

EVANDRO RIBEIRO BASTOS

MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DE FLUXO
TRANSIENTE EM REDE DE CANAIS

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Lavras,
como parte das exigências do
Curso de Mestrado em Engenharia
Agrícola, área de concentração
Irrigação e Drenagem, para a
obtenção do título de "Mestre".

Orientador

Prof. Dr. Eli Ferreira

LAVRAS
MINAS GERAIS - BRASIL
1997

Ficha Catalográfica preparada pela Seção de Classificação e Catalogação da
Biblioteca Central da UFLA

Bastos, Evandro Ribeiro

Modelo matemático para análise de fluxo transiente em rede de canais /
Evandro Ribeiro Bastos. -- Lavras : UFLA, 1997.
136 p. : il.

Orientador: Eli Ferreira.
Dissertação (Mestrado) - UFLA.
Bibliografia.

1. Irrigação. 2. Drenagem. 3. escoamento transiente - Simulação. 4.
Escoamento permanente. 5. Modelo matemático. 6. Rede de canais. I.
Universidade Federal de Lavras. II. Título.

CDD-631.587

EVANDRO RIBEIRO BASTOS

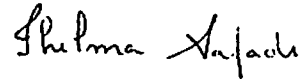
**MODELO MATEMÁTICO PARA ANÁLISE DE FLUXO
TRANSIENTE EM REDE DE CANAIS**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Lavras,
como parte das exigências do
Curso de Mestrado em Engenharia
Agrícola, área de concentração
Irrigação e Drenagem, para a
obtenção do título de "Mestre".

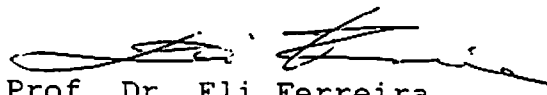
APROVADA em 10 de dezembro de 1997



Prof. Dr. Antônio Marciano da Silva



Prof.ª Dra. Thelma Safadi



Prof. Dr. Eli Ferreira
(Orientador)

A Deus,
OFEREÇO

Aos meus pais, Marli e José,
DEDICO

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal de Lavras (UFLA), em especial ao Departamento de Engenharia (DEG), pela oportunidade do aprendizado.

À CAPES pela concessão da bolsa de estudos.

Ao Professor Eli Ferreira pela orientação e incentivos à realização deste trabalho.

Aos demais Professores do Departamento de Engenharia pelo apoio durante os meus cursos de graduação e pós-graduação na UFLA.

SUMÁRIO

	página
LISTA DE TABELAS	v
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE SÍMBOLOS	ix
RESUMO	xiv
"ABSTRACT"	xv
1 INTRODUÇÃO	001
2 REVISÃO DE LITERATURA	004
2.1 Regimes de escoamento em canais	004
2.2 Escoamento com superfície livre	005
2.3 Estruturas hidráulicas	014
3 METODOLOGIA	018
3.1 Equações básicas do escoamento não permanente em canais	018
3.2 Solução das equações básicas	033
3.3 O método das características	039
3.4 Equacionamento no nó	057
3.5 Equacionamento das condições de contorno	062
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	097
4.1 Exemplo 1	099
4.2 Exemplo 2	105
4.3 Exemplo 3	111
4.4 Exemplo 4	116
5 CONCLUSÕES	133
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	135

LISTA DE TABELAS

Número		Página
2.1	Coeficientes de perda de carga em transições	17
4.1	Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 1	100
4.2	Regime permanente resultante do exemplo 1	102
4.3	Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 2	106
4.4	Regime permanente inicial para a rede do exemplo 2	107
4.5	Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 3	112
4.6	Regime permanente inicial para a rede do exemplo 3	112
4.7	Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 4	117
4.8	Coeficientes de descarga das comportas E4 e E22 .	119
4.9	Regime permanente inicial da rede do exemplo 4, com contribuição lateral ($m^3/s.m$) de $-0,0006$ nos canais E11 a E15 e de $-0,0007$ nos canais E30 a E34	123

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
2.1	Redes utilizadas por Joliffe (1984)	12
2.2	Gráficos dos resultados apresentados por Joliffe (1984)	13
2.3	Fluxos livre e submerso sob uma comporta vertical	15
2.4	Coefficiente de vazão na comporta vertical	16
3.1	Volume de controle para a equação da continuidade	20
3.2	Volume de controle para a equação da quantidade de movimento	25
3.3	Esquema da malha de cálculo	34
3.4	Notação na malha de cálculo	35
3.5	Esquema de cálculo para o método explícito	38
3.6	Esquema de cálculo para o método implícito	38
3.7	Curvas características	45
3.8	Malha característica	47
3.9	Esquema representativo da seqüência de cálculo .	53
3.10	Fluxograma geral para o método das características	54
3.11	Fluxograma para os pontos interiores do canal ..	55
3.12	Fluxograma para a seção de montante do canal ...	56
3.13	Fluxograma para a seção de jusante do canal	56
3.14	Esquema de entradas e saídas de vazão em um nó .	57
3.15	Fluxograma para o cálculo nos nós	61
3.16	Esquema representativo de uma comporta	63

LISTA DE FIGURAS (continuação)

Figura		Página
3.17	Fluxograma de cálculo para a comporta	69
3.18	Esquema de uma transição do tipo contração	71
3.19	Esquema de uma transição do tipo expansão	72
3.20	Fluxograma de cálculo para a transição (contração)	78
3.21	Fluxograma de cálculo para a transição (expansão)	81
3.22	Esquema representativo do reservatório de montante	83
3.23	Esquema representativo do reservatório de jusante	87
3.24	Fluxograma de cálculo para o reservatório de montante	90
3.25	Fluxograma de cálculo para o reservatório de jusante	91
3.26	Curva-chave de jusante	92
3.27	Fluxograma de cálculo para a curva-chave	95
3.28	Fluxograma geral do modelo	96
4.1	Representação topológica da rede do exemplo 1 ..	100
4.2	Hidrograma de entrada da rede do exemplo 1	101
4.3	Representação topológica da rede do exemplo 2 ..	106
4.4	Hidrograma de entrada da rede do exemplo 2	108
4.5	Hidrogramas nos nós 1 e 5 da rede do exemplo 2 .	109
4.6	Batigramas nos nós da rede do exemplo 2	109
4.7	Gráficos dos resultados apresentados por Joliffe (1984) para a "Rede C"	110
4.8	Hidrograma de entrada da rede do exemplo 3	113
4.9	Hidrogramas nos nós 1 e 7 da rede do exemplo 3 .	114
4.10	Batigramas nos nós da rede do exemplo 3	115
4.11	Representação topológica da rede do exemplo 4 ..	116

LISTA DE FIGURAS (continuação)

Número		Página
4.12	Lei de manobra das comportas E4 e E22	120
4.13	Curva-chave de jusante	121
4.14	Demanda localizada de vazão nos nós	122
4.15	Hidrogramas nos nós da rede do exemplo 4	125
4.16	Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 à montante e à jusante da comporta E4	127
4.17	Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 à montante e à jusante da comporta E22	128
4.18	Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 na saída do reservatório E1 (nó 2), na seção final do canal E2 (nó 3), à montante e à jusante da transição E6 (nós 6 e 7) e na entrada do reservatório E21 (nó 17)	129
4.19	Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 na saída do reservatório E1 (nó 2), na seção final do canal E2 (nó 3), à montante e à jusante da transição E25 (nós 21 e 22) e na seção da curva chave E40 (nó 32)	131

LISTA DE SÍMBOLOS

- A área da seção transversal, ocupada pela água, de um canal (m^2).
- A índice de uma variável, cujo valor foi calculado no instante anterior na seção imediatamente anterior à seção de cálculo.
- A_{com} área de abertura de uma comporta (m^2).
- A_{mo} área molhada das paredes de um trecho de canal (m^2)
- a altura de abertura de uma comporta (m).
- a_{max} altura de abertura máxima de uma comporta (m).
- B largura superficial da seção transversal de um canal (m)
- B índice de uma variável, cujo valor foi calculado no instante anterior na seção imediatamente posterior à seção de cálculo.
- B_{NO} coeficiente angular da equação do nó ($m^2.s^{-1}$).
- b largura da base da seção transversal de um canal (m).
- b_{com} largura da base da área de abertura de uma comporta (m).
- C índice de uma variável, cujo valor foi calculado no instante anterior na seção de cálculo.
- C_d coeficiente de descarga da comporta ().
- c celeridade de uma onda gravitacional ($m.s^{-1}$).
- D diâmetro da seção transversal de um canal circular (m).
- E_{NO} coeficiente linear da equação do nó ($m^3.s^{-1}$).
- F coeficiente da equação do elemento não canal ($m^3.s^{-1}$).
- F_{ax} força devida ao atrito na direção do eixo x (N).

- F_g força devida ao peso do líquido (N).
- F_{gx} força devida ao peso do líquido na direção do eixo x (N).
- F_{px} força neta devida à pressão nas seções de saída e de entrada do volume de controle (N).
- F_{rx} componente, na direção do eixo x, da resultante das forças que atuam sobre o volume de controle (N).
- f_{mas} fluxo neto de massa no volume de controle na direção do eixo x ($\text{Kg}\cdot\text{s}^{-2}$).
- f_{mov} fluxo neto de quantidade de movimento no volume de controle na direção do eixo x ($\text{Kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).
- G coeficiente da equação do elemento não canal ($\text{m}^6\cdot\text{s}^{-2}$).
- g aceleração da gravidade ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$).
- h profundidade do escoamento (m).
- h_{ch} profundidade de escoamento na curva-chave de jusante (m).
- h_{res} profundidade da água no interior do reservatório relativa ao "datum" que passa pelo fundo da seção de comunicação entre o canal e o reservatório (m).
- J_0 declividade do fundo do canal ().
- J_E declividade da linha de energia ().
- K coeficiente de rugosidade de Strickler ($\text{m}^{1/3}\cdot\text{s}^{-1}$).
- K_E coeficiente da equação do elemento não canal ($\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^2$).
- L comprimento do canal (m).
- m inclinação dos taludes de um canal: $m\text{H}:1\text{V}$ ().
- m_{com} inclinação dos taludes na seção da comporta: $m_{com}\text{H}:1\text{V}$ ().
- N número de trechos de discretização do canal ().
- NS número de seções transversais no canal após a discretização ().
- n coeficiente de rugosidade de Manning ($\text{m}^{-1/3}\cdot\text{s}$).
- P perímetro molhado da seção transversal de um canal (m).
- P índice de uma variável, cujo valor será calculado no instante atual na seção de cálculo.

- Q vazão ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- Q_{ch} vazão na curva-chave de jusante ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- Q_{P_c} vazão total dos canais que convergem a um nó ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- Q_{P_d} vazão total dos canais que divergem de um nó ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- Q_{P_z} vazão através do elemento não canal ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- $Q_{P_{no}}$ demanda localizada de vazão no nó ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- Q_{mas} vazão lateral em massa que entra no volume de controle ($\text{Kg}.\text{s}^{-1}$).
- q contribuição lateral de vazão por unidade de comprimento de canal ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$).
- R raio hidráulico da seção transversal de um canal (m)
- R índice de uma variável, cujo valor foi interpolado entre os valores das variáveis em A e C .
- S índice de uma variável, cujo valor foi interpolado entre os valores das variáveis em B e C .
- S_W somatório dos coeficientes lineares W da equação característica ($\text{m}.\text{s}^{-2}$).
- S_Z somatório dos coeficientes angulares Z da equação característica (s^{-1}).
- T_{mas} taxa de variação temporal da massa no interior do volume de controle ($\text{Kg}.\text{s}^{-1}$).
- T_{mov} taxa de variação temporal da quantidade de movimento no interior do volume de controle ($\text{Kg}.\text{m}.\text{s}^{-2}$).
- t coordenada de tempo (s).
- V velocidade média do escoamento ($\text{m}.\text{s}^{-1}$).
- x coordenada de posição (m).
- W coeficiente linear da equação característica ($\text{m}.\text{s}^{-1}$).
- W_{ch} coeficiente linear da equação de um segmento da curva-chave de jusante ($\text{m}^3.\text{s}^{-1}$).
- Z coeficiente angular da equação característica (s^{-1}).

- Z_{ch} coeficiente angular da equação de um segmento da curva-chave de jusante ($m^2.s^{-1}$).
- z cota do fundo em uma seção de um canal (m).
- z_{res} cota do reservatório em relação ao "datum" que passa pelo fundo da seção de comunicação entre o canal e o reservatório (m).
- α ângulo entre o fundo do canal e um plano horizontal (rd).
- ϕ ângulo central correspondente à profundidade de escoamento em um canal com seção transversal circular (rd).
- γ peso específico da água ($N.m^{-3}$).
- θ relação $\Delta t/\Delta x$ ($m^{-1}.s$).
- ρ massa específica da água ($Kg.m^{-3}$).
- ΔH perda de carga singular (m).
- Δt intervalo de tempo (s).
- Δx distância entre duas seções de cálculo consecutivas em um canal (m).
- Δz degrau ou desnível entre os fundos de dois canais (m).
- τ_0 coeficiente de atrito ($N.m^{-2}$).
- ζ_{mp} coeficiente de perda de carga na saída do reservatório de montante para o sentido positivo de fluxo ().
- ζ_{mn} coeficiente de perda de carga na saída do reservatório de montante para o sentido negativo de fluxo ().
- ζ_{jp} coeficiente de perda de carga na entrada do reservatório de jusante para o sentido positivo de fluxo ().
- ζ_{jn} coeficiente de perda de carga na entrada do reservatório de jusante para o sentido negativo de fluxo ().
- ζ_{cp} coeficiente de perda de carga na transição do tipo contração para o sentido positivo de fluxo ().
- ζ_{cn} coeficiente de perda de carga na transição do tipo contração para o sentido negativo de fluxo ().

ζ_{ep} coeficiente de perda de carga na transição do tipo expansão para o sentido positivo de fluxo ().

ζ_{en} coeficiente de perda de carga na transição do tipo expansão para o sentido negativo de fluxo ().

RESUMO

EVANDRO RIBEIRO BASTOS. **Modelo matemático para análise de fluxo transiente em rede de canais.** Lavras: UFLA, 1997. 136p. (Dissertação - Mestrado em Irrigação e Drenagem).*

Apresenta-se, neste trabalho, um modelo matemático para a simulação de fluxos transientes em redes de canais. As equações de Saint Venant foram integradas numericamente por um esquema explícito de diferenças finitas, com o auxílio do Método das Características. Utilizou-se algumas das condições de contorno mais freqüentes em redes de canais. O modelo foi testado com relação à simulação dos fluxos permanente e transiente em redes de canais. No teste do fluxo permanente, utilizou-se uma rede de canais, cujos resultados de simulação gerados pelo modelo foram comprovados pelos resultados obtidos por cálculo de remanso. No teste do fluxo transiente, utilizou-se uma rede de canais com dados de simulação encontrados na literatura e os resultados de simulação gerados pelo modelo foram comprovados pelos resultados da literatura. O modelo foi aplicado a uma rede de canais similar a uma rede de canais de irrigação, onde as capacidades do modelo foram demonstradas.

*Orientador: Prof. Eli Ferreira; Membros da Banca: Professores Antônio Marciano da Silva, Eli Ferreira e Thelma Safadi.

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODEL FOR ANALYSIS OF TRANSIENT FLOW IN OPEN-CHANNEL NETWORK

It comes, in this work, a mathematical model for the simulation of transient flows in open-channel networks. Saint Venant's equations were integrated numerically by a finite difference explicit scheme, with the aid of the Method of Characteristics. Some of the more frequent boundary conditions in open-channel networks were used. The model was tested in relationship to the simulation of the steady and transient flows in open-channel networks. In the test of the steady flow, it was used an open-channel network, whose simulation results generated by the model were proven for the results obtained by steady varied flow calculation. In the test of the transient flow, it was used an open-channel network with simulation data found in the literature and the simulation results generated by the model were proven for the results of the literature. The model was applied to an open-channel network similar to an irrigation open-channel network, where the capacities of the model were demonstrated.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a eficácia dos processos de condução e de distribuição de água vêm se constituindo num fator essencial ao estabelecimento de projetos de irrigação técnica e economicamente viáveis, sobretudo quando estes processos são realizados sob a forma de escoamento com superfície livre, isto é, através de canais. Entretanto, os fenômenos físicos que ocorrem no transporte de água através de uma rede de canais são complexos e requerem um estudo científico apurado.

O baixo desempenho de um sistema de irrigação pode estar ligado a deficiências na condução e na distribuição de água no sistema de canais. Uma das dificuldades enfrentadas pelos profissionais que militam no campo da irrigação é a ausência de um bom e completo instrumento de suporte de decisão, que possibilite uma visão ampla do sistema.

Em hidráulica de canais, pode-se distinguir dois tipos básicos de regime de escoamento: Permanente e Transiente (Não Permanente). Os problemas de escoamento com superfície livre, na maioria dos casos, constituem-se na análise de escoamentos

transientes, nos quais as variáveis de estado do escoamento, velocidade, vazão e profundidade, variam com o tempo. O regime permanente é caracterizado como uma fase do escoamento em que suas variáveis de estado permanecem constantes com o tempo, sendo, portanto, um caso particular do regime transiente.

Os escoamentos com superfície livre são regidos pelas equações básicas da hidráulica, entre elas as equações da Continuidade e da Quantidade de Movimento que, em conjunto, dão origem às chamadas equações de Saint Venant, sendo que estas constituem o ponto de partida para a solução dos problemas de escoamentos transientes em canais. As variáveis de estado destes escoamentos são determinadas através da integração das equações de Saint Venant, com o auxílio das equações que representam as diferentes condições de contorno.

No presente trabalho, foi apresentado um modelo matemático, envolvendo a resolução de um sistema de equações diferenciais parciais composto pelas equações de Saint Venant. A generalização das equações foi feita de forma a permitir o uso de diferentes condições de contorno na análise dos escoamentos em redes de canais. Com base no modelo matemático, elaborou-se um modelo computacional para a simulação de escoamentos permanente e transiente em redes de canais. Este modelo está apresentado ao longo do trabalho na forma de fluxogramas, que têm a finalidade de dar ao leitor uma idéia geral das principais rotinas de cálculo oriundas do modelo matemático.

Dessa forma, o presente trabalho pretende fornecer aos que militam na área de hidráulica de escoamentos com superfície livre uma ferramenta bastante ampla, dirigida principalmente aos profissionais das áreas de irrigação e de drenagem.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Regimes de escoamento em canais

Chow (1986) e French (1986) apresentam uma classificação para o escoamento de água em canais em função da variação da profundidade de escoamento (h) com o tempo (t) e com o espaço (x). Para distinguir o escoamento permanente do escoamento não permanente, utiliza-se, como critério, o tempo. O regime de escoamento em um canal é dito permanente se, em qualquer seção transversal ao longo do comprimento do canal, a profundidade de escoamento não varia com o tempo, ou seja, $\partial h / \partial t = 0$; caso contrário, o regime de escoamento é não permanente ou transiente, ou seja, $\partial h / \partial t \neq 0$. Para distinguir o escoamento uniforme do escoamento variado, o critério é o espaço. O regime de escoamento em canais é dito uniforme se a profundidade de escoamento é a mesma em qualquer seção transversal ao longo do comprimento do canal, ou seja, $\partial h / \partial x = 0$. Um regime de escoamento não permanente também pode, por hipótese, ser considerado uniforme, desde que a profundidade seja a mesma em qualquer seção transversal ao longo

do comprimento do canal a cada instante. O regime de escoamento é variado se a profundidade de escoamento varia ao longo do comprimento do canal, ou seja, $\partial h / \partial x \neq 0$. O regime de escoamento variado pode ainda ser classificado em gradualmente e rapidamente variado. O regime de escoamento é rapidamente variado se a profundidade de escoamento varia abruptamente em uma distância relativamente curta; caso contrário, o regime é gradualmente variado. A diferenciação entre fluxos permanente e não permanente depende do ponto de vista (posição) do observador e é mais uma classificação relativa do que absoluta.

Segundo Holly e Merkley (1993), o escoamento em canais de irrigação ocorre, na maioria das vezes, em regime lento. Porém, o regime rápido pode ocorrer em certos pontos do sistema de canais, sob determinadas condições de operação. O regime rápido geralmente está ligado a um ressalto hidráulico que pode ocorrer a jusante de uma estrutura de controle de fluxo, como, por exemplo, na seção de jusante de uma comporta.

2.2 Escoamento com superfície livre

O estudo de fenômenos transientes em redes de canais, causados por exemplo por operações de estruturas de controle de fluxo, pode servir como uma poderosa ferramenta para investigações sobre o desempenho, a operação e o gerenciamento de redes de canais. Os efeitos de fenômenos de natureza não

permanente podem causar influências importantes sobre a quantidade de água a ser derivada ao longo do tempo aos diversos pontos de demanda em uma rede de canais. Mudanças bruscas nos programas de operação de estruturas de controle de fluxo, causadas por algum tipo de falha mecânica por exemplo, podem requerer estudos de efeitos de fenômenos transientes. Este estudo também pode ser útil nos projetos de canais para a interligação de rios (Misra, Sridharan e Kumar, 1992).

O escoamento em canais e em rios é descrito matematicamente por duas equações diferenciais que representam as leis da conservação da massa e da quantidade de movimento. Estas equações (que estão apresentadas na seção da Metodologia) são as chamadas equações de Saint Venant e constituem um sistema de equações diferenciais parciais não linear (Tucci e Porto, 1982).

Chaudhry (1987), Subramanya (1988) e Tucci e Porto (1982) afirmam que as equações de Saint Venant não podem ser resolvidas por métodos analíticos, a menos que se façam simplificações que acarretam soluções imprecisas.

Liu, Feyen e Berlamont (1992) apresentaram um método baseado em diferenças finitas para controle de fluxo não permanente em canais, utilizando um esquema explícito e numericamente estável. Eles classificam os esquemas numéricos de diferenças finitas para a resolução de equações diferenciais parciais em explícitos e implícitos.

Segundo Garcia (1990), não obstante o esquema implícito possibilite a adoção de maiores intervalos de tempo, reduzindo o

tempo computacional, ele não garante que a solução seja fiel ao fenômeno físico real, pois há manobras que podem ocorrer num intervalo de tempo inferior ao adotado e não serem devidamente contempladas pelo modelo. O referido autor afirma que o Método Explícito das Características descreve o fenômeno físico com fidelidade e é bastante adequado ao estudo de redes, uma vez que facilita o tratamento de quaisquer condições de contorno.

Strelkoff e Falvey (1993) afirmam que a simulação do regime permanente durante um longo tempo resulta em uma considerável violação da conservação de massa. Se isto não ocorresse, seria possível diminuir os incrementos de tempo e de distância para um valor tal que decréscimos adicionais aos mesmos não mais produzissem mudanças nos resultados.

A equação diferencial do regime permanente gradualmente variado pode ser integrada por diversos métodos. Quando os cálculos são feitos por computador, pode-se usar um método numérico, como, por exemplo, o método de Runge-Kutta. Conforme Atkinson (1978), a integração por esse método é feita pela seguinte equação:

$$h_{n+1} = h_n + \frac{\Delta x}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.1)$$

onde,

h_n é a profundidade de escoamento na seção n de cálculo,

h_{n+1} é a profundidade de escoamento na seção $n+1$ de cálculo,

Δx é a distância entre duas seções de cálculo consecutivas e

k_1, k_2, k_3 e k_4 são coeficientes definidos por:

$$k_1 = f(x_n, h_n) \quad (2.2)$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{1}{2}\Delta x, h_n + \frac{1}{2}\Delta x k_1\right) \quad (2.3)$$

$$k_3 = f\left(x_n + \frac{1}{2}\Delta x, h_n + \frac{1}{2}\Delta x k_2\right) \quad (2.4)$$

$$k_4 = f(x_n + \Delta x, h_n + \Delta x k_3) \quad (2.5)$$

Nas equações (2.2), (2.3), (2.4) e (2.5), x_n é a distância correspondente à posição da seção n de cálculo.

Conforme Rogers e Merkle (1993), o Método das Características proporciona resultados precisos, mas, algumas vezes, requer maior tempo de execução computacional.

Segundo Wylie e Streeter (1983), no Método das Características, para aplicação geral em canais, o tamanho do intervalo de tempo é limitado pela condição de Courant, e os trechos têm que ser aproximadamente iguais em comprimento para reduzir os erros de interpolação. Durante transientes lentos, a observância da condição de Courant produz uma solução antieconômica em termos de tempo de execução computacional e, na modelação de canais naturais, a igualdade entre os comprimentos dos trechos é uma condição restritiva.

Para o estudo do escoamento transiente em canais, é necessário determinar a celeridade com a qual uma onda se move ao longo da superfície de um líquido em repouso em relação à própria onda. Segundo Bakhmeteff (1932), deve-se notar que a palavra

"celeridade" é propositadamente usada de modo a diferenciar a velocidade com a qual a onda viaja em relação à superfície, a partir da velocidade atual com a qual as partículas líquidas são animadas em seu fluxo através da seção transversal. A definição matemática da celeridade é apresentada na seção da Metodologia.

