. Stand density management diagrams for two mediterranean pine species in eastern Spain. **Investigación Agraria: sistemas y recursos forestales**, Madrid, v. 17, n. 2, p. 97–104, 2008.

ZHANG, J. W.; OLIVER, W.; POWERS, R. Long-term effects of thinning and fertilization on growth of red fir in northeastern California. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 35, n. 6, p. 1285–1293, June 2005.