No caso de redes, utiliza-se o equacionamento no nó (que é apresentado na seção da Metodologia), o qual, segundo Ávila (1975), Vennard e Street (1978) e Streeter e Wylie (1982), é uma aplicação do princípio da continuidade, ou seja, a soma das vazões que chegam a um nó é igual a soma das vazões que saem deste nó.

A ASCE (1993), avaliando os programas de computador disponíveis para a análise de escoamentos em canais, com base na aplicabilidade do programa às diversas condições de operação, principalmente em redes de canais, na precisão dos resultados gerados pelo programa e na qualidade da interface do programa com o usuário, verificou a necessidade de melhorias nesses programas com relação aos aspectos avaliados e concluiu que os mesmos programas geralmente exigem que o usuário esteja bem familiarizado com os problemas de escoamento transiente em canais.

Strelkoff e Falvey (1993) recomendam que os modelos sejam testados em condições de fluxos hipotéticos severos para descobrir eventuais fragilidades. Dizem também que a causa de uma dificuldade na simulação, às vezes, pode ser identificada

rapidamente pelo exame dos perfis dos gráficos traçados durante uma simulação.

Segundo Burt e Gartrell (1993), há muitos programas de computador disponíveis para a análise de escoamentos em sistemas de canais, porém poucos deles podem ser considerados como de fácil utilização à média dos engenheiros e técnicos, devido à complexidade geral que o problema envolve. Entretanto, se bem utilizados, esses programas constituem-se em ferramentas bastante úteis nos estudos de previsão de diversas situações de controle de fluxo em canais.

Conforme Liu, Feyen e Berlamont (1992), os problemas de escoamento transiente em canais podem ser classificados como de simulação e de operação. No problema simulação, o objetivo é prever vazões e profundidades de escoamento nos canais, sob determinadas condições de operação do sistema. No problema operação, o objetivo é definir a vazão de entrada no canal, ou a programação de operação de estruturas de controle de fluxo, para obter e manter a demanda de vazão na extremidade jusante do canal, ou em pontos específicos da rede de canais.

Reddy, Dia e Oussou (1992) propuseram um algoritmo de controle de abertura de comportas a fim de manter um nível d'água constante na extremidade jusante de um trecho de canal. O algoritmo possui a capacidade de admitir a presença de perturbações externas arbitrárias, as quais geram variações nas condições de escoamento.

Joliffe (1984) apresentou um modelo matemático para a simulação de fluxos em redes de canais. Para demonstrar a aplicação do modelo proposto, examinou os fluxos durante o aumento da rede, mostrado na Figura 2.1. Esse aumento se deu em 3 fases, chamadas seqüencialmente de "Rede A", "Rede B" e "Rede C". A "Rede A" foi composta de 4 canais colineares; na "Rede B", foram acrescentados 3 canais perpendiculares aos da "Rede A", inseridos nos nós localizados, respectivamente, entre o primeiro e o segundo, o segundo e o terceiro e o terceiro e o quarto canais da "Rede A"; na "Rede C", foram acrescentados canais paralelos aos da "Rede A", unindo as extremidades finais dos canais perpendiculares da "Rede B" e originando 2 malhas na rede. Todos os canais da rede têm comprimento de 1000 m, largura de base igual a 5,0 m, inclinação dos taludes de 1:1, coeficiente de Manning de $0,02 \text{ s/m}^{(1/3)}$, declividade do fundo de 0,0001 m/m e foram discretizados de tal modo que cada canal ficou com 11 seções computacionais. O fluxo uniforme inicial foi estabelecido com uma profundidade de escoamento de 0,2 m em toda a rede, sendo que a vazão de entrada era constante e igual a $0,17 \text{ m}^3/\text{s}$. O transiente simulado foi originado por uma variação da entrada de água na rede: a vazão de entrada, $0,17 \text{ m}^3/\text{s}$, aumentou linearmente até $4,83 \text{ m}^3/\text{s}$ em 1 h; a partir deste instante de pico, voltou a cair, também de forma linear, até retornar aos $0,17 \text{ m}^3/\text{s}$ em 1 h. O tempo de simulação foi de 5 h. Na Figura 2.2, estão apresentados o hidrograma na entrada da rede e os batigramas nos

nós 2, 3 e 4 para as 3 fases de evolução da rede, "Rede A", "Rede B" e "Rede C".

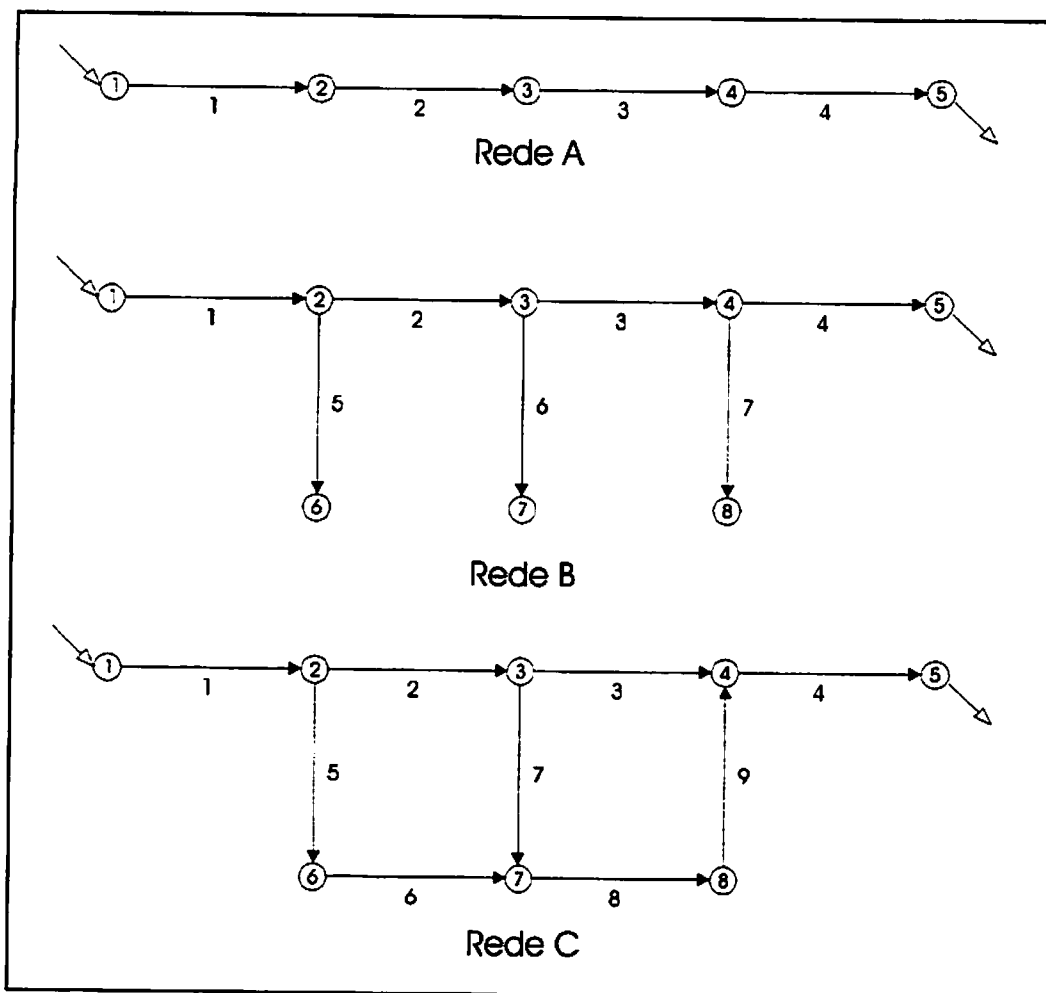


FIGURA 2.1 - Redes utilizadas por Joliffe (1984).

Schulte e Chaudhry (1987) apresentaram um algoritmo de solução simultânea baseado no método de Newton-Raphson que foi usado para analisar fluxos gradualmente variados em redes de canais com escoamento em regime permanente.

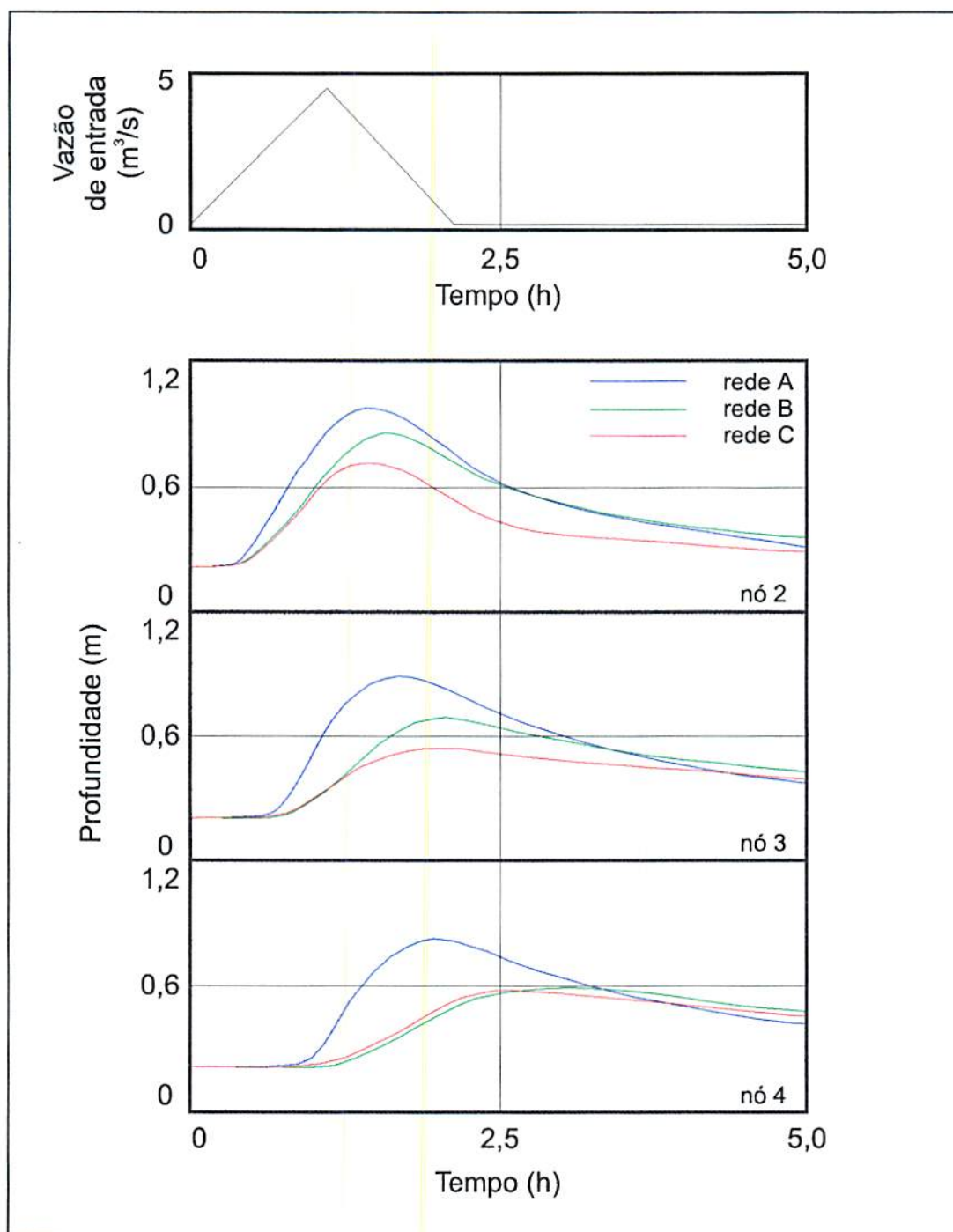


FIGURA 2.2 - Gráficos dos resultados apresentados por Joliffe (1984).

Pelo exposto neste subitem, optou-se por apresentar o modelo matemático proposto baseando-se na integração das equações

de Saint Venant através de um esquema explícito de diferenças finitas, com o auxílio do Método das Características. Neste subitem, encontram-se também as bases necessárias à avaliação do modelo com relação à simulação dos regimes de escoamento permanente e transiente em redes de canais.

2.3 Estruturas hidráulicas

Comporta

Segundo Rajaratnam e Subramanya, citados por Ranga Raju (1981), a vazão sob uma comporta vertical (esquematisada na Figura 2.3) em canal retangular pode ser expressa pela seguinte equação:

$$q = C_d a \sqrt{2 g \Delta h} \quad (2.6)$$

onde,

a é a altura de abertura da comporta,

C_d é o coeficiente de descarga (ou de vazão) da comporta,

g é a aceleração da gravidade,

q é a vazão por unidade de largura da comporta e

Δh é um valor dependente da submergência do fluxo, ou seja:

♦ para fluxo livre,

$$\Delta h = h_1 - C_c a \quad (2.7)$$

onde, por sua vez,

C_c é o coeficiente de contração da comporta e

h_1 é o valor da carga hidráulica à montante da comporta.

♦ para fluxo afogado (submerso),

$$\Delta h = h_1 - h_2 \quad (2.8)$$

onde, por sua vez,

h_2 é o valor da carga hidráulica na seção contraída.

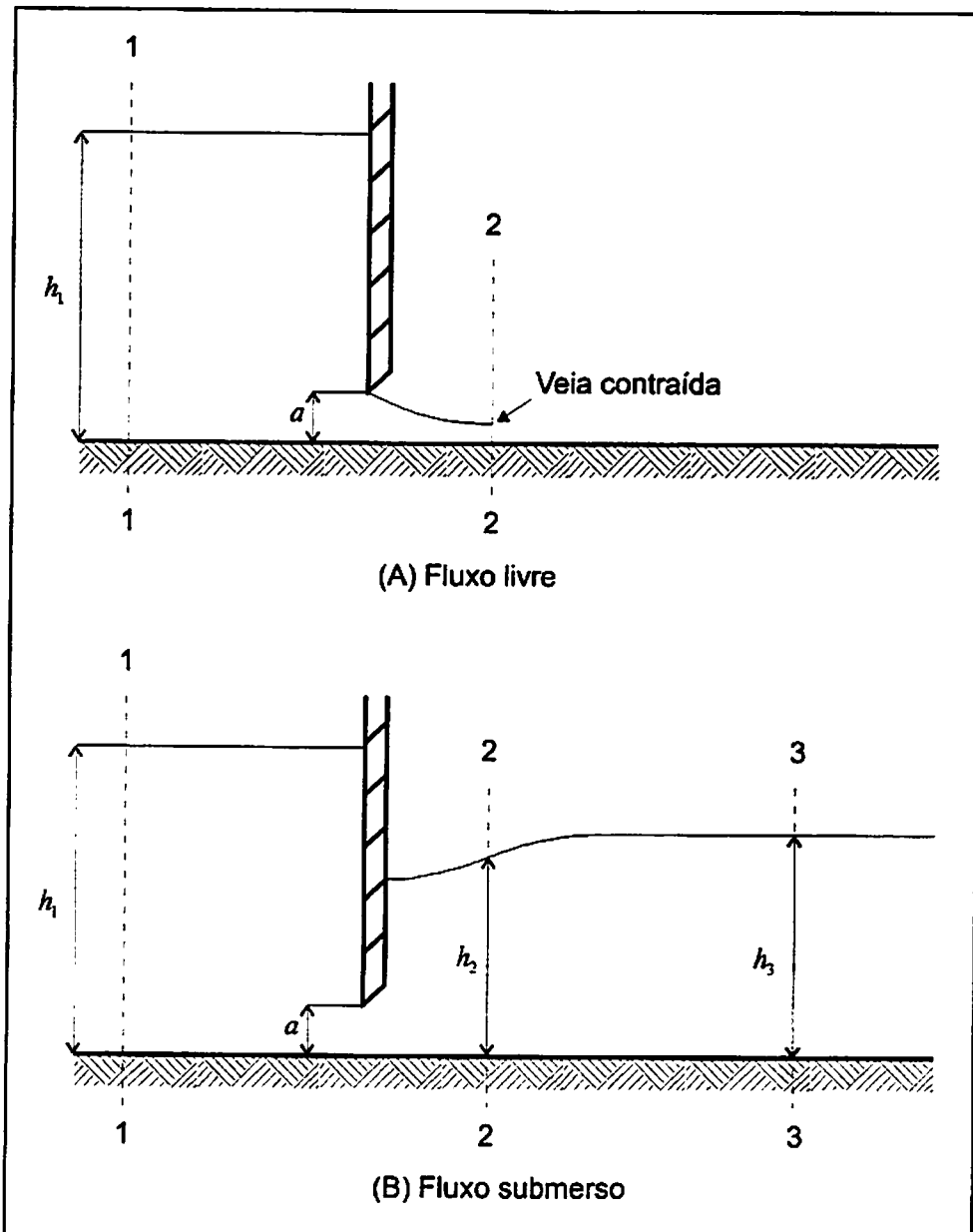


FIGURA 2.3 - Fluxos livre e submerso sob uma comporta vertical.

Os valores do coeficiente de descarga, segundo Ranga Raju (1981), independem da condição de fluxo livre ou submerso, o que pode ser observado pelo exame da Figura 2.4.

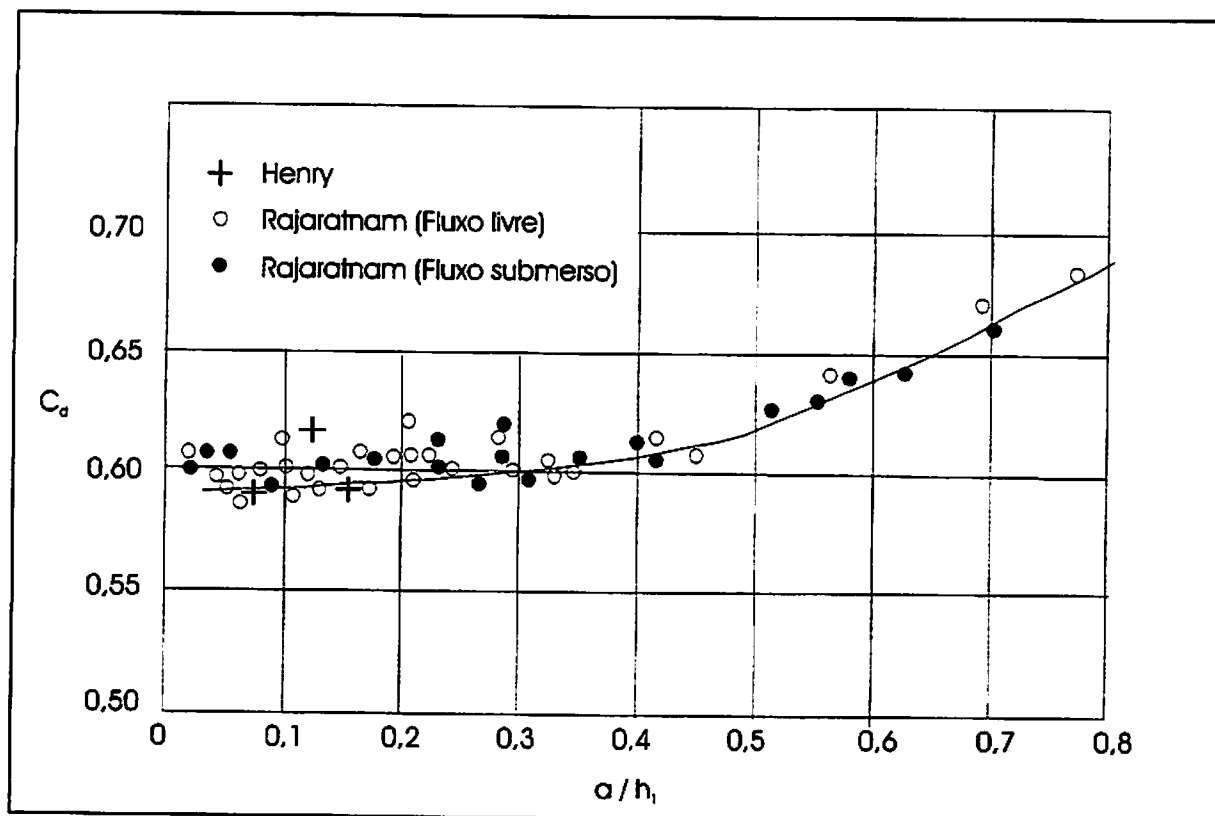


FIGURA 2.4 - Coeficiente de vazão na comporta vertical.

Transições

A transição em um canal é uma estrutura projetada para mudar a forma ou a área da seção transversal de fluxo.

Formica, segundo Henderson (1966), indica, através de experimentação, que a perda de carga nestas estruturas é de até $0,23(V_3^2/2g)$ (o índice 3 refere-se à seção de jusante da transição) para contrações de limite quadrado em canais retangulares e de

até $0,11(V_3^2/2g)$ quando o limite é arredondado, como, por exemplo, o tipo quadrante de cilindro.

Segundo Chow (1986), os valores do coeficiente de perda de carga nas transições entre canal e calha ou túnel, para a entrada, (C_i) e para a saída, (C_o), estão apresentados na Tabela 2.1.

TABELA 2.1 - Coeficientes de perda de carga em transições.

Tipo de Transição	C_i	C_o
Curvado	0,10	0,20
Quadrante de cilindro	0,15	0,25
Linha reta simplificada	0,20	0,30
Linha reta	0,30	0,50
Limite quadrado	0,30	0,75

Neste subitem, foram abordados os aspectos referentes ao coeficiente de descarga em comportas verticais e ao coeficiente de perda de carga em transições. Esta abordagem constituiu a fonte de dados de simulação para o coeficiente de descarga das comportas e para o coeficiente de perda de carga nas transições, que são estruturas hidráulicas componentes da rede de canais do exemplo de aplicação do modelo apresentado na seção de Resultados.

3 METODOLOGIA

3.1 Equações básicas do escoamento não permanente em canais

3.1.1 Considerações iniciais

As equações da continuidade e da quantidade de movimento podem ser especificadas ao caso do escoamento não permanente com superfície livre, desde que sejam admitidas determinadas hipóteses. Conforme Chaudhry (1987) e Tucci e Porto (1982), pode-se fazer as seguintes simplificações: 1- o escoamento é considerado unidimensional (admite-se que as grandezas características do escoamento tenham componentes predominantes na direção longitudinal do canal, desprezando-se as variações nas outras direções); 2- a superfície livre ao longo de cada seção transversal é horizontal, ou seja, os trechos de canal são considerados retilíneos; 3- a distribuição de pressões em cada seção transversal é hidrostática, pois a velocidade média do escoamento é relativamente baixa e o leito do canal é uniforme; 4- o líquido é incompressível e homogêneo, ou seja, a massa

específica do líquido não é função da posição ou do tempo; 5- chamando-se de α o ângulo formado entre um plano horizontal e o fundo do canal, admite-se que $\cos\alpha \cong 1$, pois a declividade do fundo dos canais é geralmente pequena; 6- o leito e as margens são fixos e impermeáveis e o declive do fundo é constante; 7- a variação das seções transversais é gradual, ou seja, não existem variações geométricas bruscas que provocariam correspondentes variações bruscas no escoamento. 8- O escoamento é não permanente e gradualmente variado (as grandezas hidráulicas características do escoamento são contínuas e deriváveis em relação à posição e ao tempo); 9- o cálculo da perda de carga em regime transiente pode ser efetuado usando-se as equações para regime permanente e uniforme.

Levando-se em conta as considerações apresentadas, obter-se-á as equações básicas do escoamento não permanente gradualmente variado.

3.1.2 Equação da continuidade

Considerando-se o escoamento através do volume de controle apresentado na Figura 3.1 e baseando-se em Wylie e Streeter (1983) e em Chaudhry (1987), pode-se enunciar a lei de conservação de massa, aplicada ao escoamento não permanente em canais, como a taxa de variação temporal da massa no interior do volume de controle (T_{mas}) sendo igual à soma da vazão lateral em

massa que entra no volume de controle (Q_{mas}) com o fluxo neto de massa na direção longitudinal do volume de controle (f_{mas}), isto é:

$$T_{mas} = Q_{mas} + f_{mas} \quad (3.1)$$

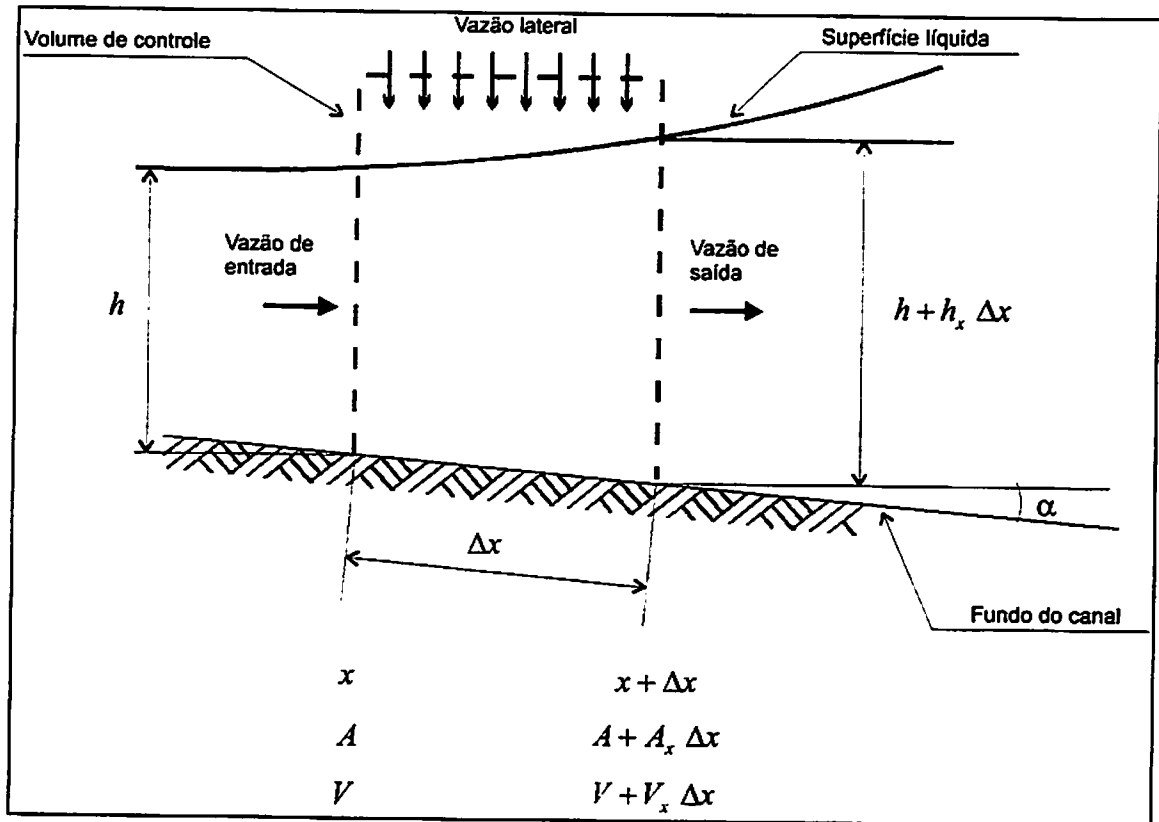


FIGURA 3.1 - Volume de controle para a equação da continuidade.

A taxa de variação temporal da massa dentro do volume de controle (T_{mas}) pode ser matematicamente escrita como:

$$T_{mas} = (\rho \Delta x A)_t$$

onde,

A é a área da seção transversal, ocupada pela água, do canal, definida por:

♦ para seção transversal trapezoidal,

$$A = b h + m h^2 \quad (3.2)$$

onde, por sua vez,

b é a largura da base da seção transversal do canal;

h é a profundidade do escoamento e

m é a inclinação dos taludes do canal.

♦ para seção transversal circular,

$$A = \frac{D^2}{8} (\phi - \text{sen} \phi) \quad (3.3)$$

onde, por sua vez,

D é o diâmetro da seção transversal do canal e

ϕ é o ângulo central correspondente à profundidade de escoamento.

t é a coordenada de tempo;

ρ é a massa específica da água e

Δx é a distância entre duas seções consecutivas de cálculo no canal.

Mas, como ρ e Δx são constantes neste trabalho,

$$T_{mas} = \rho \Delta x A_t \quad (3.4)$$

A vazão lateral em massa que entra no volume de controle (Q_{mas}) pode ser matematicamente escrita como:

$$Q_{mas} = \rho \Delta x q \quad (3.5)$$

onde, q é a contribuição lateral de vazão por unidade de comprimento do canal.

O fluxo neto de massa na direção longitudinal do volume de controle (f_{mas}) é dado pela diferença entre o fluxo de massa que entra no volume de controle e o fluxo de massa que sai do volume de controle, isto é:

$$f_{mas} = -(\rho AV)_x \Delta x$$

onde,

V é a velocidade média do escoamento e

x é a coordenada de posição.

Mas, como ρ é constante,

$$f_{mas} = -\rho (AV)_x \Delta x$$

Expandindo-se a derivada $(AV)_x$, tem-se a equação do fluxo neto longitudinal de massa:

$$f_{mas} = -\rho \Delta x (V A_x + AV_x) \quad (3.6)$$

Substituindo-se as equações (3.4), (3.5) e (3.6) na equação (3.1), tem-se:

$$\rho \Delta x A_t = \rho \Delta x q - \rho \Delta x (V A_x + AV_x)$$

Dividindo-se todos os termos da equação anterior por $\rho \Delta x$ e explicitando-se q , resulta em:

$$A_t + V A_x + AV_x = q \quad (3.7)$$

Esta equação também pode ser escrita com a notação convencional para as derivadas parciais:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} = q$$

A equação (3.7) é a equação diferencial parcial da continuidade ou da conservação da massa aplicada ao escoamento não permanente em canais.

Utilizando-se da equação $V = Q/A$, pode-se rescrever a equação (3.7) em função da vazão do escoamento (Q), ou seja:

$$A_t + \frac{Q}{A} A_x + A \left(\frac{Q}{A} \right)_x = q$$

Expandindo-se a derivada $(Q/A)_x$ e rearranjando-se a equação anterior, tem-se:

$$A_t + Q_x = q \tag{3.8}$$

Na equação (3.8), é importante notar que, se $q > 0$, há afluxo lateral de massa no volume de controle. Caso contrário, se $q < 0$, há efluxo lateral de massa no volume de controle. Assumindo-se uma contribuição lateral nula, para o caso de se ter um efluxo positivo ($Q_x > 0$), a vazão que sai é maior do que a que entra no volume de controle, e ocorre, de acordo com a equação da continuidade (3.8), uma diminuição na profundidade do escoamento, ou, em termos de área de fluxo, ($A_t < 0$). Caso contrário, se ($Q_x < 0$), há um acúmulo de massa no volume de controle e a área de fluxo assim como a profundidade devem aumentar ($A_t > 0$).

3.1.3 Equação da quantidade de movimento

A equação da quantidade de movimento, baseando-se em Wylie e Streeter (1983) e Chaudhry (1987) e utilizando-se do volume de controle apresentado na Figura 3.2, é escrita de acordo com a lei da conservação da quantidade de movimento, segundo a qual a taxa de variação temporal da quantidade de movimento associada à massa no interior do volume de controle (T_{mov}) é igual à soma da resultante das forças que atuam sobre o volume de controle na direção longitudinal do canal (F_{rx}) com o fluxo neto de quantidade de movimento no volume de controle na direção longitudinal do canal (f_{mov}), isto é:

$$T_{mov} = F_{rx} + f_{mov} \quad (3.9)$$

A taxa de variação temporal da quantidade de movimento associada à massa no interior do volume de controle (T_{mov}) pode ser matematicamente escrita como:

$$T_{mov} = \left(\frac{\gamma}{g} \Delta x A V \right) ,$$

onde,

g é a aceleração da gravidade e

γ é o peso específico da água.

Sendo constantes γ , Δx e g ,

$$T_{mov} = \frac{\gamma}{g} \Delta x (A V) ,$$

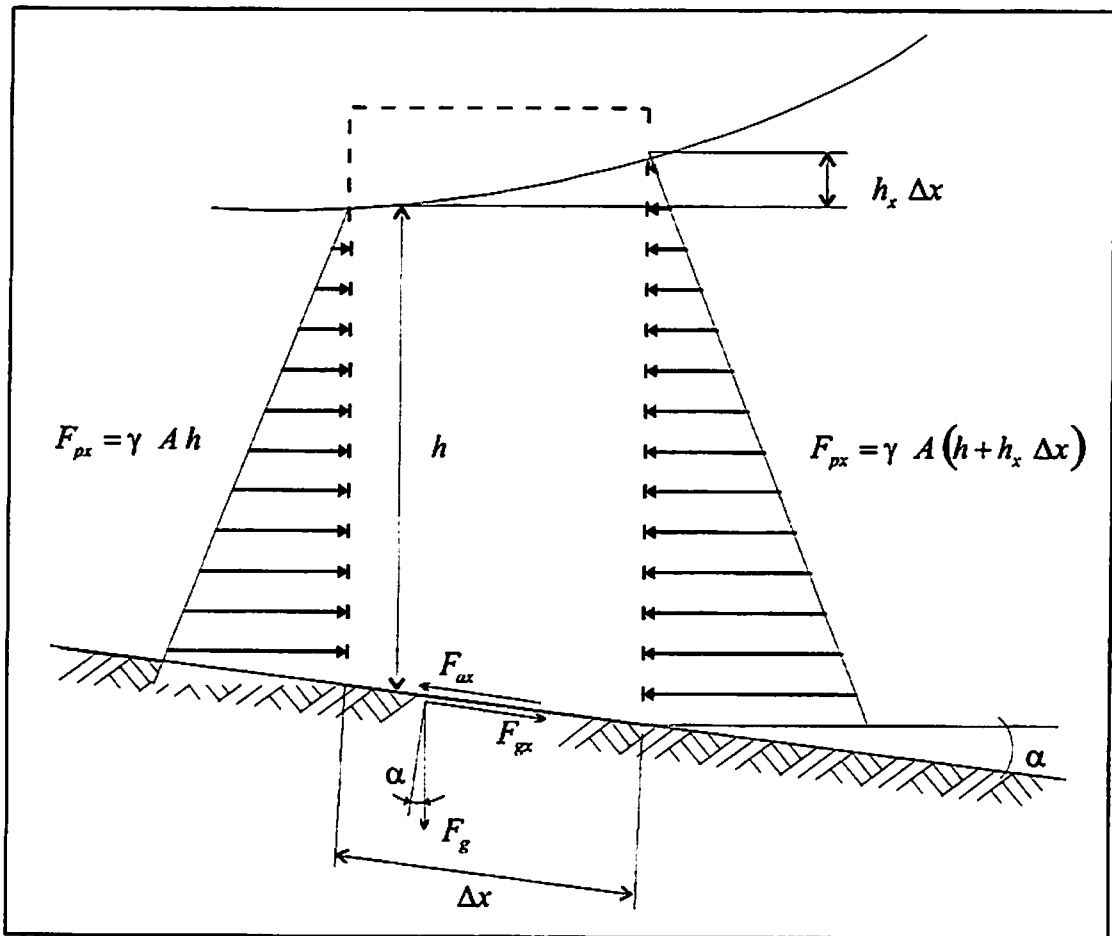


FIGURA 3.2 - Volume de controle para a equação da quantidade de movimento.

Expandindo-se a derivada $(AV)_t$, tem-se:

$$T_{mov} = \frac{\gamma}{g} \Delta x (V A_t + A V_t) \quad (3.10)$$

Na direção longitudinal do canal, a resultante das forças que atuam sobre o volume de controle (F_x) é composta pela força de pressão hidrostática neta sobre as duas faces do volume de controle (F_{px}), pela componente da força peso do líquido (F_{gx}) e pela força devida ao atrito (F_{ax}).

A força de pressão hidrostática neta sobre as duas faces do volume de controle (F_{px}) pode ser matematicamente escrita como:

$$F_{px} = -(\gamma h A)_x \Delta x$$

Como γ é constante e a área de fluxo (A), para efeito de cálculo da força de pressão hidrostática, na seção final do volume de controle, foi considerada igual à área de fluxo da seção inicial,

$$F_{px} = -\gamma \Delta x A h_x \quad (3.11)$$

A componente da força peso do líquido do volume de controle na direção longitudinal do canal (F_{gx}) pode ser matematicamente escrita como:

$$F_{gx} = F_g \text{ sen } \alpha$$

onde,

F_g é a força devida ao peso do líquido e

α é o ângulo formado entre um plano horizontal e o fundo do canal.

Examinando-se a Figura 3.2, pode-se concluir que:

$$F_g = \gamma \Delta x A \quad \text{e} \quad J_0 = \text{sen } \alpha$$

onde, J_0 é a declividade do fundo do canal.

Então, a componente da força peso do líquido do volume de controle na direção longitudinal do canal pode ser reescrita como:

$$F_{gx} = \gamma \Delta x A J_0 \quad (3.12)$$

Genericamente, a força devida ao atrito em canais (F_{ax}) é calculada por:

$$F_{ax} = -\tau_0 A_{mo}$$

onde,

A_{mo} é a área molhada das paredes do canal, definida por:

$$A_{mo} = \Delta x P \quad (3.13)$$

onde, por sua vez, P é o perímetro molhado da seção transversal do canal, definido por:

♦ para seção transversal trapezoidal,

$$P = b + 2h\sqrt{m^2 + 1} \quad (3.14)$$

♦ para seção transversal circular,

$$P = \frac{D}{2} \phi \quad (3.15)$$

τ_0 é o coeficiente de atrito.

Tem-se, então, que:

$$F_{ax} = -\tau_0 \Delta x P \quad (3.16)$$

Para se obter a equação final da força devida ao atrito (F_{ax}), considera-se o regime de escoamento como permanente e uniforme. Neste regime, a taxa de variação temporal da quantidade de movimento associada à massa no interior do volume de controle e o fluxo neto da quantidade de movimento na direção longitudinal do canal são termos nulos na equação da quantidade de movimento. Assim, esta equação fica resumida à componente da resultante das

forças que atuam sobre o volume de controle na direção longitudinal do canal, ou seja:

$$F_{rx} = -F_{px} + F_{gx} - F_{ax} = 0$$

Porém, no regime de escoamento permanente e uniforme, a força de pressão hidrostática neta sobre as duas faces do volume de controle é um termo nulo na equação anterior, logo,

$$F_{ax} = F_{gx}$$

Pode-se, então, igualar as equações (3.16) e (3.12), obtendo-se:

$$\tau_0 \Delta x P = \gamma \Delta x A J_0$$

Explicitando-se τ_0 ,

$$\tau_0 = \gamma \frac{A}{P} J_0$$

A relação A/P é chamada de raio hidráulico (R), que é definido como:

$$R = \frac{A}{P} \tag{3.17}$$

Logo,

$$\tau_0 = \gamma R J_0$$

No regime de escoamento permanente e uniforme,

$$\text{sen } \alpha \cong \text{tg } \alpha \Rightarrow J_0 \cong J_E$$

onde, J_E é a declividade da linha de energia, definida por:

$$J_E = \frac{V |V|}{K^2 R^{(4/3)}} \tag{3.18}$$

onde, por sua vez, K é o coeficiente de rugosidade de Strickler. Então, a equação de τ_0 é rescrita como:

$$\tau_0 = \gamma R J_E \quad (3.19)$$

Substituindo-se a equação (3.19) na equação (3.16) e sabendo-se que $R = A/P$, tem-se a equação final da força devida ao atrito:

$$F_{ax} = -\gamma \Delta x A J_E \quad (3.20)$$

Somando-se algebricamente as equações (3.11), (3.12) e (3.20), tem-se a equação da componente da resultante das forças que atuam sobre o volume de controle na direção longitudinal do canal:

$$\begin{aligned} F_{rx} &= -\gamma \Delta x A h_x + \gamma \Delta x A J_0 - \gamma \Delta x A J_E \\ F_{rx} &= \gamma \Delta x A (-h_x + J_0 - J_E) \end{aligned} \quad (3.21)$$

O fluxo neto da quantidade de movimento no volume de controle na direção longitudinal do canal (f_{mov}) é dado pela diferença entre o fluxo da quantidade de movimento na entrada do volume de controle e o fluxo da quantidade de movimento na saída do volume de controle, isto é:

$$f_{mov} = -\left(\frac{\gamma}{g} A V^2\right)_x \Delta x$$

Como γ e g são constantes,

$$f_{mov} = -\frac{\gamma}{g} \Delta x (A V^2)_x$$

Expandindo-se a derivada $(A V^2)_x$, tem-se:

$$f_{mov} = -\frac{\gamma}{g} \Delta x (V^2 A_x + 2 AV V_x) \quad (3.22)$$

Substituindo-se as equações (3.10), (3.21) e (3.22) na equação (3.9), resulta em:

$$\frac{\gamma}{g} \Delta x (V A_t + AV_t) = \gamma \Delta x A (-h_x + J_0 - J_E) - \frac{\gamma}{g} \Delta x (V^2 A_x + 2 AV V_x) \quad (3.23)$$

Dividindo-se a equação (3.23) por $\frac{\gamma \Delta x A}{g}$, tem-se:

$$\frac{1}{A} (V A_t + AV_t) = g (-h_x + J_0 - J_E) - \frac{1}{A} (V^2 A_x + 2 AV V_x)$$

$$\frac{1}{A} (V A_t + AV_t) + \frac{1}{A} (V^2 A_x + 2 AV V_x) = g (-h_x + J_0 - J_E)$$

$$\frac{V}{A} A_t + V_t + \frac{V^2}{A} A_x + 2V V_x = -g h_x + g (J_0 - J_E)$$

$$V_t + V V_x + g h_x + \frac{V}{A} A_t + \frac{V^2}{A} A_x + V V_x = g (J_0 - J_E)$$

$$V_t + V V_x + g h_x + \frac{V}{A} (A_t + V A_x + AV_x) = g (J_0 - J_E) \quad (3.24)$$

Na equação (3.24), a expressão entre parênteses no primeiro membro corresponde, de acordo com a equação da continuidade (3.7), à vazão lateral por unidade de comprimento de canal (q). Assim, da substituição da equação (3.7) na equação (3.24), resulta:

$$V_t + V V_x + g h_x + \frac{V}{A} q = g (J_0 - J_E) \quad (3.25)$$

Esta equação também pode ser escrita com a notação convencional para as derivadas parciais:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{Vq}{A} = g(J_o - J_E)$$

A equação (3.25) é a equação diferencial parcial da quantidade de movimento aplicada ao escoamento não permanente em canais, onde, os termos

V_t representa a aceleração local;

VV_x representa a aceleração convectiva;

$V_t + VV_x$ representa a aceleração total;

gh_x representa a força de pressão hidrostática por unidade de massa;

$\frac{Vq}{A}$ representa a quantidade de movimento da contribuição lateral por unidade de massa e

$g(J_o - J_E)$ representa a diferença entre as forças peso e atrito por unidade de massa.

Desprezando-se o termo da quantidade de movimento da contribuição lateral por unidade de massa, rearranjando-se e dividindo-se a equação (3.25) por g , tem-se a equação da quantidade de movimento na forma que permite a interpretação dos tipos de escoamentos em função da importância relativa dos termos da equação:

♦ escoamento não permanente e não uniforme,

$$J_E = J_0 - h_x - \frac{V}{g} V_x - \frac{1}{g} V_t \quad (3.26)$$

♦ escoamento permanente e não uniforme,

$$J_E = J_0 - h_x - \frac{V}{g} V_x \quad (3.27)$$

♦ escoamento permanente e uniforme,

$$J_E = J_0 \quad (3.28)$$

3.2 Solução das equações básicas

As equações de Saint Venant, (3.7) e (3.25), constituem um sistema de equações diferenciais parciais não linear que não pode ser resolvido de forma exata por meios analíticos. Faz-se necessário, então, a adoção de um esquema numérico que possa resolver as equações com um nível aceitável de precisão e de compatibilidade com o fenômeno físico.

O esquema numérico a ser aplicado sobre o sistema de equações diferenciais parciais baseia-se na adoção de uma malha (Figura 3.3) disposta na forma de um plano posição X tempo, ou plano (x,t) . O comprimento do canal (L) é dividido em um número N de trechos de comprimento Δx , acarretando um número $NS = N + 1$ de posições de cálculo (seções transversais) ao longo do canal. No eixo dos tempos, os pontos são separados por um intervalo de tempo Δt . Os cruzamentos no plano (x,t) , das linhas dos tempos com as perpendiculares ao eixo x , que partem dos pontos representantes das seções em que foi dividido longitudinalmente o canal, formam o que se chama malha de cálculo, composta por pontos discretos sobre os quais a solução numérica evoluirá. A notação para as variáveis na malha de cálculo está apresentada na Figura 3.4.

No instante inicial ($t=0$), os valores das variáveis dependentes, V e h , devem ser conhecidos em todas as posições i de cálculo. A este conjunto de valores iniciais dá-se o nome de

condição inicial, que, usualmente, é um regime permanente. Nas extremidades do canal, posições 1 e NS , as equações representativas das condições de contorno são resolvidas em conjunto com as equações oriundas do esquema numérico.

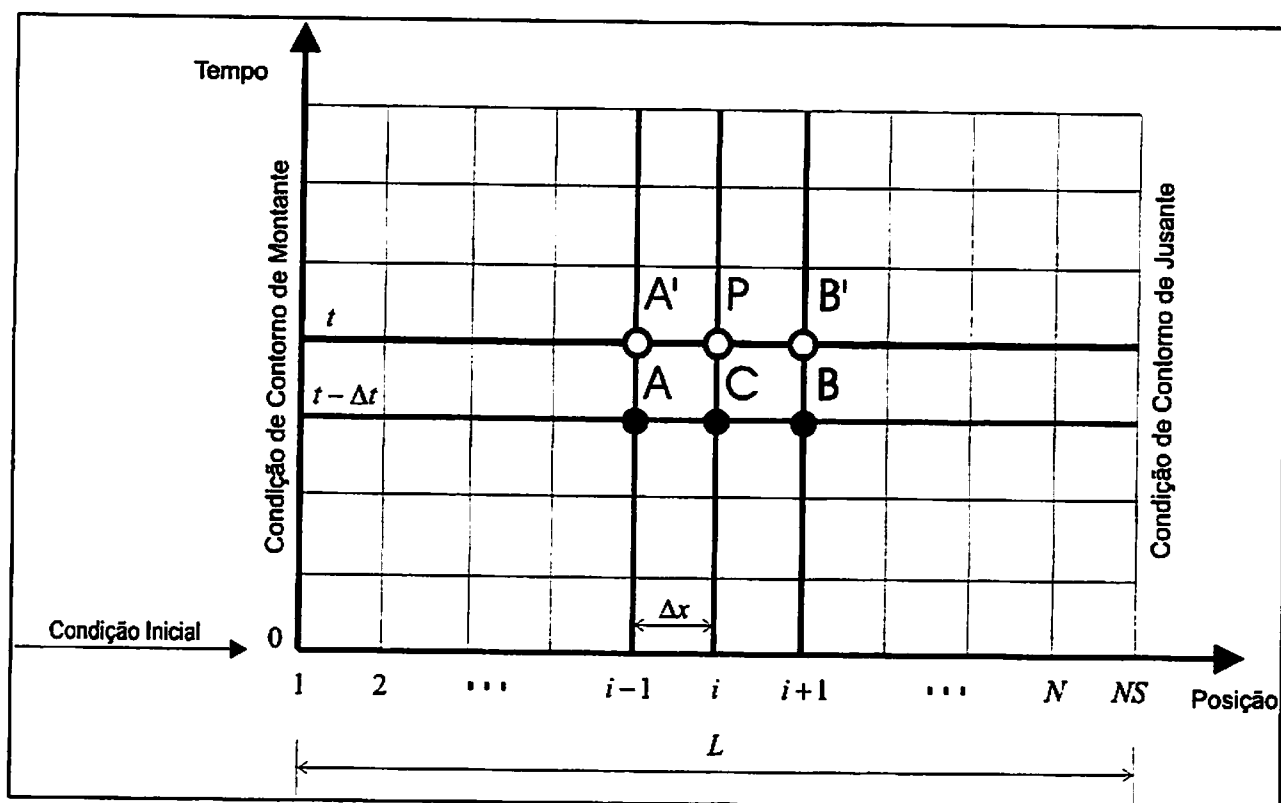


FIGURA 3.3 - Esquema da malha de cálculo.

Um sistema de equações de diferenças, associado ao sistema composto pelas equações (3.7) e (3.25), será desenvolvido utilizando-se, de acordo com a Figura 3.4, a seguinte notação: i para indexar a seção de cálculo, P é o índice de uma variável cujo valor da grandeza será determinado no instante t , (h_P, V_P) , e

a ausência do índice significa que o valor é conhecido no instante anterior, naquela seção, (h_i, V_i) .

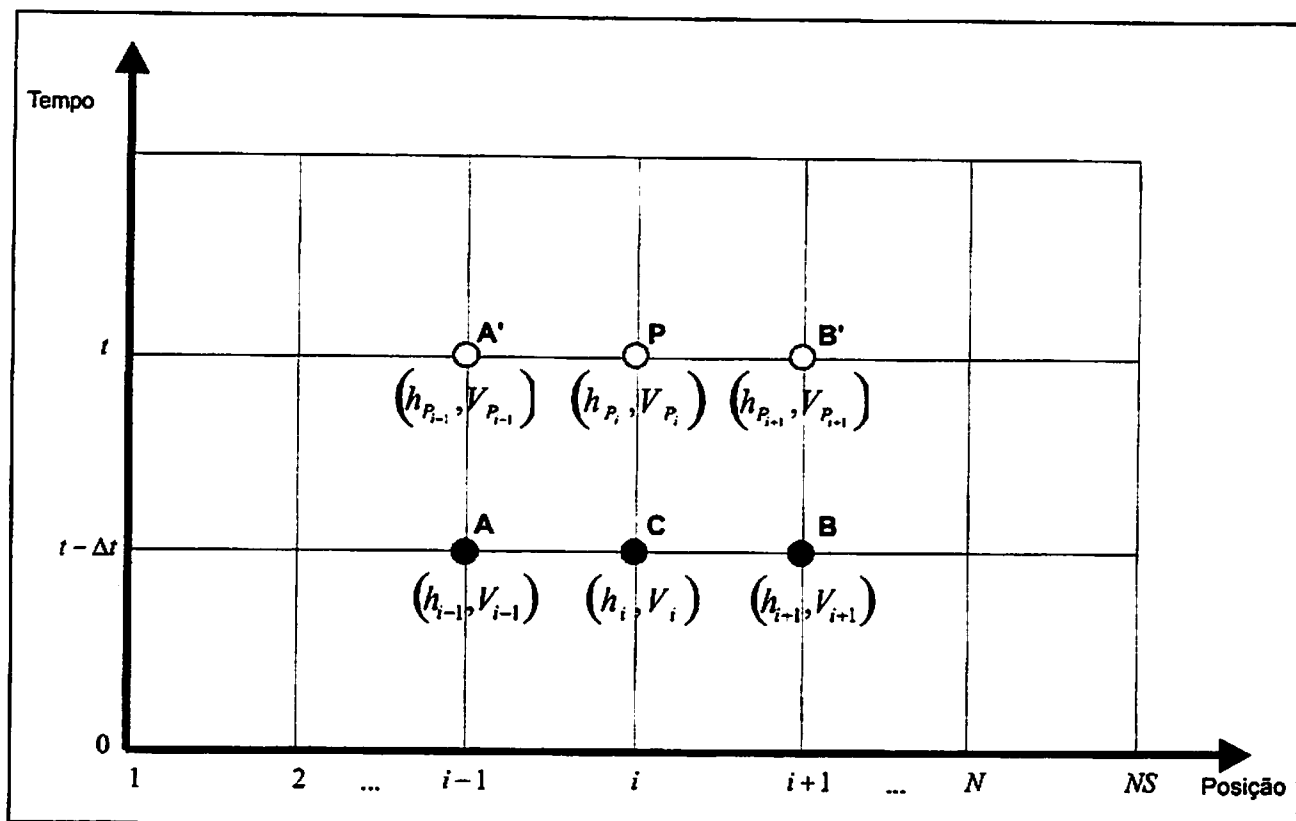


FIGURA 3.4 - Notação na malha de cálculo.

Conforme Chaudhry (1987) e Wylie e Streeter (1983), a solução numérica do sistema de equações diferenciais parciais deve atender às condições de convergência, consistência e estabilidade, a fim de que possa ser considerada satisfatória.

Considerando-se $U_0(x,t)$ como sendo a solução exata do modelo matemático e $U(x,t)$, a solução exata do modelo numérico, a diferença $U(x,t) - U_0(x,t)$ define o erro de discretização e sua

magnitude depende das dimensões Δx e Δt da malha de cálculo. O esquema de diferenças finitas é convergente, se, para qualquer ponto (x,t) da malha de cálculo, $U(x,t)$ tender a $U_0(x,t)$, quando Δx e Δt tenderem a zero.

Representando-se as equações do modelo numérico por $F_{x,t}$, tem-se que $F_{x,t}(U(x,t))=0$. Porém, o valor de $F_{x,t}(U_0(x,t))$ é diferente de zero e é definido como erro de truncamento no ponto (x,t) relativo às equações do modelo numérico. O esquema de diferenças finitas é consistente com o sistema de equações diferenciais parciais, se, em um ponto qualquer (x,t) da malha de cálculo, o erro de truncamento tender a zero, quando Δx e Δt tenderem a zero.

Como a solução do modelo numérico é obtida pelo computador, esta deixa de ser $U(x,t)$ e passa a ser $U'(x,t)$. Isto ocorre, porque o computador introduz o erro de arredondamento individual, que é incrementado a cada passo de iteração de cálculo, produzindo, no final, o erro de arredondamento global, definido como $U(x,t)-U'(x,t)$.

De forma geral, pode-se dizer que o esquema de diferenças finitas é estável quando os erros de truncamento e de arredondamento não crescem indefinidamente com a evolução do processamento numérico.

Genericamente, os esquemas numéricos para a resolução de equações diferenciais parciais são classificados em explícitos

e implícitos. No esquema explícito (Figura 3.5), o cálculo das variáveis dependentes numa dada posição i no instante atual, ponto P , é função dos valores já conhecidos dessas variáveis no instante anterior, nas posições $i-1$, i e $i+1$, respectivamente, pontos A , C e B . Por outro lado, no esquema implícito (Figura 3.6), além dos valores já conhecidos no instante anterior nas mesmas posições, o cálculo das variáveis dependentes no ponto P também é função dos valores ainda desconhecidos nos pontos A' e B' no instante atual. O estabelecimento das dimensões Δx e Δt da malha de cálculo para o esquema explícito deve obedecer à condição de estabilidade de Courant, representada pela equação (3.29), conforme French (1986), Chaudhry (1987) e Wylie e Streeter (1983), onde c é a celeridade de uma onda gravitacional.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|V + c|} \quad (3.29)$$

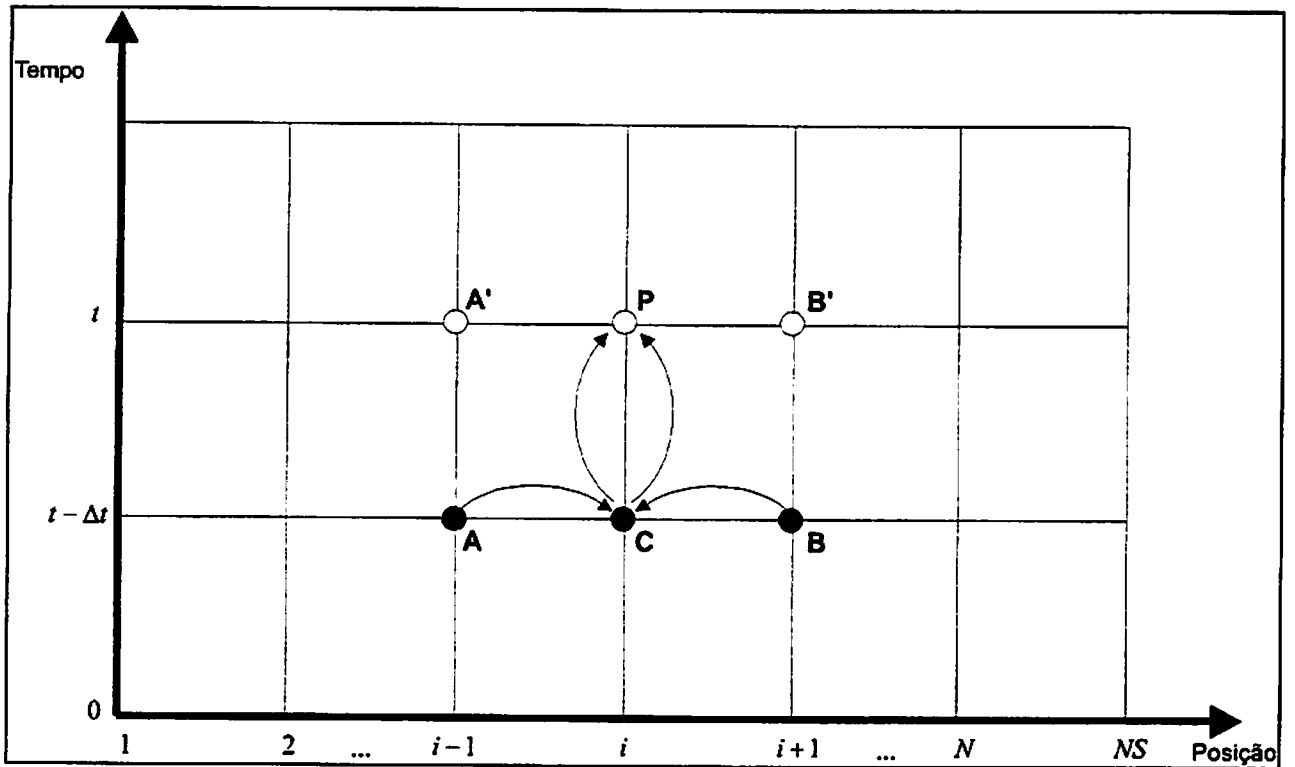


FIGURA 3.5 - Esquema de cálculo para o método explícito.

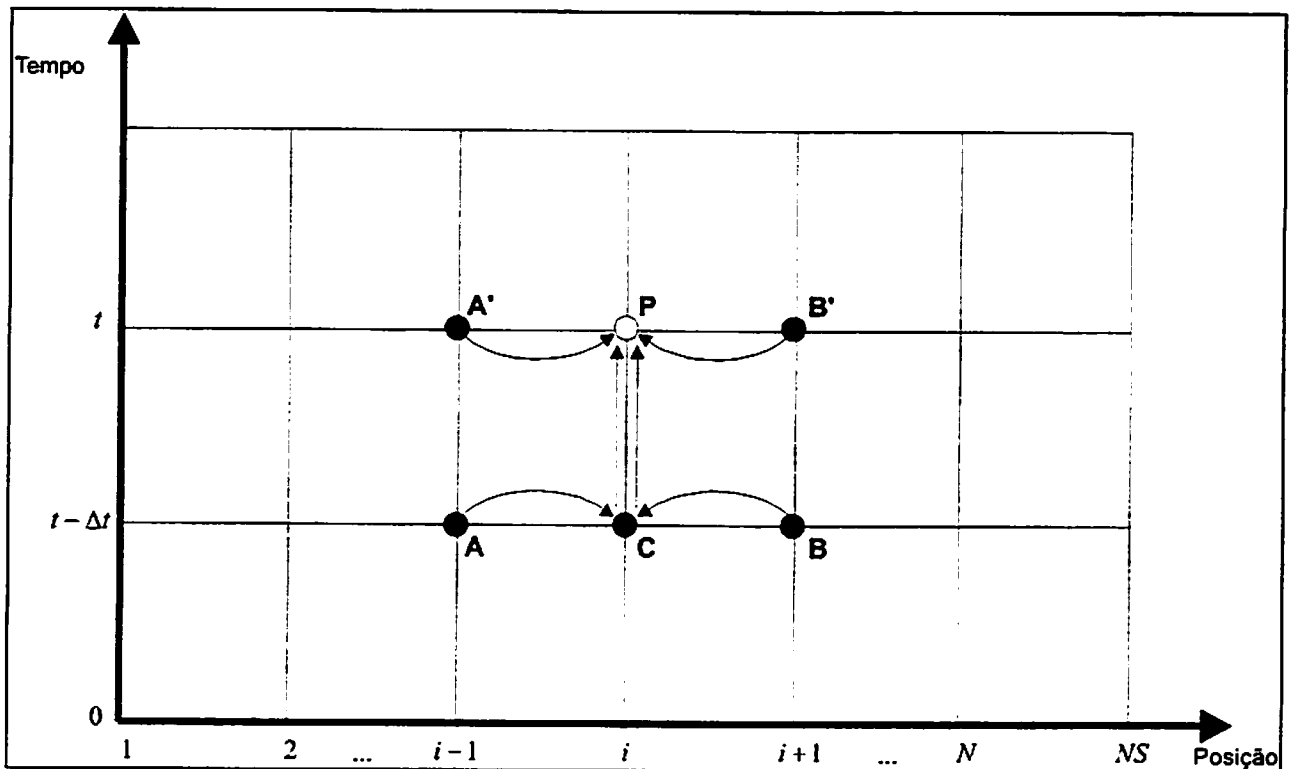


FIGURA 3.6 - Esquema de cálculo para o método implícito.

3.3 O método das características

Nesta seção, as equações diferenciais parciais de primeira ordem do tipo hiperbólico, (3.7) e (3.25), serão convertidas em equações características, as quais serão então resolvidas por um esquema de diferenças finitas.

Com base em Wylie e Streeter (1983) e Chaudhry (1987) e retomando-se as equações (3.7) e (3.25),

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} = q$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{Vq}{A} = g(J_o - J_E)$$

aplicar-se-á o Método das Características para transformar o sistema de equações diferenciais parciais básicas em um sistema de equações diferenciais ordinárias.

Como a área de fluxo (A) e a largura superficial (B) são funções da profundidade de escoamento (h), há uma relação entre A e B do tipo $\partial A = B \partial h$ que, sendo substituída na equação (3.7) e fazendo-se as equações (3.7) e (3.25) iguais a L_1 e L_2 , respectivamente, tem-se:

$$L_1 = B \frac{\partial h}{\partial t} + V B \frac{\partial h}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} - q = 0 \quad (3.30)$$

onde, B é a largura superficial da seção transversal (ocupada pela água) do canal, definida por:

♦ para seção transversal trapezoidal,

$$B = b + 2mh \quad (3.31)$$

♦ para seção transversal circular,

$$B = 2\sqrt{h(D-h)} \quad (3.32)$$

$$L_2 = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{Vq}{A} + g(J_E - J_o) = 0 \quad (3.33)$$

Pela combinação linear das equações (3.30) e (3.33), através de um multiplicador λ a ser determinado, tem-se:

$$L_2 + \lambda L_1 = 0$$

ou,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{Vq}{A} + g(J_E - J_o) + \lambda B \frac{\partial h}{\partial t} + \lambda V B \frac{\partial h}{\partial x} + \lambda A \frac{\partial V}{\partial x} - \lambda q = 0$$

Rearranjando-se,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda A \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda B \frac{\partial h}{\partial t} + \lambda V B \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(J_E - J_o) + \frac{Vq}{A} - \lambda q = 0$$

Agrupando-se os termos comuns,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} (V + \lambda A) + \lambda B \left(\frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{g}{\lambda B} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + g(J_E - J_o) + q \left(\frac{V}{A} - \lambda \right) = 0$$

ou,

$$\left[\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} (V + \lambda A) \right] + \lambda B \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} \left(V + \frac{g}{\lambda B} \right) \right] + g(J_E - J_o) + q \left(\frac{V}{A} - \lambda \right) = 0$$

(3.34)

Como o valor do multiplicador λ é arbitrário, pode-se determinar um valor tal que as expressões entre colchetes na equação (3.34) se transformem em derivadas totais (regra da cadeia), fazendo-se,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} (V + \lambda A) \quad (3.35)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} \left(V + \frac{g}{\lambda B} \right) \quad (3.36)$$

Então, ao se percorrer o plano (x,t) com uma velocidade caracterizada por

$$\frac{dx}{dt} = V + \lambda A = V + \frac{g}{\lambda B}$$

se estará acompanhando a trajetória da perturbação transiente gerada por uma manobra (qualquer ação que altera um regime permanente), passando-se assim, de uma formulação Euleriana do fenômeno para uma descrição Lagrangeana.

Explicitando-se λ na equação anterior, tem-se:

$$V + \lambda A = V + \frac{g}{\lambda B}$$

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{g}{AB}} \quad (3.37)$$

Utilizando-se da equação (3.37), a velocidade da perturbação deslocando-se ao longo do canal, isto é, no plano (x,t) , também pode ser escrita como:

$$\frac{d x}{d t}=V+\lambda A=V \pm \sqrt{\frac{g}{A B}} A$$

$$\frac{d x}{d t}=V \pm \sqrt{\frac{g A}{B}} \quad (3.38)$$

Como a equação (3.38) expressa a velocidade de propagação da perturbação em relação ao fundo do canal, a segunda parcela do segundo membro é a celeridade (c) da onda gravitacional, ou seja:

$$c = \sqrt{\frac{g A}{B}} \quad (3.39)$$

Uma vez estabelecido o valor do multiplicador λ na equação (3.37), pode-se substituir as equações (3.35) e (3.36) na equação (3.34), obtendo-se:

$$\frac{d V}{d t} + \lambda B \frac{d h}{d t} + g(J_E - J_o) + q\left(\frac{V}{A} - \lambda\right) = 0 \quad (3.40)$$

Da equação (3.38), sabe-se que:

$$V + \lambda A = V \pm \sqrt{\frac{g A}{B}}$$

Então,

$$\lambda A = \pm \sqrt{\frac{g A}{B}}$$

e, pela equação (3.39),

$$\lambda = \pm \frac{c}{A}$$

Como,

$$c = \sqrt{\frac{gA}{B}} \quad \therefore \quad c^2 = \frac{gA}{B} \quad \therefore \quad \frac{B}{A} = \frac{g}{c^2}$$

tem-se que:

$$\lambda B = \pm \frac{c}{A} B \quad \therefore \quad \lambda B = \pm \frac{cg}{c^2} \quad \therefore \quad \lambda B = \pm \frac{g}{c}$$

Substituindo-se as equações de $\lambda = \pm(c/A)$ e de $\lambda B = \pm(g/c)$, obtidas logo acima, na equação (3.40), tem-se:

$$\frac{dV}{dt} \pm \frac{g}{c} \frac{dh}{dt} + g(J_E - J_o) + q \left(\frac{V}{A} \mp \frac{c}{A} \right) = 0$$

Esta equação gera as duas seguintes equações:

$$\frac{dV}{dt} + \frac{g}{c} \frac{dh}{dt} + g(J_E - J_o) + \frac{q}{A}(V - c) = 0 \quad (3.41)$$

$$\frac{dV}{dt} - \frac{g}{c} \frac{dh}{dt} + g(J_E - J_o) + \frac{q}{A}(V + c) = 0 \quad (3.42)$$

Substituindo-se a equação (3.39) na equação (3.38), tem-se:

$$\frac{dx}{dt} = V \pm c$$

Esta equação gera as duas seguintes equações:

$$\frac{dx}{dt} = V + c \quad (3.43)$$

$$\frac{dx}{dt} = V - c \quad (3.44)$$

Houve, portanto, a transformação do sistema formado pelas duas equações diferenciais parciais, (3.7) e (3.25), num sistema de quatro equações diferenciais ordinárias. Estas equações são válidas aos pares (3.41) e (3.43), e (3.42) e (3.44).

Durante esta transformação, obteve-se a velocidade de propagação da perturbação transiente gerada por uma manobra. O acompanhamento da trajetória dessa perturbação garante a simulação do fenômeno físico de forma bastante precisa.

As curvas características que representam as equações (3.43) e (3.44) são apresentadas na Figura 3.7. A curva à esquerda do ponto P , representada pelo símbolo C^+ , é denominada característica positiva e corresponde à equação (3.43). A respectiva equação (3.41) é dita válida ao longo da curva característica positiva. A curva à direita do ponto P , representada pelo símbolo C^- , é denominada característica negativa e corresponde à equação (3.44). A respectiva equação (3.42) é dita válida ao longo da curva característica negativa.

Reagrupando-se essas equações aos pares, devido as suas dependências, tem-se:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} + \frac{g}{c} \frac{dh}{dt} + g(J_E - J_o) + \frac{q}{A}(V - c) &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= V + c \end{aligned} \right\} C^+ \quad (3.45)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} - \frac{g}{c} \frac{dh}{dt} + g(J_E - J_o) + \frac{q}{A}(V + c) &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= V - c \end{aligned} \right\} C \quad (3.46)$$

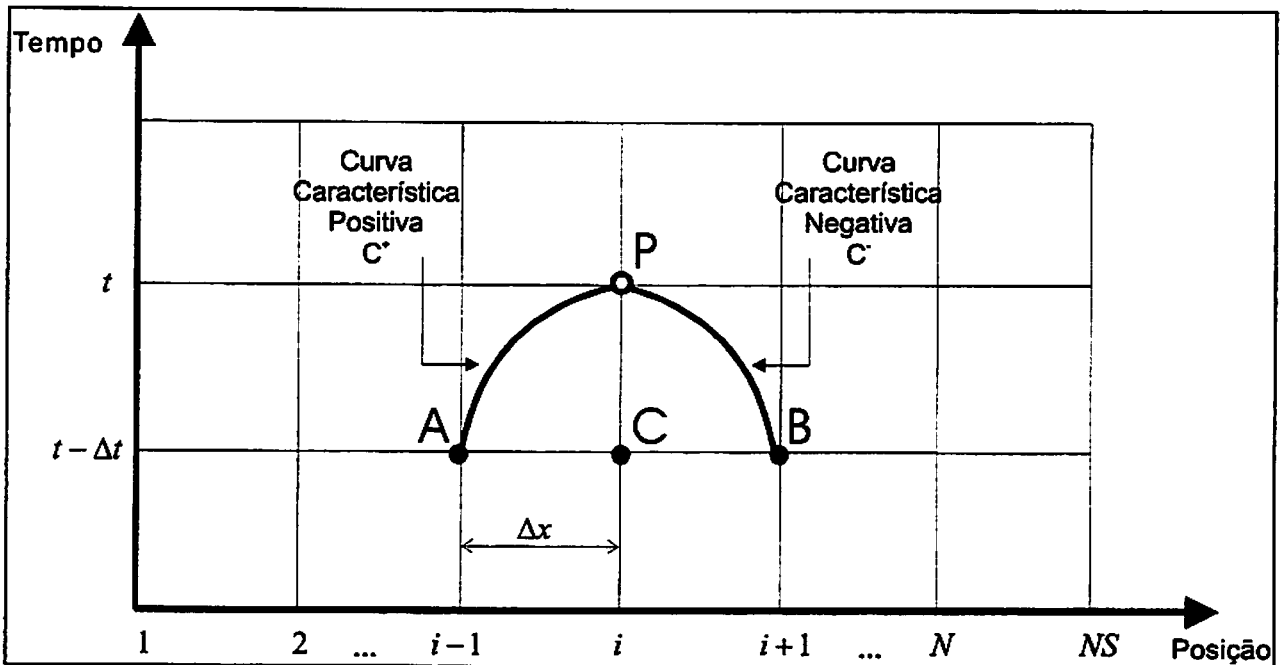


FIGURA 3.7 - Curvas características.

A integração numérica das equações diferenciais ordinárias, (3.45) e (3.46), que são válidas aos pares, fornecerá os valores das variáveis de estado do escoamento, h e V , ao longo do tempo. O canal será dividido em um número N de trechos de comprimento Δx e será adotado um intervalo de tempo Δt limitado pelas condições de estabilidade de Courant. Em uma rede de canais, deve-se verificar as condições de estabilidade para todos os elementos, de forma a se obter valores representativos

de h e V . No instante inicial, os valores de h e V devem ser conhecidos em todas as posições de cálculo (condição inicial). Nos instantes de cálculo subseqüentes, os valores de h e V deverão ser calculados para cada posição correspondente a uma seção transversal do canal (ponto P da Figura 3.7) em função de valores das variáveis de estado já calculados para o instante anterior (pontos A , C e B da Figura 3.7).

Obtidos os dois grupos de equações diferenciais ordinárias, (3.45) e (3.46), em seguida, faz-se a integração ao longo das curvas características. Estas se interceptam no ponto P e cortam a linha horizontal no instante anterior ($t - \Delta t$) nos pontos R e S , conforme Figura 3.8. Nestes pontos, são conhecidos os valores das variáveis dependentes h e V .

$$\left. \begin{aligned} \int_{V_R}^{V_P} dV + g \int_{h_R}^{h_P} \frac{1}{c} dh + \int_{t_R}^{t_P} \left(g (J_E - J_o) + \frac{q}{A} (V - c) \right) dt = 0 \\ \int_{x_R}^{x_P} dx = \int_{t_R}^{t_P} (V + c) dt \end{aligned} \right\} C^+ \quad (3.47)$$

$$\left. \begin{aligned} \int_{V_S}^{V_P} dV - g \int_{h_S}^{h_P} \frac{1}{c} dh + \int_{t_S}^{t_P} \left(g (J_E - J_o) + \frac{q}{A} (V + c) \right) dt = 0 \\ \int_{x_S}^{x_P} dx = \int_{t_S}^{t_P} (V - c) dt \end{aligned} \right\} C^- \quad (3.48)$$

Fazendo-se uma integração de primeira ordem, a qual, segundo Wylie e Streeter (1993), se mostra satisfatória na maioria dos casos, tem-se:

$$V_P - V_R + \frac{g}{c_R}(h_P - h_R) + g(J_{E_R} - J_o)\Delta t + \frac{q\Delta t(V_R - c_R)}{A_R} = 0 \quad (3.49)$$

$$x_P - x_R = (V_R + c_R)\Delta t \quad (3.50)$$

$$V_P - V_S - \frac{g}{c_S}(h_P - h_S) + g(J_{E_S} - J_o)\Delta t + \frac{q\Delta t(V_S + c_S)}{A_S} = 0 \quad (3.51)$$

$$x_P - x_S = (V_S - c_S)\Delta t \quad (3.52)$$

Os subscritos R e S indicam valores conhecidos nos pontos R e S . Os valores das variáveis nestes pontos são obtidos através de interpolação linear, a partir dos valores conhecidos nos pontos A , C e B , conforme Figura 3.8.

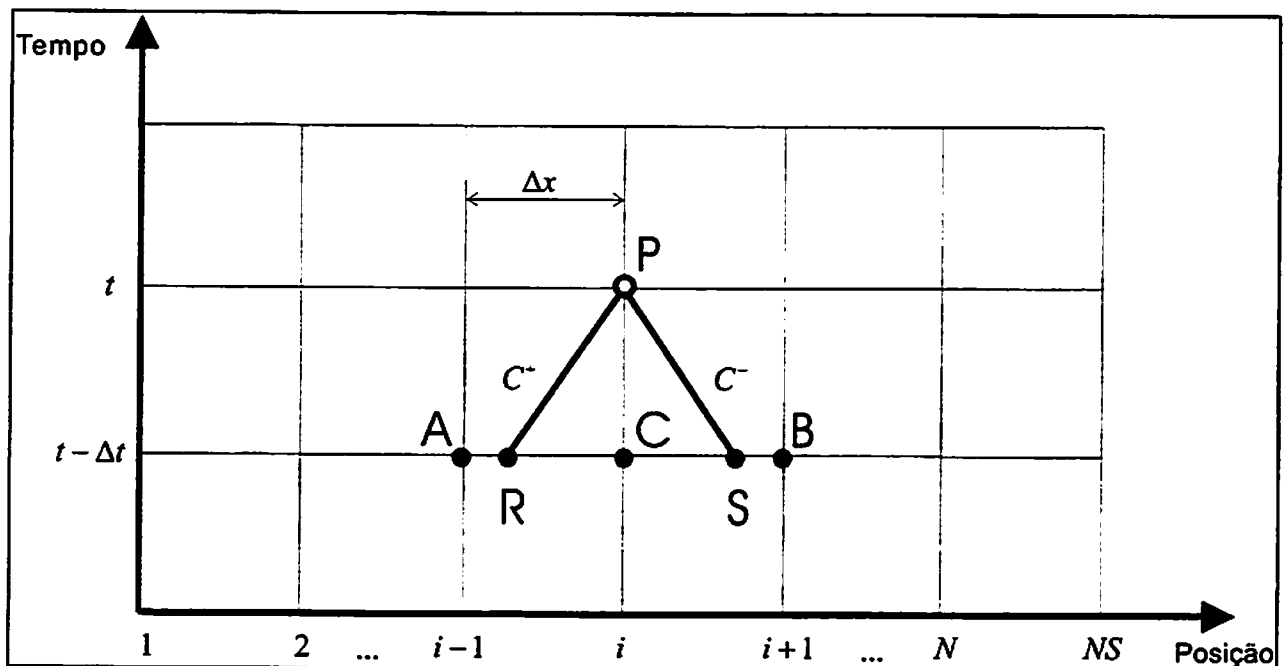


FIGURA 3.8 - Malha característica.

Convém salientar que a interpolação mencionada no parágrafo anterior introduz uma certa dispersão no esquema numérico. Essa dispersão pode ser minimizada, diminuindo-se, tanto quanto possível, a interpolação, ou seja, mantendo-se um intervalo de tempo tal que os pontos R e S permaneçam próximos dos pontos A e B , respectivamente. Ou seja, devem ser minimizadas as distâncias AR e BS .

Para se fazer a interpolação linear, tendo-se por base a malha da Figura 3.8 e usando-se a equação da curva característica positiva (3.50), para o ponto R , pode-se escrever as seguintes proporções:

$$\frac{V_C - V_R}{V_C - V_A} = \frac{x_C - x_R}{\Delta x} = \frac{x_P - x_R}{\Delta x} = \frac{(V_R + c_R)\Delta t}{\Delta x}$$

Fazendo-se $\Delta t/\Delta x = \theta$,

$$\frac{V_C - V_R}{V_C - V_A} = \theta(V_R + c_R) \quad (3.53)$$

E, para a celeridade (c) e a profundidade de fluxo (h), por um procedimento análogo ao anterior, tem-se:

$$\frac{c_C - c_R}{c_C - c_A} = \theta(V_R + c_R) \quad (3.54)$$

$$\frac{h_C - h_R}{h_C - h_A} = \theta(V_R + c_R) \quad (3.55)$$

As equações (3.53), (3.54) e (3.55) constituem um sistema de três equações e três incógnitas, V_R , c_R e h_R .

Da equação (3.53), pode-se escrever:

$$c_R = \frac{V_C - V_R}{\theta(V_C - V_A)} - V_R \quad (3.56)$$

Da equação (3.54), pode-se escrever:

$$c_R = \frac{c_C - \theta V_R (c_C - c_A)}{1 + \theta (c_C - c_A)} \quad (3.57)$$

Substituindo-se a equação (3.56) na equação (3.57), tem-se:

$$\frac{V_C - V_R}{\theta(V_C - V_A)} - V_R = \frac{c_C - \theta V_R (c_C - c_A)}{1 + \theta (c_C - c_A)}$$

Explicitando-se V_R , tem-se:

$$V_R = \frac{V_C + \theta(V_A c_C - c_A V_C)}{1 + \theta(c_C - c_A + V_C - V_A)} \quad (3.58)$$

A equação (3.55) também pode ser escrita como:

$$h_R = h_C - \theta(V_R + c_R)(h_C - h_A) \quad (3.59)$$

Para se fazer a interpolação linear, tendo-se por base a malha da Figura 3.8 e usando-se a equação da curva característica negativa (3.52), para o ponto S , pode-se escrever as seguintes proporções:

$$\frac{V_S - V_C}{V_B - V_C} = \frac{x_S - x_C}{\Delta x} = \frac{x_S - x_P}{\Delta x} = \frac{-(V_S - c_S)\Delta t}{\Delta x}$$

Fazendo-se $\Delta t/\Delta x = \theta$,

$$\frac{V_S - V_C}{V_B - V_C} = -\theta(V_S - c_S) \quad (3.60)$$

E, para a celeridade (c) e a profundidade de fluxo (h), por um procedimento análogo ao anterior, tem-se:

$$\frac{c_S - c_C}{c_B - c_C} = -\theta (V_S - c_S) \quad (3.61)$$

$$\frac{h_S - h_C}{h_B - h_C} = -\theta (V_S - c_S) \quad (3.62)$$

As equações (3.60), (3.61) e (3.62) constituem um sistema de três equações e três incógnitas, V_S , c_S e h_S .

Da equação (3.60), pode-se escrever:

$$c_S = \frac{V_S - V_C}{\theta(V_B - V_C)} + V_S \quad (3.63)$$

Da equação (3.61), pode-se escrever:

$$c_S = \frac{c_C + \theta V_S (c_C - c_B)}{1 + \theta (c_C - c_B)} \quad (3.64)$$

Substituindo-se a equação (3.63) na (3.64), tem-se:

$$\frac{V_S - V_C}{\theta(V_B - V_C)} + V_S = \frac{c_C + \theta V_S (c_C - c_B)}{1 + \theta (c_C - c_B)}$$

Explicitando-se V_S , tem-se:

$$V_S = \frac{V_C + \theta (V_B c_C - c_B V_C)}{1 + \theta (c_C - c_B + V_B - V_C)} \quad (3.65)$$

A equação (3.62) também pode ser escrita como:

$$h_S = h_C + \theta (V_S - c_S) (h_C - h_B) \quad (3.66)$$

Retomando-se a equação (3.49), que é válida ao longo da Curva Característica Positiva,

$$V_P - V_R + \frac{g}{c_R} (h_P - h_R) + g (J_{E_R} - J_o) \Delta t + \frac{q \Delta t (V_R - c_R)}{A_R} = 0$$

explicitando-se V_P e rearranjando-se, tem-se:

$$V_P = \left[V_R + \frac{g}{c_R} h_R - \Delta t \left(g (J_{E_R} - J_o) + \frac{q (V_R - c_R)}{A_R} \right) \right] - \left[\frac{g}{c_R} \right] h_P$$

Fazendo-se,

$$W_R = V_R + \frac{g}{c_R} h_R - \Delta t \left(g (J_{E_R} - J_o) + \frac{q (V_R - c_R)}{A_R} \right) \quad (3.67)$$

e,

$$Z_R = \frac{g}{c_R} \quad (3.68)$$

pode-se escrever:

$$V_P = W_R - Z_R h_P \quad (3.69)$$

Retomando-se a equação (3.51), que é válida ao longo da Curva Característica Negativa,

$$V_P - V_S - \frac{g}{c_S} (h_P - h_S) + g (J_{E_S} - J_o) \Delta t + \frac{q \Delta t (V_S + c_S)}{A_S} = 0$$

explicitando-se V_P e rearranjando-se, tem-se:

$$V_P = \left[V_S - \frac{g}{c_S} h_S - \Delta t \left(g (J_{E_S} - J_o) + \frac{q (V_S + c_S)}{A_S} \right) \right] + \left[\frac{g}{c_S} \right] h_P$$

Fazendo-se,

$$W_S = V_S - \frac{g}{c_S} h_S - \Delta t \left(g (J_{E_S} - J_o) + \frac{q (V_S + c_S)}{A_S} \right) \quad (3.70)$$

e,

$$Z_S = \frac{g}{c_S} \quad (3.71)$$

pode-se escrever:

$$V_P = W_S + Z_S h_P \quad (3.72)$$

Substituindo-se a equação (3.69) na equação (3.72),

$$W_R - Z_R h_P = W_S + Z_S h_P$$

e explicitando h_P , tem-se a equação da profundidade de escoamento

(h_P) para as seções interiores do canal:

$$h_P = \frac{W_R - W_S}{Z_S + Z_R} \quad (3.73)$$

As equações (3.73) e (3.69) ou (3.72) permitem calcular, para um dado instante, respectivamente, os valores das variáveis h_P e V_P para os pontos interiores da malha de cálculo, sendo que cada ponto interior representa uma seção transversal interna do canal, conforme Figura 3.9.

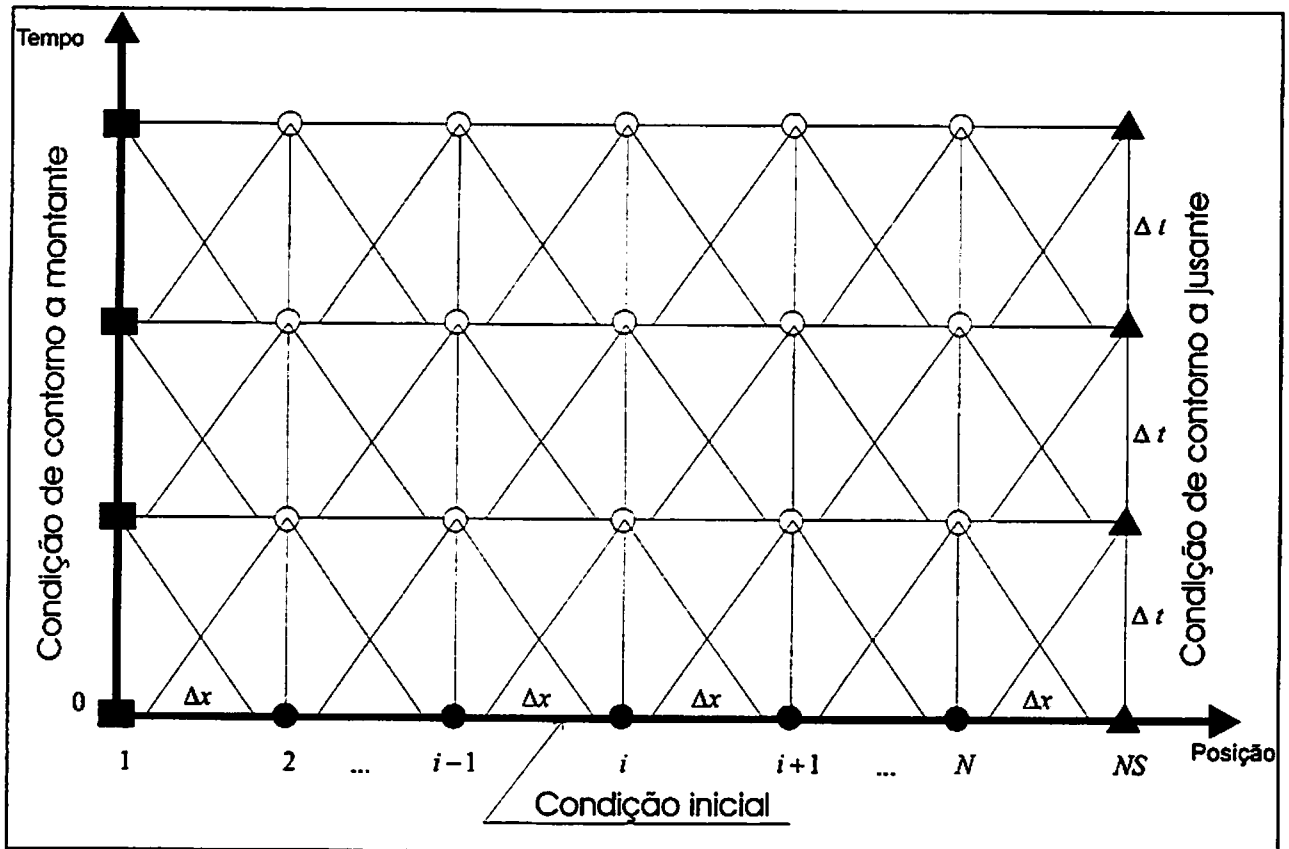


FIGURA 3.9 - Esquema representativo da seqüência de cálculo.

Para as seções transversais 1 e NS , que são os pontos externos de um canal, utiliza-se, para o cálculo de h_p e V_p , as equações (3.72) e (3.69), respectivamente. Cada equação é linear com duas incógnitas, h_p e V_p . Para os cálculos nas seções extremas, utilizam-se as equações (3.72) e (3.69) juntamente com a equação representativa da condição de contorno, em cada extremidade do canal (Figura 3.9). Esta equação é adicional para solução matemática do sistema e representa a situação hidráulica que ocorre no canal.

Apresenta-se, na Figura 3.10, o fluxograma que dá uma visão geral da aplicação do método das características a todos os canais da rede, no instante atual de cálculo. Na Figura 3.11, é apresentado o fluxograma para o cálculo dos valores das variáveis de estado no instante atual para todas as seções internas de cada canal. Nas Figuras 3.12 e 3.13, respectivamente, são apresentados os fluxogramas para o cálculo, nas seções extremas de montante e de jusante de cada canal da rede, dos parâmetros necessários ao cálculo das variáveis de estado nos nós no instante atual.

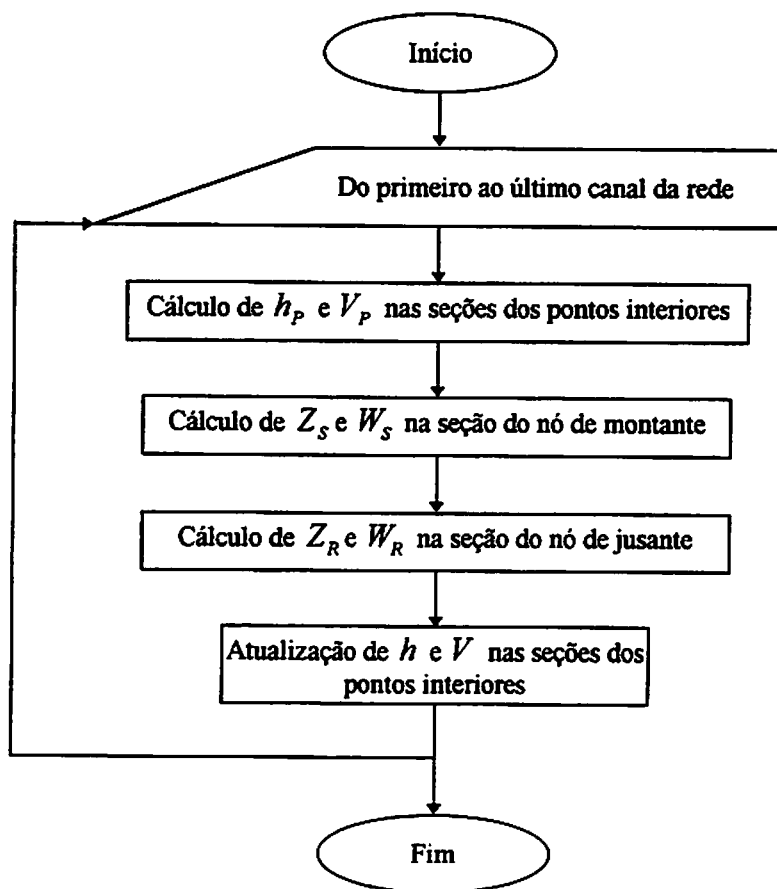


FIGURA 3.10 - Fluxograma geral para o método das características.

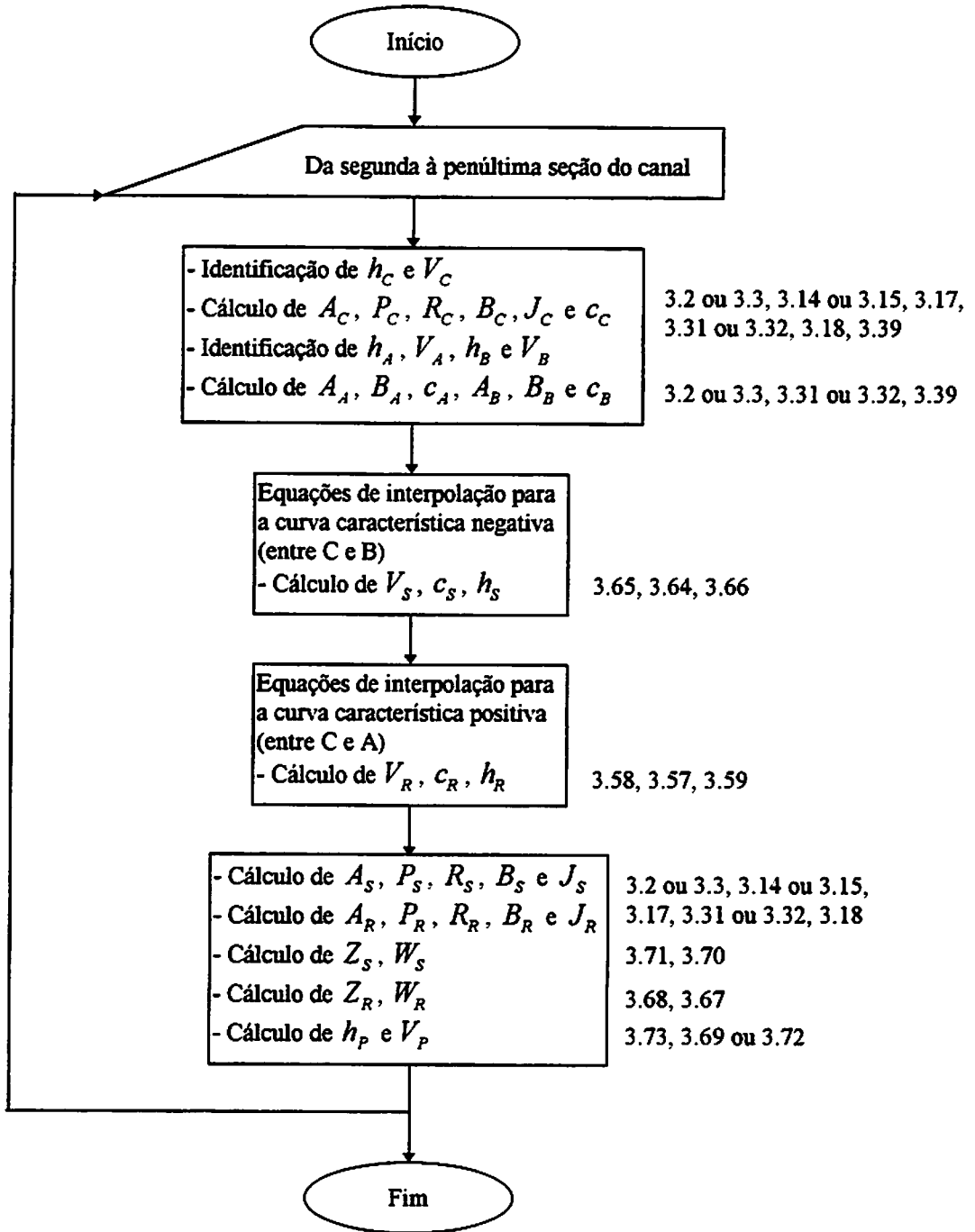


FIGURA 3.11 - Fluxograma para os pontos interiores do canal.

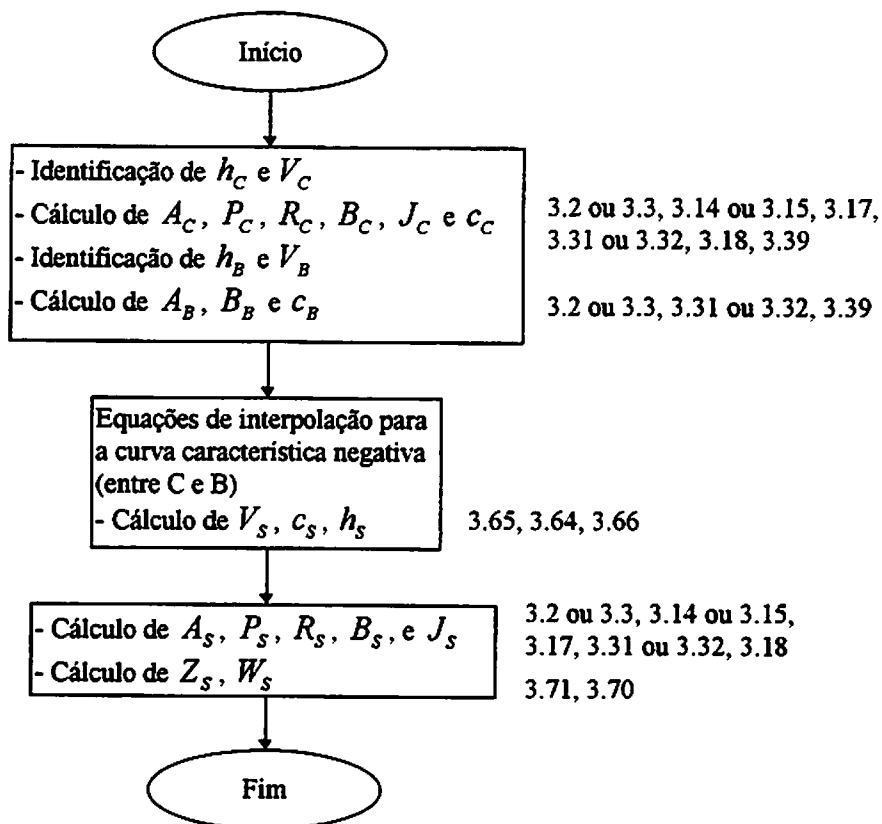


FIGURA 3.12 - Fluxograma para a seção de montante do canal.

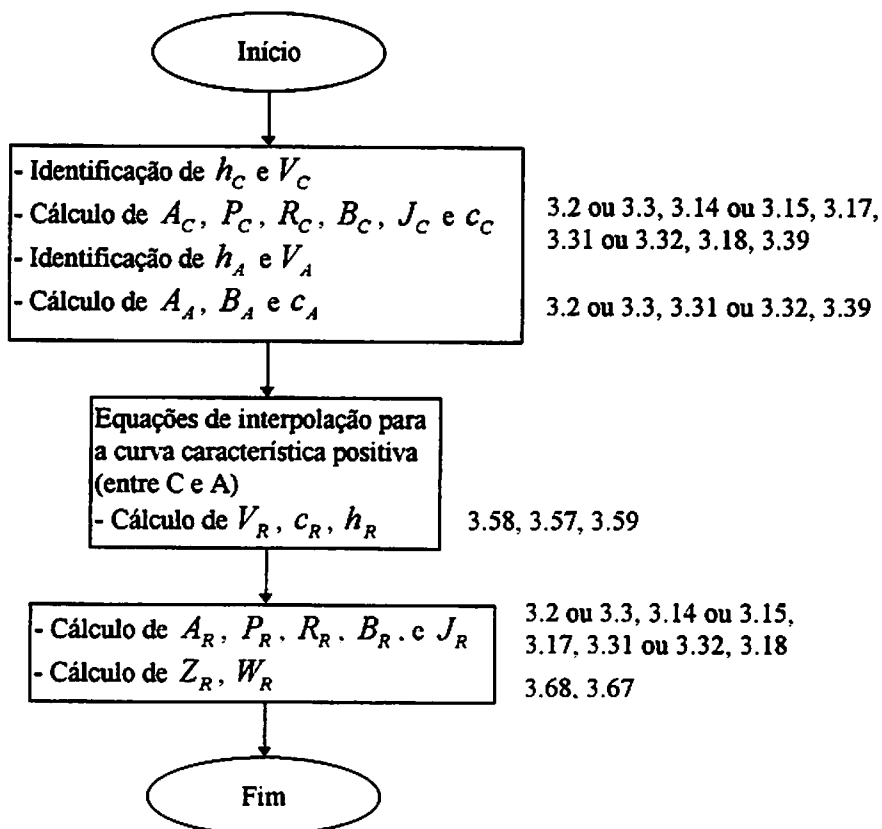


FIGURA 3.13 - Fluxograma para a seção de jusante do canal.

3.4 Equacionamento no nó

Nesta seção, será feito um equacionamento generalizado para redes de canais, baseado em Ávila (1975), Vennard e Street (1978), Streeter e Wylie (1982), Wylie e Streeter (1983) e Garcia (1990). Retomando-se as equações (3.69) e (3.72), tem-se:

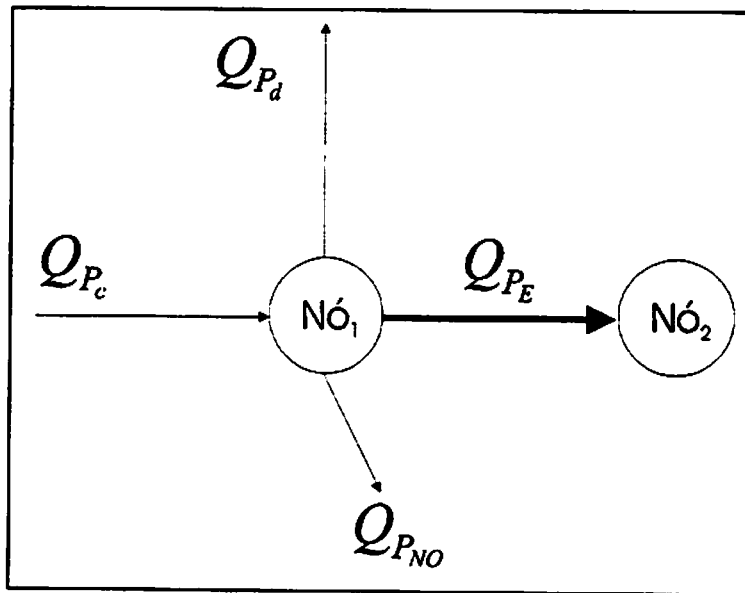


FIGURA 3.14 - Esquema de entradas e saídas de vazão em um nó.

$$V_P = W_R - Z_R h_P$$

$$V_P = W_S + Z_S h_P$$

Escrevendo-se a vazão (Q_P) em função da velocidade (V_P), tem-se:

$$Q_P = V_P A_P \tag{3.74}$$

Substituindo-se a equação (3.69) na equação (3.74), tem-se:

$$Q_P = (W_R - Z_R h_P) A_P = W_R A_P - Z_R A_P h_P \tag{3.75}$$

Substituindo-se a equação (3.72) na equação (3.74), tem-se:

$$Q_P = (W_S + Z_S h_P) A_P = W_S A_P + Z_S A_P h_P \quad (3.76)$$

Pela Figura 3.14, pode-se escrever que:

$$Q_{P_c} = Q_{P_d} + Q_{P_e} + Q_{P_{No}} \Rightarrow Q_{P_e} = Q_{P_c} - Q_{P_d} - Q_{P_{No}} \quad (3.77)$$

onde,

Q_{P_c} é a vazão dos canais que convergem ao nó no instante atual de cálculo;

Q_{P_d} é a vazão dos canais que divergem do nó no instante atual de cálculo;

Q_{P_e} é a vazão do elemento não canal (estruturas hidráulicas, tais como comportas, transições e reservatórios) ligado ao nó no instante atual de cálculo. É positiva quando tem o sentido do nó de montante para o nó de jusante do elemento e

$Q_{P_{No}}$ é a demanda localizada de vazão no nó no instante atual de cálculo. É positiva quando ocorre saída de vazão do nó.

A vazão total dos canais que convergem ao nó (Q_{P_c}) é dada pela somatória das vazões dos nc canais convergentes ao nó:

$$Q_{P_c} = \sum_{i=1}^{nc} (W_{R_i} A_{P_i} - Z_{R_i} A_{P_i} h_{P_i}) = \sum_{i=1}^{nc} (W_{R_i} A_{P_i}) - \sum_{i=1}^{nc} (Z_{R_i} A_{P_i} h_{P_i}) \quad (3.78)$$

A vazão total dos canais que divergem do nó (Q_{P_d}) é dada pela somatória das vazões dos nd canais divergentes do nó:

$$Q_{P_d} = \sum_{j=1}^{nd} (W_{S_j} A_{P_j} + Z_{S_j} A_{P_j} h_{P_j}) = \sum_{j=1}^{nd} (W_{S_j} A_{P_j}) + \sum_{j=1}^{nd} (Z_{S_j} A_{P_j} h_{P_j}) \quad (3.79)$$

A partir da equação (3.77), com as equações (3.78) e (3.79), tem-se que a vazão do elemento não canal (Q_{P_E}) é escrita como:

$$Q_{P_E} = \left[\sum_{i=1}^{nc} (W_{R_i} A_{P_i}) - \sum_{i=1}^{nc} (Z_{R_i} A_{P_i} h_{P_i}) \right] - \left[\sum_{j=1}^{nd} (W_{S_j} A_{P_j}) + \sum_{j=1}^{nd} (Z_{S_j} A_{P_j} h_{P_j}) \right] - Q_{P_{NO}} \quad (3.80)$$

Rearranjando-se e agrupando-se os termos comuns, tem-se:

$$Q_{P_E} = \sum_{i=1}^{nc} (W_{R_i} A_{P_i}) - \sum_{j=1}^{nd} (W_{S_j} A_{P_j}) - Q_{P_{NO}} - \sum_{i=1}^{nc} (Z_{R_i} A_{P_i} h_{P_i}) - \sum_{j=1}^{nd} (Z_{S_j} A_{P_j} h_{P_j})$$

Como a profundidade de escoamento no instante atual de cálculo (h_p), no nó, é comum a todos os elementos ligados ao mesmo, pode-se escrever que:

$$Q_{P_E} = \left[\sum_{i=1}^{nc} (W_{R_i} A_{P_i}) - \sum_{j=1}^{nd} (W_{S_j} A_{P_j}) - Q_{P_{NO}} \right] - \left[\sum_{i=1}^{nc} (Z_{R_i} A_{P_i}) + \sum_{j=1}^{nd} (Z_{S_j} A_{P_j}) \right] h_p \quad (3.81)$$

Fazendo-se:

$$S_{W_R} = \sum_{i=1}^{nc} (W_{R_i} A_{P_i}) \quad (3.82)$$

$$S_{W_S} = \sum_{j=1}^{nd} (W_{S_j} A_{P_j}) \quad (3.83)$$

$$S_{Z_R} = \sum_{i=1}^{nc} (Z_{R_i} A_{P_i}) \quad (3.84)$$

$$S_{Z_S} = \sum_{j=1}^{nd} (Z_{S_j} A_{P_j}) \quad (3.85)$$

e substituindo-se as equações (3.82), (3.83), (3.84) e (3.85) na equação (3.81), tem-se:

$$Q_{P_E} = [S_{W_R} - S_{W_S} - Q_{P_{NO}}] - [S_{Z_R} + S_{Z_S}] h_p \quad (3.86)$$

Para sintetizar-se ainda mais a equação (3.86), pode-se fazer:

$$E_{NO} = S_{W_R} - S_{W_S} - Q_{P_{NO}} \quad (3.87)$$

e,

$$B_{NO} = S_{Z_R} + S_{Z_S} \quad (3.88)$$

Substituindo-se as equações (3.87), e (3.88) na equação (3.86), tem-se:

$$Q_{P_E} = E_{NO} - B_{NO} h_p \quad (3.89)$$

Observe-se que, quando não houver elemento não canal ligado ao nó, a vazão do elemento não canal (Q_{P_E}) se anula, ou seja, $Q_{P_E} = 0$. Neste caso, a profundidade (h_p) será calculada por:

$$h_p = \frac{E_{NO}}{B_{NO}} \quad (3.90)$$

Na Figura 3.15, é apresentado o fluxograma que analisa cada nó da rede e calcula as variáveis de estado no instante atual para os nós que possuem apenas elementos canais. As variáveis de estado nos nós que possuem elementos não canal (estruturas) serão calculadas pelas rotinas correspondentes a cada estrutura.

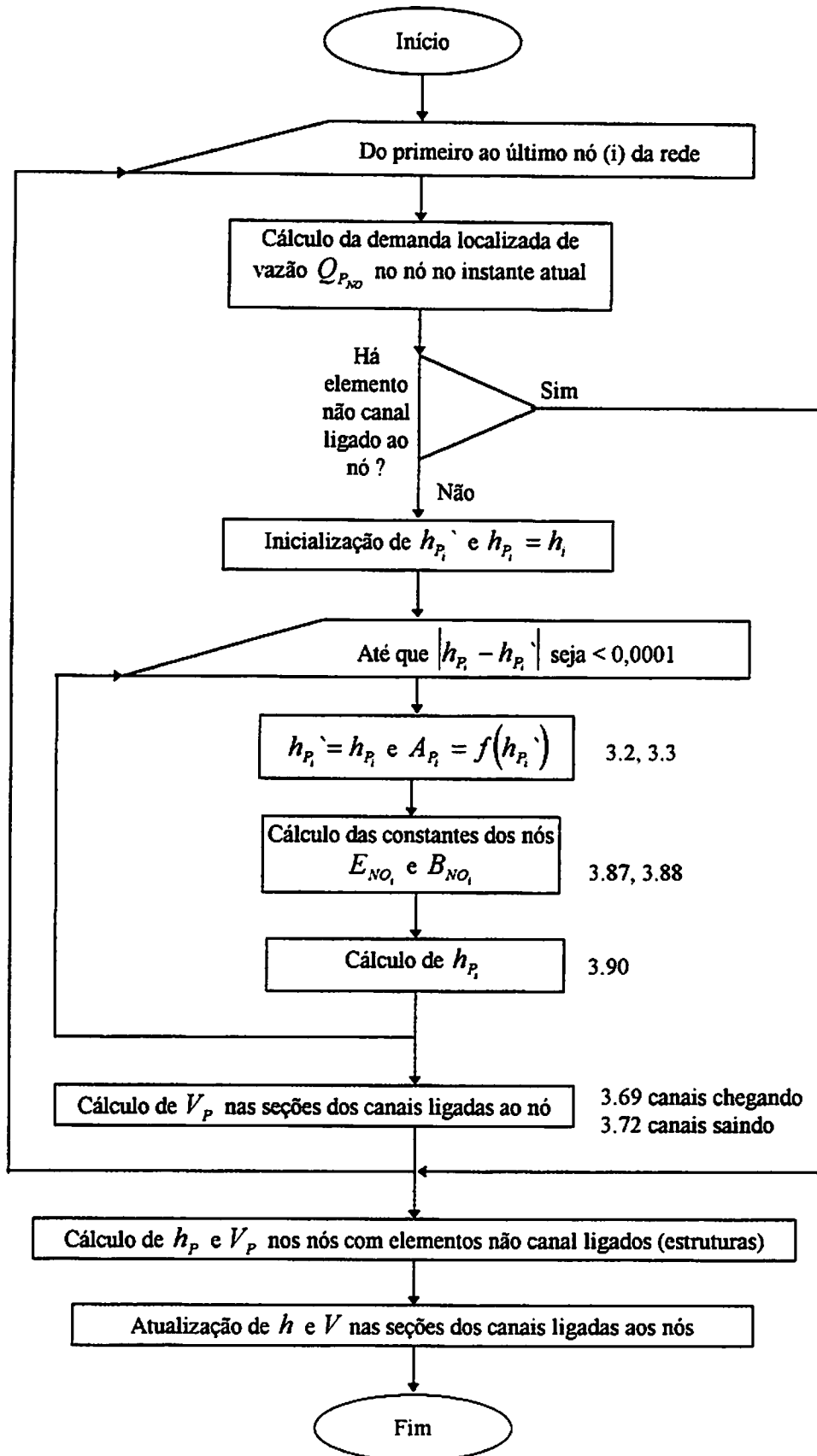


FIGURA 3.15 - Fluxograma para o cálculo nos nós.

3.5 Equacionamento das condições de contorno

Primeiramente, é conveniente lembrar um conceito de importância capital para o equacionamento das condições de contorno. Estas condições são expressões matemáticas que representam o comportamento físico das manobras executadas nas seções extremas do canal. O regime transiente, provocado por manobras, cessa quando se atinge um regime permanente final. Uma manobra é qualquer ação que altera um regime permanente.

3.5.1 Comporta

O elemento comporta é uma estrutura utilizada para controle da vazão e/ou da profundidade em canais. Para a sua especificação, são necessárias as dimensões de sua seção transversal (A_{com}), o valor da altura de sua abertura máxima (a_{max}), a curva que relaciona o coeficiente de descarga (C_d) com a razão altura de abertura da comporta por unidade de carga hidráulica na seção de entrada do fluxo (a/h_1) e a manobra, que é representada pela curva de abertura relativa (a/a_{max}) ao longo do tempo. O elemento comporta está esquematizado na Figura 3.16. O equacionamento do elemento comporta será feito com base em Ranga Raju (1981), Subramanya (1988), Chow (1986) e Henderson (1966).

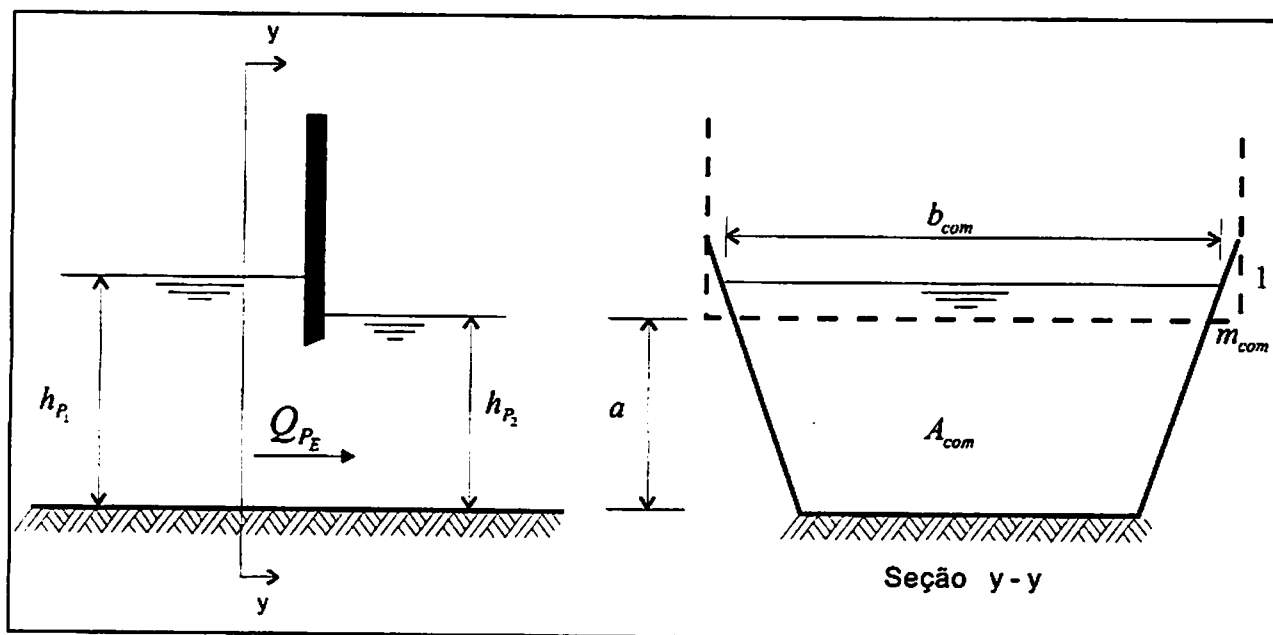


FIGURA 3.16 - Esquema representativo de uma comporta.

A vazão (Q_{P_E}) através de um elemento comporta pode ser calculada genericamente por:

$$Q_{P_E} = C_d A_{com} V \quad (3.91)$$

Quando o fluxo, através de um elemento comporta, ocorre no sentido positivo (do nó de montante para o nó de jusante), escreve-se:

$$Q_{P_E} = C_d A_{com} \sqrt{2g(h_{P_1} - h_{P_2})}$$

$$Q_{P_E} = \sqrt{C_d^2 A_{com}^2 2g(h_{P_1} - h_{P_2})}$$

Fazendo-se,

$$K_E = \frac{1}{2gC_d^2 A_{com}^2} \quad (3.92)$$

a equação de Q_{P_E} torna-se:

$$Q_{P_E} = \sqrt{\frac{1}{K_E} (h_{P_1} - h_{P_2})} \quad (3.93)$$

Fazendo-se ainda,

$$C = \sqrt{\frac{1}{K_E}}$$

a equação (3.93) torna-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{h_{P_1} - h_{P_2}} \quad (3.94)$$

Escrevendo-se a equação (3.89), para o nó de montante (nó 1) e para o nó de jusante (nó 2) da comporta e, em seguida, explicitando-se h_{P_1} e h_{P_2} , tem-se:

$$Q_{P_E} = E_{NO_1} - B_{NO_1} h_{P_1} \Rightarrow h_{P_1} = -\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}}\right) \quad (3.95)$$

$$Q_{P_E} = -E_{NO_2} + B_{NO_2} h_{P_2} \Rightarrow h_{P_2} = \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}}\right) \quad (3.96)$$

Substituindo-se as equações (3.95) e (3.96), respectivamente, de h_{P_1} e de h_{P_2} , na equação (3.94), tem-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{-\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}}\right) - \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}}\right)}$$

Rearranjando-se a equação anterior ...

$$Q_{P_E}^2 = C^2 \left(- \left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) - \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) \right)$$

$$Q_{P_E}^2 = -C^2 \left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) - C^2 \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right)$$

$$Q_{P_E}^2 = -\frac{C^2}{B_{NO_1}} Q_{P_E} + \frac{C^2 E_{NO_1}}{B_{NO_1}} - \frac{C^2}{B_{NO_2}} Q_{P_E} - \frac{C^2 E_{NO_2}}{B_{NO_2}}$$

$$Q_{P_E}^2 + \frac{C^2}{B_{NO_1}} Q_{P_E} + \frac{C^2}{B_{NO_2}} Q_{P_E} + \frac{C^2 E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{C^2 E_{NO_1}}{B_{NO_1}} = 0$$

tem-se:

$$Q_{P_E}^2 + \left[C^2 \left(\frac{1}{B_{NO_1}} + \frac{1}{B_{NO_2}} \right) \right] Q_{P_E} + \left[C^2 \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \right] = 0$$

Lembrando-se que $C^2 = \frac{1}{K_E}$ e fazendo-se,

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_1}} + \frac{1}{B_{NO_2}} \right) \tag{3.97}$$

e,

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \tag{3.98}$$

pode-se escrever:

$$Q_{P_E} | Q_{P_E} | + F Q_{P_E} + G = 0 \tag{3.99}$$

Explicitando-se Q_{P_E} na equação (3.99), tem-se:

$$Q_{P_E} = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4G}}{2}$$

Mas, para vazão $Q_{P_E} \geq 0$,

$$Q_{P_E} = \frac{-F + \sqrt{F^2 - 4G}}{2} \quad (3.100)$$

Examinando-se a equação (3.100), verifica-se que:

$$G < 0 \Rightarrow Q_{P_E} > 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Quando o fluxo, através de um elemento comporta, ocorre no sentido negativo (do nó de jusante para o nó de montante), escreve-se:

$$Q_{P_E} = C_d A_{com} \sqrt{2g(h_{P_2} - h_{P_1})}$$

$$Q_{P_E} = \sqrt{C_d^2 A_{com}^2 2g(h_{P_2} - h_{P_1})}$$

Fazendo-se,

$$K_E = \frac{1}{2g C_d^2 A_{com}^2} \quad (3.101)$$

a equação de Q_{P_E} torna-se:

$$Q_{P_E} = \sqrt{\frac{1}{K_E} (h_{P_2} - h_{P_1})} \quad (3.102)$$

Fazendo-se ainda,

$$C = \sqrt{\frac{1}{K_E}}$$

a equação (3.102) torna-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{h_{P_2} - h_{P_1}} \quad (3.103)$$

Escrevendo-se a equação (3.89), para o nó de montante (nó 1) e para o nó de jusante (nó 2) da comporta e, em seguida, explicitando-se h_{P_1} e h_{P_2} , tem-se:

$$Q_{P_E} = E_{NO_1} - B_{NO_1} h_{P_1} \quad \therefore h_{P_1} = -\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}}\right) \quad (3.104)$$

$$Q_{P_E} = -E_{NO_2} + B_{NO_2} h_{P_2} \quad \therefore h_{P_2} = \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}}\right) \quad (3.105)$$

Substituindo-se as equações (3.104) e (3.105), respectivamente, de h_{P_1} e de h_{P_2} , na equação (3.103), tem-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{\left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}}\right) - \left(-\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}}\right)\right)}$$

Rearranjando-se a equação anterior, tem-se:

$$Q_{P_E}^2 - \left[C^2 \left(\frac{1}{B_{NO_1}} + \frac{1}{B_{NO_2}} \right) \right] Q_{P_E} - \left[C^2 \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \right] = 0$$

Lembrando-se que $C^2 = \frac{1}{K_E}$ e fazendo-se,

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_1}} + \frac{1}{B_{NO_2}} \right) \quad (3.106)$$

e,

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \quad (3.107)$$

pode-se escrever:

$$Q_{P_E}^2 - F Q_{P_E} - G = 0 \quad (3.108)$$

Explicitando-se Q_{P_E} na equação (3.108), tem-se:

$$Q_{P_E} = \frac{F \pm \sqrt{F^2 + 4G}}{2}$$

Mas, para vazão $Q_{P_E} \leq 0$,

$$Q_{P_E} = \frac{F - \sqrt{F^2 + 4G}}{2} \quad (3.109)$$

Examinando-se a equação (3.109), verifica-se que:

$$G > 0 \Rightarrow Q_{P_E} < 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Na Figura 3.17, é apresentado o fluxograma que calcula as variáveis de estado no instante atual para os nós de montante e de jusante do elemento não canal do tipo comporta.

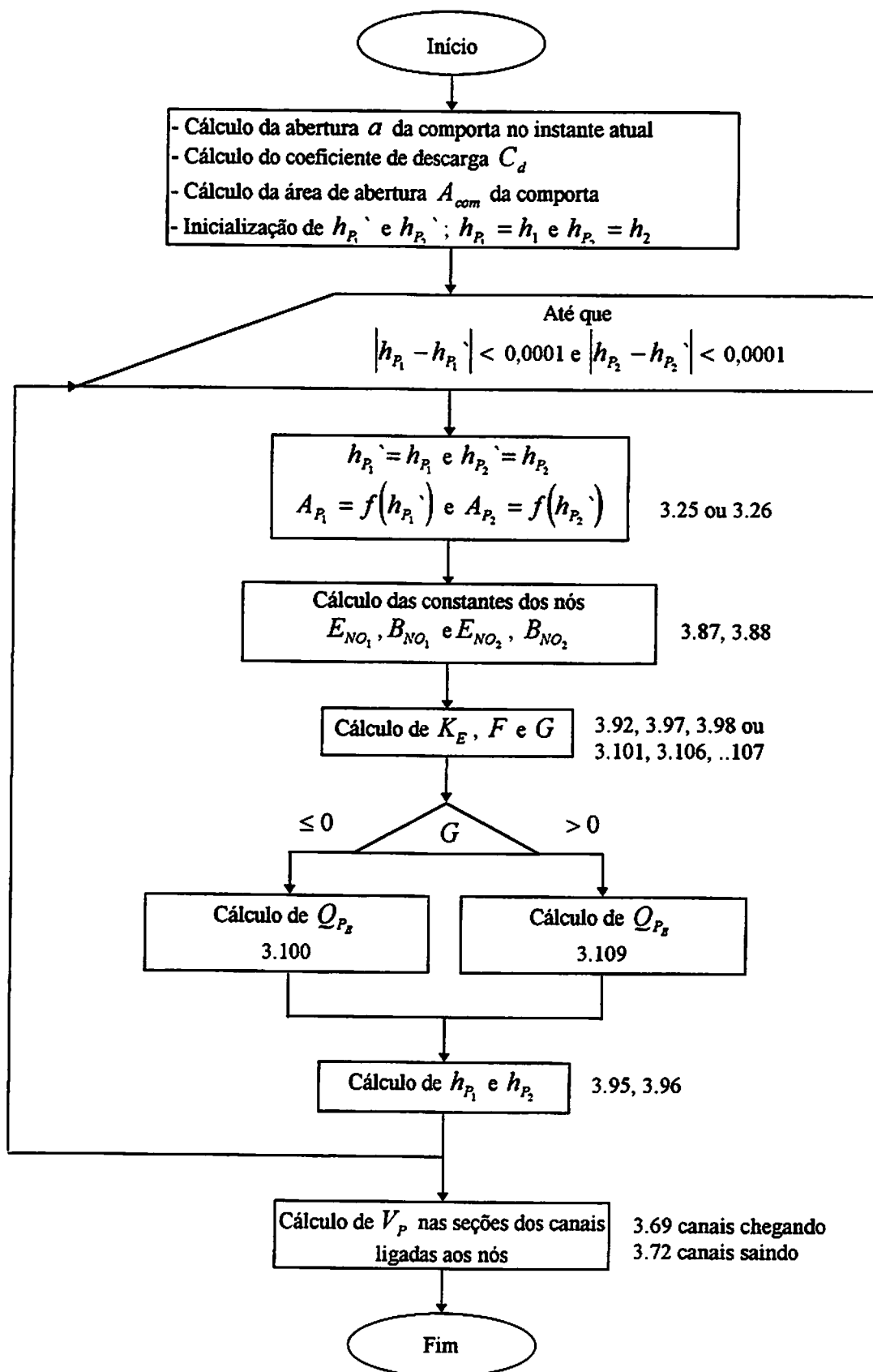


FIGURA 3.17- Fluxograma de cálculo para a comporta.

3.5.2 Transição

A transição é uma estrutura hidráulica que faz, de forma gradual, a ligação entre dois trechos de um canal de seções transversais diferentes. Esta estrutura será uma expansão, quando se tratar de aumento das dimensões da seção transversal no sentido do escoamento, e será uma contração, quando ocorrer o inverso.

A Figura 3.18 apresenta um esquema para o elemento transição do tipo contração horizontal e/ou vertical e a Figura 3.19, para a transição do tipo expansão horizontal e/ou vertical. Para a descrição destes elementos, há que se levar em conta as seguintes especificações: dimensões das seções transversais a montante e a jusante da transição, valor do coeficiente de perda de carga singular (ζ_{cp}) para o fluxo positivo na contração, (ζ_{cn}) para o fluxo negativo na contração, (ζ_{ep}) para o fluxo positivo na expansão, (ζ_{en}) para o fluxo negativo na expansão e desnível (Δz) entre os fundos dos trechos do canal. Os equacionamentos a seguir foram baseados nas transições apresentadas por Henderson (1966), Chow (1986) e Chaudhry (1987).

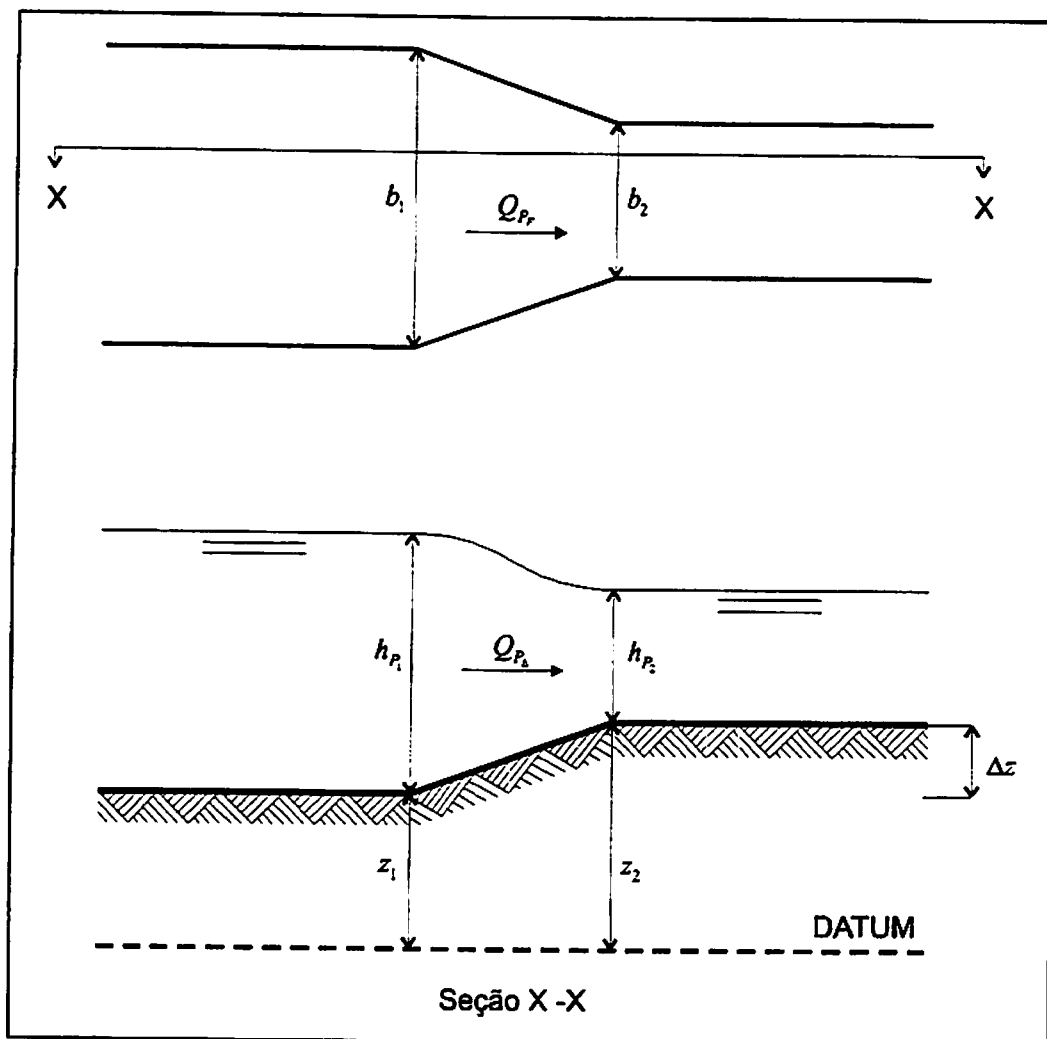


FIGURA 3.18 - Esquema de uma transição do tipo contração.

O termo "DATUM" se refere ao plano de referência das medidas verticais nas Figuras 3.18 e 3.19.

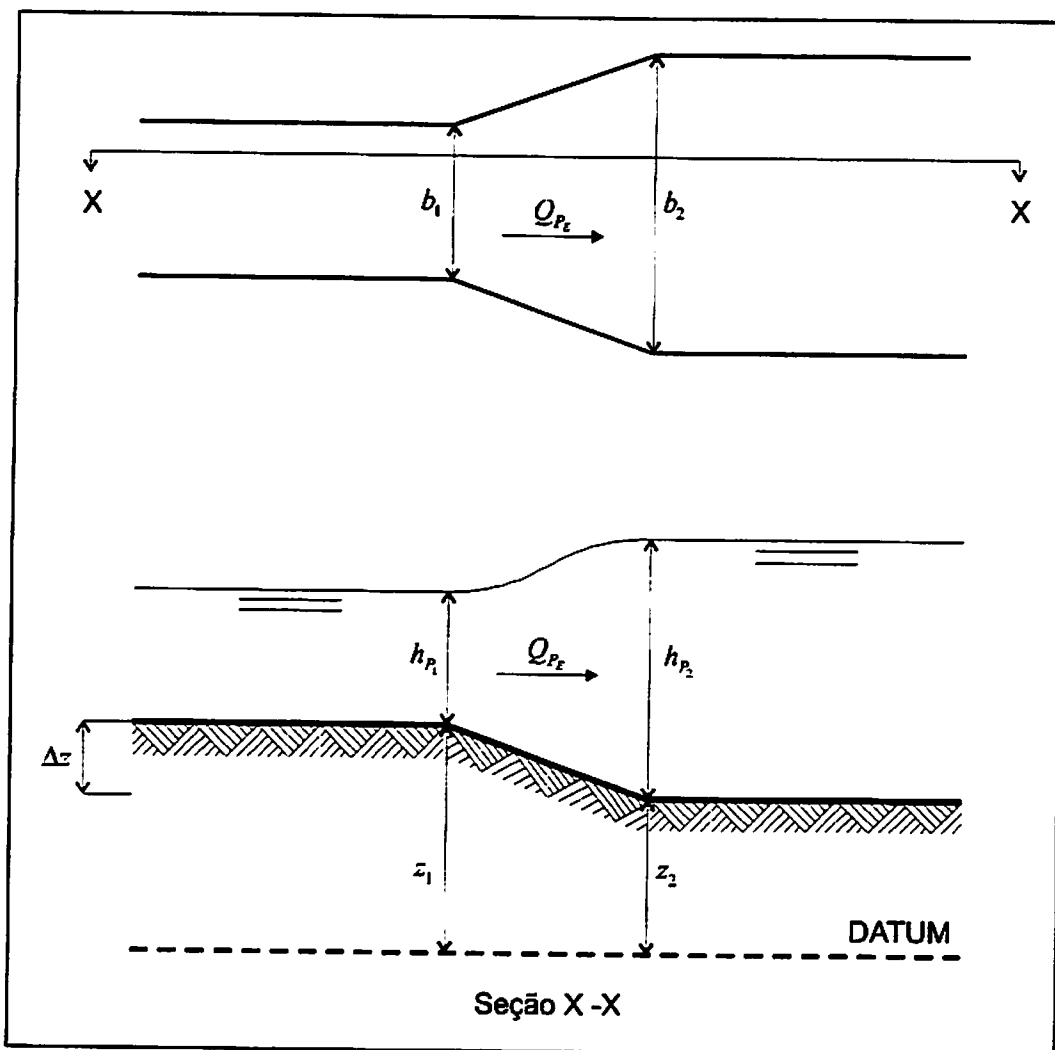


FIGURA 3.19 - Esquema de uma transição do tipo expansão.

Para uma transição em contração, com fluxo positivo, incluindo contração horizontal e/ou vertical, pelo exame da Figura 3.18, pode-se escrever:

$$z_1 + h_{P_1} + \frac{V_{P_1}^2}{2g} = z_2 + h_{P_2} + \frac{V_{P_2}^2}{2g} + \Delta H$$

Expressando-se a perda de carga singular (ΔH) como,

$$\Delta H = \zeta_{cp} \left(\frac{V_{P_2}^2 - V_{P_1}^2}{2g} \right)$$

tem-se:

$$z_1 + h_{P_1} + \frac{V_{P_1}^2}{2g} = z_2 + h_{P_2} + \frac{V_{P_2}^2}{2g} + \zeta_{cp} \left(\frac{V_{P_2}^2 - V_{P_1}^2}{2g} \right)$$

$$\frac{V_{P_2}^2}{2g} - \frac{V_{P_1}^2}{2g} + \zeta_{cp} \left(\frac{V_{P_2}^2 - V_{P_1}^2}{2g} \right) = z_1 - z_2 + h_{P_1} - h_{P_2}$$

Fazendo-se,

$$z_2 - z_1 = \Delta z$$

tem-se:

$$\frac{V_{P_2}^2}{2g} - \frac{V_{P_1}^2}{2g} + \zeta_{cp} \frac{V_{P_2}^2}{2g} - \zeta_{cp} \frac{V_{P_1}^2}{2g} = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

$$\frac{V_{P_2}^2}{2g} + \zeta_{cp} \frac{V_{P_2}^2}{2g} - \frac{V_{P_1}^2}{2g} - \zeta_{cp} \frac{V_{P_1}^2}{2g} = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

$$\frac{V_{P_2}^2}{2g} (1 + \zeta_{cp}) - \frac{V_{P_1}^2}{2g} (1 + \zeta_{cp}) = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

Mas, como $V_{P_1}^2 = Q_{P_1}^2 / A_{P_1}^2$ e $V_{P_2}^2 = Q_{P_2}^2 / A_{P_2}^2$, tem-se:

$$\frac{Q_{P_2}^2}{2g A_{P_2}^2} (1 + \zeta_{cp}) - \frac{Q_{P_1}^2}{2g A_{P_1}^2} (1 + \zeta_{cp}) = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

$$\frac{Q_{P_2}^2}{2g} (1 + \zeta_{cp}) \left(\frac{1}{A_{P_2}^2} - \frac{1}{A_{P_1}^2} \right) = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

$$Q_{P_E}^2 \left[\frac{1}{2g} (1 + \zeta_{cp}) \left(\frac{1}{A_{P_2}^2} - \frac{1}{A_{P_1}^2} \right) \right] = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

Fazendo-se,

$$K_E = \frac{1}{2g} (1 + \zeta_{cp}) \left(\frac{1}{A_{P_2}^2} - \frac{1}{A_{P_1}^2} \right) \quad (3.110)$$

a equação de Q_{P_2} torna-se:

$$Q_{P_E}^2 K_E = -\Delta z + h_{P_1} - h_{P_2}$$

ou,

$$Q_{P_E} = \sqrt{\frac{1}{K_E} (h_{P_1} - h_{P_2} - \Delta z)} \quad (3.111)$$

Fazendo-se ainda,

$$C = \sqrt{\frac{1}{K_E}}$$

a equação (3.111) torna-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{h_{P_1} - h_{P_2} - \Delta z} \quad (3.112)$$

Escrevendo-se a equação (3.89), para o nó de montante (nó 1) e para o nó de jusante (nó 2) da transição (contração) e, em seguida, explicitando-se h_{P_1} e h_{P_2} , tem-se:

$$Q_{P_E} = E_{NO_1} - B_{NO_1} h_{P_1} \Rightarrow h_{P_1} = - \left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \quad (3.113)$$

$$Q_{P_E} = -E_{NO_2} + B_{NO_2} h_{P_2} \Rightarrow h_{P_2} = \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) \quad (3.114)$$

Substituindo-se as equações (3.113) e (3.114), que expressam, respectivamente, os valores de h_{P_1} e de h_{P_2} , na equação (3.112), tem-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{-\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) - \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) - \Delta z}$$

Rearranjando-se a equação anterior ...

$$Q_{P_E}^2 = C^2 \left(-\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) - \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) - \Delta z \right)$$

$$Q_{P_E}^2 = -C^2 \left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) - C^2 \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) - C^2 \Delta z$$

$$Q_{P_E}^2 = -\frac{C^2}{B_{NO_1}} Q_{P_E} + \frac{C^2 E_{NO_1}}{B_{NO_1}} - \frac{C^2}{B_{NO_2}} Q_{P_E} - \frac{C^2 E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - C^2 \Delta z$$

$$Q_{P_E}^2 + \frac{C^2}{B_{NO_1}} Q_{P_E} + \frac{C^2}{B_{NO_2}} Q_{P_E} + \frac{C^2 E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{C^2 E_{NO_1}}{B_{NO_1}} + C^2 \Delta z = 0$$

tem-se:

$$Q_{P_E}^2 + \left[C^2 \left(\frac{1}{B_{NO_1}} + \frac{1}{B_{NO_2}} \right) \right] Q_{P_E} + \left[C^2 \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} + \Delta z \right) \right] = 0$$

Lembrando-se que $C^2 = \frac{1}{K_E}$ e fazendo-se,

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_1}} + \frac{1}{B_{NO_2}} \right) \quad (3.115)$$

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} + \Delta z \right) \quad (3.116)$$

pode-se escrever:

$$Q_{P_E} |Q_{P_E}| + F Q_{P_E} + G = 0 \quad (3.117)$$

Explicitando-se Q_{P_E} na equação (3.117), tem-se:

$$Q_{P_E} = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4G}}{2}$$

Mas, para vazão $Q_{P_E} \geq 0$,

$$Q_{P_E} = \frac{-F + \sqrt{F^2 - 4G}}{2} \quad (3.118)$$

Examinando-se a equação (3.118), verifica-se que:

$$G < 0 \Rightarrow Q_{P_E} > 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Para uma transição contração, com fluxo negativo, incluindo contração horizontal e/ou vertical, pelo exame da Figura 3.18 e por um procedimento análogo ao caso de contração com fluxo positivo, pode-se escrever:

$$K_E = \frac{1}{2g} (1 - \zeta_{ca}) \left(\frac{1}{A_{P_2}^2} - \frac{1}{A_{P_1}^2} \right) \quad (3.119)$$

O valor de F é calculado pela equação (3.115).

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} - \Delta z \right) \quad (3.120)$$

$$Q_{P_E} = \frac{F - \sqrt{F^2 + 4G}}{2} \quad (3.121)$$

Examinando-se a equação (3.121), verifica-se que:

$$G > 0 \Rightarrow Q_{P_E} < 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Na Figura 3.20, é apresentado o fluxograma que calcula as variáveis de estado no instante atual para os nós de montante e de jusante do elemento não canal transição do tipo contração.

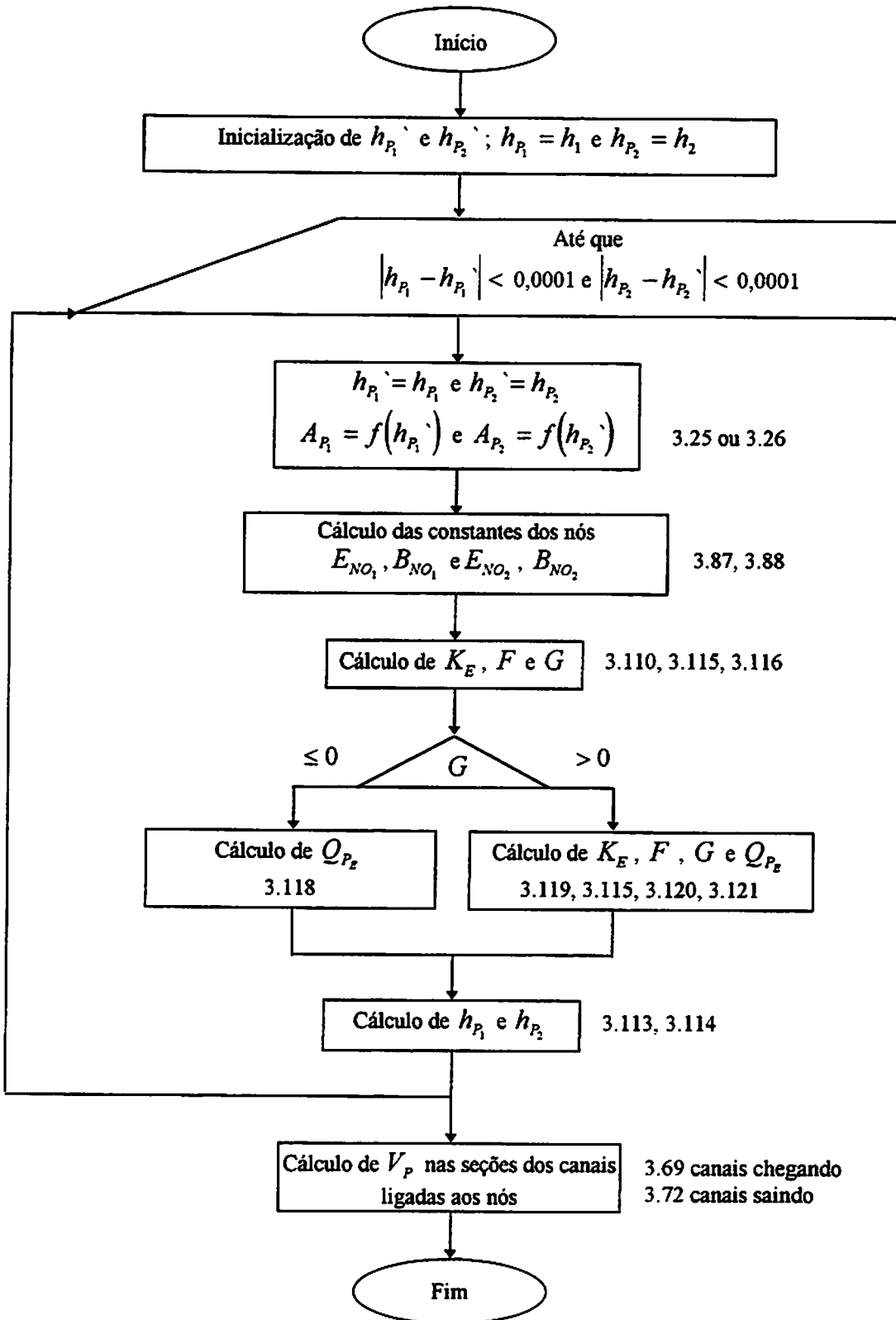


FIGURA 3.20 - Fluxograma de cálculo para a transição (contração).

Para uma transição expansão, com fluxo positivo, incluindo expansão horizontal e/ou vertical, pelo exame da Figura 3.19 e por um procedimento análogo ao caso de contração com fluxo positivo, pode-se escrever:

$$K_E = \frac{1}{2g} (1 - \zeta_{ep}) \left(\frac{1}{A_{P_2}^2} - \frac{1}{A_{P_1}^2} \right) \quad (3.122)$$

O valor de F é calculado pela equação (3.115).

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} + \Delta z \right) \quad (3.123)$$

$$Q_{P_E} = \frac{-F + \sqrt{F^2 - 4G}}{2} \quad (3.124)$$

Examinando-se a equação (3.124), verifica-se que:

$$G < 0 \Rightarrow Q_{P_E} > 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Para uma transição expansão, com fluxo negativo, incluindo expansão horizontal e/ou vertical, pelo exame da Figura 3.19 e por um procedimento análogo ao caso de contração com fluxo positivo, pode-se escrever:

$$K_E = \frac{1}{2g} (1 + \zeta_{en}) \left(\frac{1}{A_{P_2}^2} - \frac{1}{A_{P_1}^2} \right) \quad (3.125)$$

O valor de F é calculado pela equação (3.115).

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} - \Delta z \right) \quad (3.126)$$

$$Q_{P_E} = \frac{F - \sqrt{F^2 + 4G}}{2} \quad (3.127)$$

Examinando-se a equação (3.127), verifica-se que:

$$G > 0 \Rightarrow Q_{P_E} < 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Na Figura 3.21, é apresentado o fluxograma que calcula as variáveis de estado no instante atual para os nós de montante e de jusante do elemento não canal transição do tipo expansão.

Para os quatro tipos de transição apresentados, observa-se que: a equação de F é a mesma para os casos examinados; existe apenas uma equação de vazão para o fluxo positivo, pois as equações (3.118) e (3.124) são idênticas; existe apenas uma equação de vazão para o fluxo negativo, pois as equações (3.121) e (3.127) são idênticas; as equações (3.110) e (3.125), que calculam o valor de K_E , respectivamente, para os casos de contração positiva e expansão negativa, se diferenciam apenas pelos valores dos coeficientes de perda de carga, ζ_{cp} e ζ_{en} ; as equações (3.122) e (3.119), que calculam o valor de K_E , respectivamente, para os casos de expansão positiva e contração negativa, se diferenciam apenas pelos valores dos coeficientes de perda de carga, ζ_{ep} e ζ_{cn} .

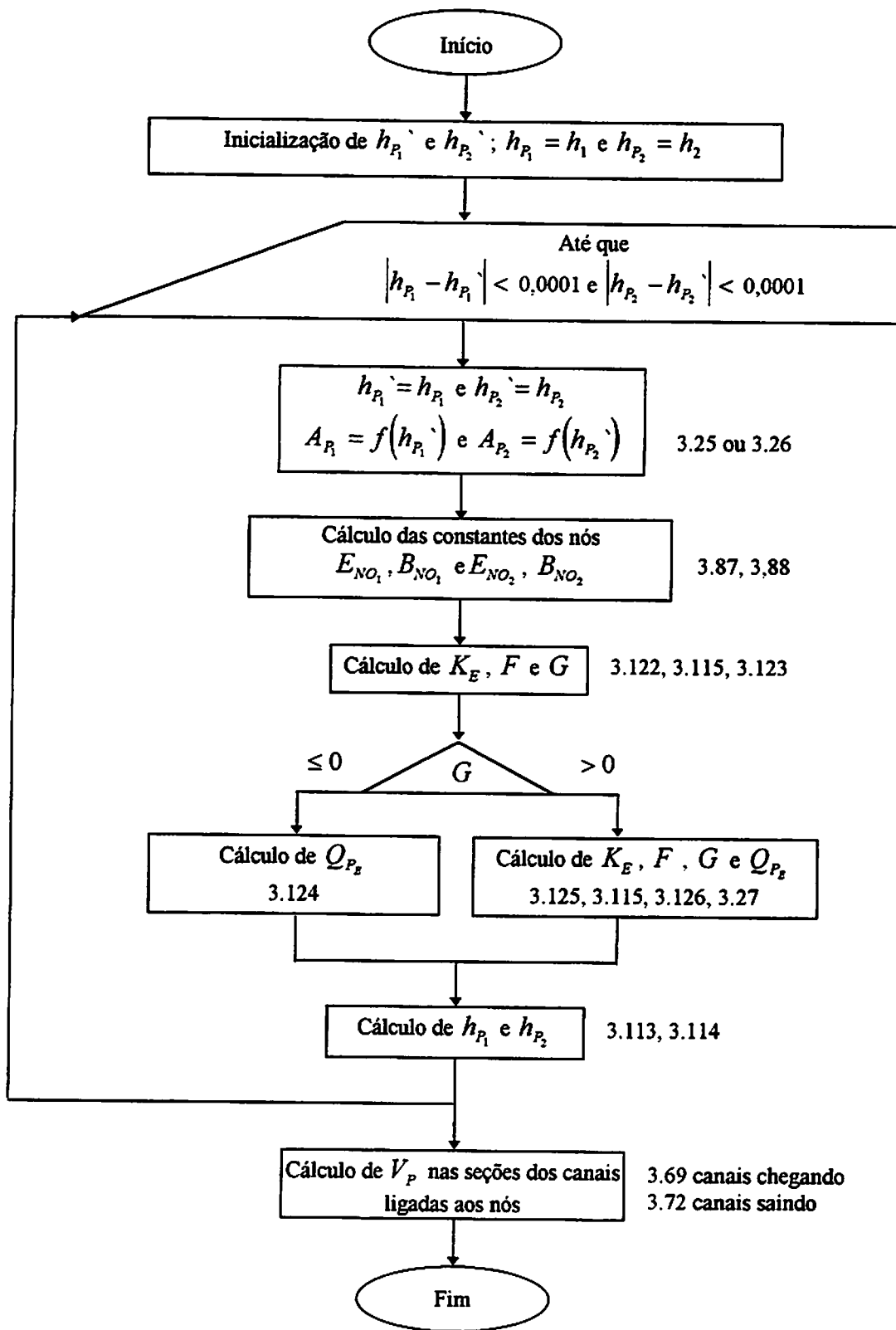


FIGURA 3.21 - Fluxograma de cálculo para a transição (expansão).

3.5.3 Reservatório

Existem dois tipos bem definidos de elementos reservatório: o reservatório de montante e o de jusante.

O elemento reservatório é muito utilizado como condição de contorno nas extremidades de um sistema de canais. Esse elemento é descrito pela sua profundidade em relação ao fundo da seção de comunicação com o canal de derivação (h_{res}), a qual pode variar com o tempo, pelo coeficiente de perda de carga singular devido ao escoamento entre o reservatório e o canal, (ζ_{rmp}), para o fluxo no sentido positivo, ou saindo do reservatório de montante; (ζ_{rmm}), para o fluxo no sentido negativo, ou entrando no reservatório de montante; (ζ_{rjp}), para o fluxo no sentido positivo, ou entrando no reservatório de jusante; (ζ_{rjn}), para o fluxo no sentido negativo, ou saindo do reservatório de jusante, e pelas dimensões da seção de comunicação com o canal. Os equacionamentos a seguir foram baseados nos apresentados por Chaudhry (1987).

Quando o fluxo (Q_{P_2}), através de um elemento reservatório de montante, cuja representação esquemática encontra-se na Figura 3.22, ocorre no sentido positivo, ou seja, a água sai do reservatório, pode-se escrever que:

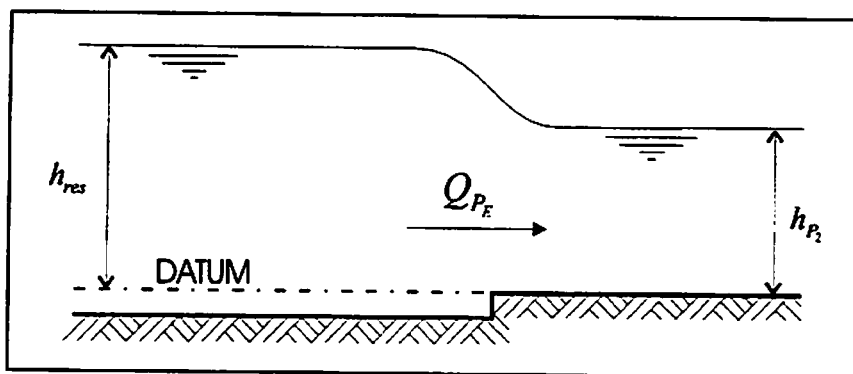


FIGURA 3.22 - Esquema representativo do reservatório de montante.

$$z_{res} + h_{res} + \frac{V_{res}^2}{2g} = z_2 + h_{P_2} + \frac{V_{P_2}^2}{2g} + \Delta H$$

Expressando-se a perda de carga singular (ΔH) na saída do reservatório como,

$$\Delta H = \zeta_{rmp} \left(\frac{V_{P_2}^2 - V_{res}^2}{2g} \right)$$

tem-se:

$$z_{res} + h_{res} + \frac{V_{res}^2}{2g} = z_2 + h_{P_2} + \frac{V_{P_2}^2}{2g} + \zeta_{rmp} \left(\frac{V_{P_2}^2 - V_{res}^2}{2g} \right)$$

Como o plano de referencia ("DATUM") passa pelo fundo do canal na seção de comunicação com o reservatório e a velocidade de escoamento no reservatório (V_{res}) é praticamente nula, ou seja, $z_2 = z_{res}$ e $V_{res} = 0$, pode-se escrever:

$$h_{res} = h_{P_2} + \frac{V_{P_2}^2}{2g} + \zeta_{rmp} \left(\frac{V_{P_2}^2}{2g} \right)$$

$$\frac{V_{P_2}^2}{2g} + \zeta_{rmp} \left(\frac{V_{P_2}^2}{2g} \right) = h_{res} - h_{P_2}$$

$$\frac{V_{P_2}^2}{2g} (1 + \zeta_{rmp}) = h_{res} - h_{P_2}$$

Mas, como $V_{P_2}^2 = Q_{P_E}^2 / A_{P_2}^2$, tem-se:

$$\frac{Q_{P_E}^2}{2g A_{P_2}^2} (1 + \zeta_{rmp}) = h_{res} - h_{P_2}$$

$$Q_{P_E}^2 \left[\frac{1 + \zeta_{rmp}}{2g A_{P_2}^2} \right] = h_{res} - h_{P_2}$$

Fazendo-se,

$$K_E = \frac{1 + \zeta_{rmp}}{2g A_{P_2}^2} \quad (3.128)$$

a equação de Q_{P_E} torna-se:

$$Q_{P_E}^2 K_E = h_{res} - h_{P_2}$$

ou,

$$Q_{P_E} = \sqrt{\frac{1}{K_E} (h_{res} - h_{P_2})} \quad (3.129)$$

Fazendo-se ainda,

$$C = \sqrt{\frac{1}{K_E}}$$

a equação (3.129) torna-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{(h_{res} - h_{P_2})} \quad (3.130)$$

Escrevendo-se a equação (3.89), para o nó de jusante (nó 2) do reservatório de montante e, em seguida, explicitando-se h_{P_2} , tem-se:

$$Q_{P_E} = -E_{NO_2} + B_{NO_2} h_{P_2} \Rightarrow h_{P_2} = \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) \quad (3.131)$$

Substituindo-se a equação (3.131), que expressa o valor de h_{P_2} , na equação (3.130), tem-se:

$$Q_{P_E} = C \sqrt{h_{res} - \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right)}$$

Rearranjando-se a equação anterior ...

$$Q_{P_E}^2 = C^2 \left(h_{res} - \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right) \right)$$

$$Q_{P_E}^2 = C^2 h_{res} - C^2 \left(\frac{Q_{P_E} + E_{NO_2}}{B_{NO_2}} \right)$$

$$Q_{P_E}^2 = C^2 h_{res} - \frac{C^2}{B_{NO_2}} Q_{P_E} - \frac{C^2 E_{NO_2}}{B_{NO_2}}$$

$$Q_{P_E}^2 + \frac{C^2}{B_{NO_2}} Q_{P_E} + \frac{C^2 E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - C^2 h_{res} = 0$$

tem-se:

$$Q_{P_E}^2 + \left[C^2 \left(\frac{1}{B_{NO_2}} \right) \right] Q_{P_E} + \left[C^2 \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - h_{res} \right) \right] = 0$$

Lembrando-se que $C^2 = \frac{1}{K_E}$ e fazendo-se,

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_2}} \right) \quad (3.132)$$

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - h_{res} \right) \quad (3.133)$$

tem-se:

$$Q_{P_E} |Q_{P_E}| + F Q_{P_E} + G = 0 \quad (3.134)$$

Explicitando-se Q_{P_E} na equação (3.134), tem-se:

$$Q_{P_E} = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4G}}{2}$$

Mas, para vazão $Q_{P_E} \geq 0$,

$$Q_{P_E} = \frac{-F + \sqrt{F^2 - 4G}}{2} \quad (3.135)$$

Examinando-se a equação (3.135), verifica-se que:

$$G < 0 \Rightarrow Q_{P_E} > 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Para o elemento reservatório de jusante com fluxo positivo, pelo exame da Figura 3.23 e por um procedimento análogo

ao caso do reservatório de montante com fluxo positivo, pode-se escrever:

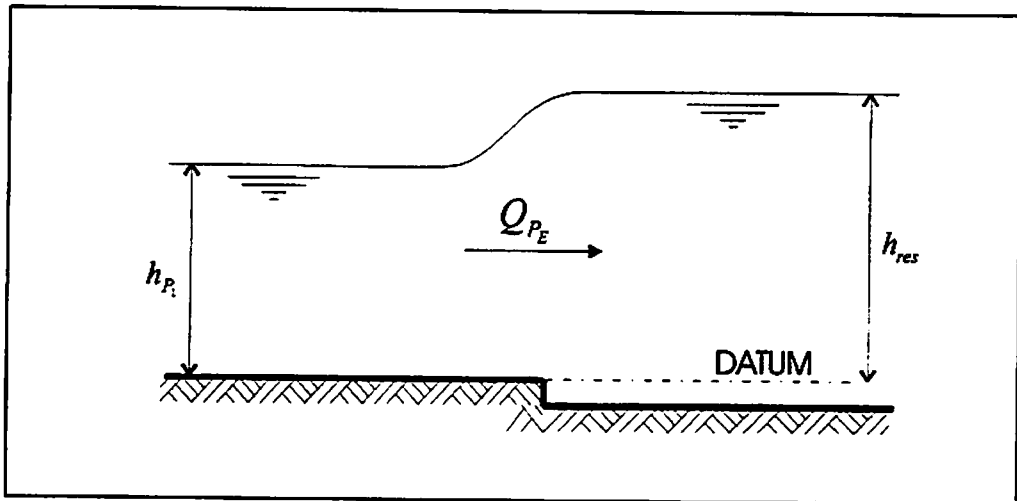


FIGURA 3.23 - Esquema representativo do reservatório de jusante.

$$K_E = \frac{1 - \zeta_{rjp}}{2gA_{P_1}^2} \quad (3.136)$$

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_1}} \right) \quad (3.137)$$

$$G = \frac{1}{K_E} \left(h_{res} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \quad (3.138)$$

$$Q_{P_E} = \frac{F - \sqrt{F^2 + 4G}}{2} \quad (3.139)$$

Examinando-se a equação (3.139), verifica-se que:

$$G < 0 \Rightarrow Q_{P_E} > 0$$

e,

$$G=0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Para o elemento reservatório de montante com fluxo negativo, pelo exame da Figura 3.22 e por um procedimento análogo ao caso do reservatório de montante com fluxo positivo, pode-se escrever:

$$K_E = \frac{1 - \zeta_{rmt}}{2 g A_{P_1}^2} \quad (3.140)$$

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_2}} \right) \quad (3.141)$$

$$G = \frac{1}{K_E} \left(\frac{E_{NO_2}}{B_{NO_2}} - h_{res} \right) \quad (3.142)$$

$$Q_{P_E} = \frac{F - \sqrt{F^2 + 4G}}{2} \quad (3.143)$$

Examinando-se a equação (3.143), verifica-se que:

$$G > 0 \Rightarrow Q_{P_E} < 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Para o elemento reservatório de jusante com fluxo negativo, pelo exame da Figura 3.23 e por um procedimento análogo ao caso do reservatório de montante com fluxo positivo, pode-se escrever:

$$K_E = \frac{1 + \zeta_{rjn}}{2 g A_{P_1}^2} \quad (3.144)$$

$$F = \frac{1}{K_E} \left(\frac{1}{B_{NO_1}} \right) \quad (3.145)$$

$$G = \frac{1}{K_E} \left(h_{res} - \frac{E_{NO_1}}{B_{NO_1}} \right) \quad (3.146)$$

$$Q_{P_E} = \frac{-F + \sqrt{F^2 - 4G}}{2} \quad (3.147)$$

Examinando-se a equação (3.147), verifica-se que:

$$G > 0 \Rightarrow Q_{P_E} < 0$$

e,

$$G = 0 \Rightarrow Q_{P_E} = 0$$

Na Figura 3.24, é apresentado o fluxograma que calcula as variáveis de estado no instante atual para o nó de jusante do elemento não canal do tipo reservatório de montante.

Na Figura 3.25, é apresentado o fluxograma que calcula as variáveis de estado no instante atual para o nó de montante do elemento não canal do tipo reservatório de jusante.

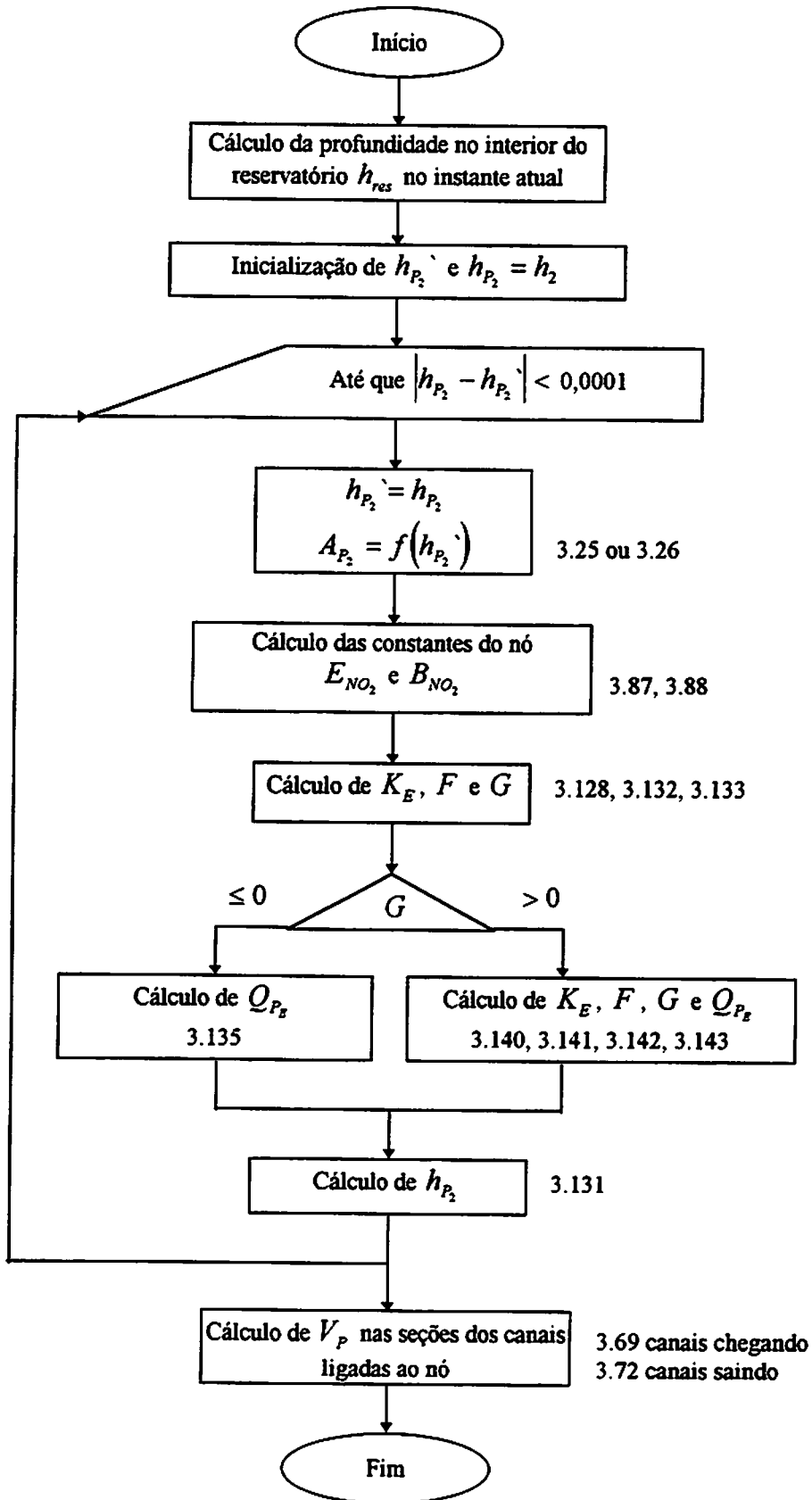


FIGURA 3.24 - Fluxograma de cálculo para o reservatório de montante.

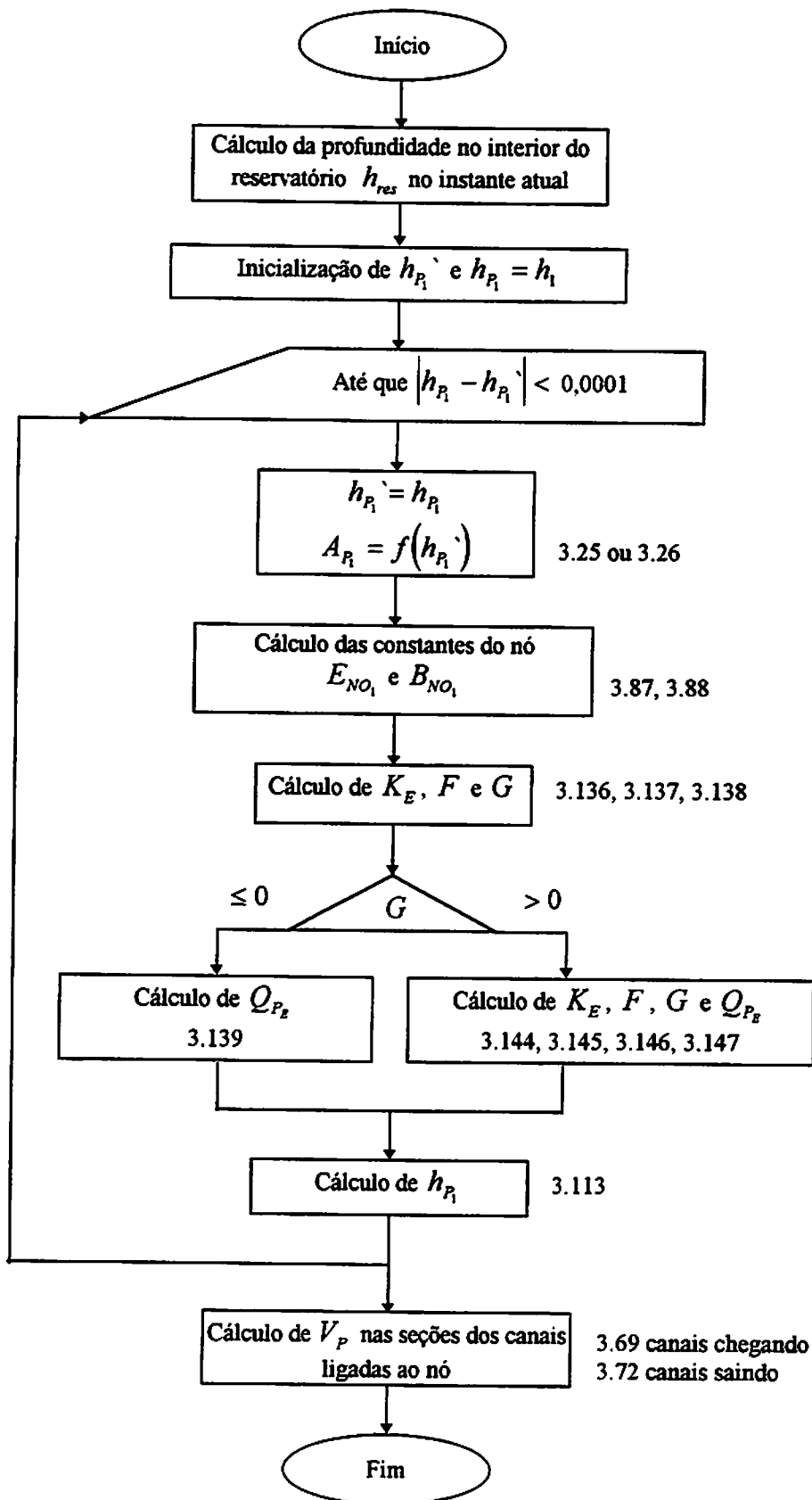


FIGURA 3.25 - Fluxograma de cálculo para o reservatório de jusante.

3.5.4 Curva-chave de jusante

A curva-chave é uma condição de contorno que pode ser utilizada no extremo de jusante de uma rede de canais. Segundo Tucci e Porto (1982), esta condição pode ser usada quando não forem grandes os efeitos a jusante (se o fluxo na extremidade de jusante puder ser considerado permanente e variado) e, se se puder aproximar por uma linha reta ou curva a laçada da relação entre Q e h . Assim, a vazão numa seção é função do nível d'água nesta seção.

A Figura 3.26 apresenta um exemplo de uma curva-chave de jusante. Este elemento pode ser descrito simplesmente através de pares de pontos que representam esta curva, ou seja, valores correspondentes de vazão e de profundidade do escoamento.

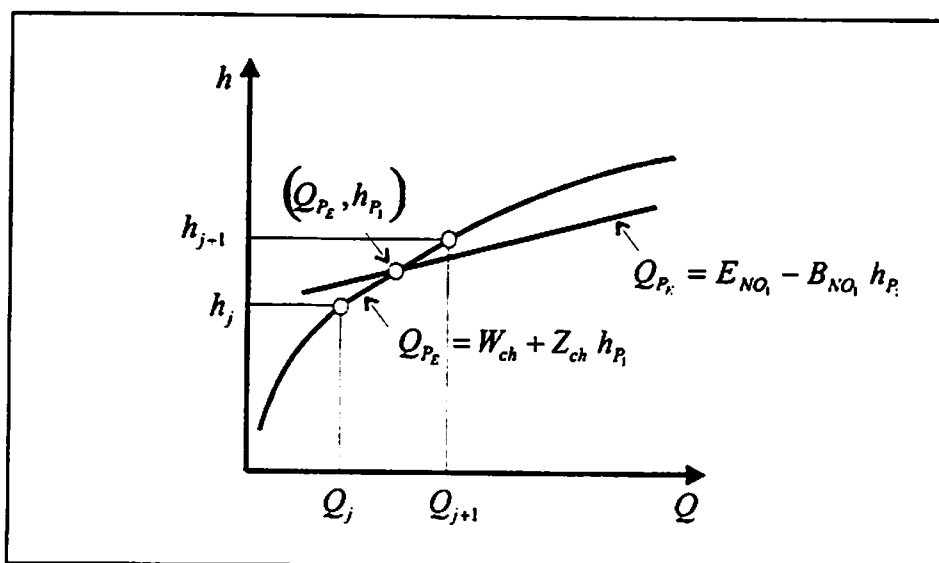


FIGURA 3.26 - Curva-chave de jusante.

Para determinar a equação do segmento de reta compreendido entre os pontos (Q_j, h_j) e (Q_{j+1}, h_{j+1}) da curva-chave de jusante, escreve-se:

$$\frac{Q_{P_E} - Q_j}{Q_{j+1} - Q_j} = \frac{h_{P_1} - h_j}{h_{j+1} - h_j}$$

Explicitando-se Q_{P_E} e rearranjando-se, tem-se:

$$Q_{P_E} = \left[Q_j - \left(\frac{Q_{j+1} - Q_j}{h_{j+1} - h_j} \right) h_j \right] + \left[\left(\frac{Q_{j+1} - Q_j}{h_{j+1} - h_j} \right) \right] h_{P_1}$$

Fazendo-se,

$$Z_{ch} = \frac{Q_{j+1} - Q_j}{h_{j+1} - h_j} \quad (3.148)$$

e,

$$W_{ch} = Q_j - Z_{ch} h_j \quad (3.149)$$

pode-se escrever:

$$Q_{P_E} = W_{ch} + Z_{ch} h_{P_1}$$

Explicitando-se h_{P_1} , tem-se:

$$h_{P_1} = \frac{Q_{P_E} - W_{ch}}{Z_{ch}} \quad (3.150)$$

Escrevendo-se a equação (3.89) para o nó de montante (nó 1) da curva-chave de jusante e, em seguida, explicitando-se h_{P_1} , tem-se:

$$Q_{P_E} = E_{NO_1} - B_{NO_1} h_{P_1} \Rightarrow h_{P_1} = -\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}}\right) \quad (3.151)$$

Substituindo-se o valor de h_{P_1} da equação (3.151) na equação (3.150),

$$-\left(\frac{Q_{P_E} - E_{NO_1}}{B_{NO_1}}\right) = \frac{Q_{P_E} - W_{ch}}{Z_{ch}}$$

e explicitando-se Q_{P_E} , tem-se:

$$Q_{P_E} = \frac{E_{NO_1} Z_{ch} + B_{NO_1} W_{ch}}{B_{NO_1} + Z_{ch}} \quad (3.152)$$

A profundidade correspondente a esta vazão, poderá ser calculada pela equação (3.150) ou pela equação (3.151).

Na Figura 3.27, é apresentado o fluxograma que calcula as variáveis de estado no instante atual para o nó de montante do elemento não canal do tipo curva-chave de jusante.

Finalmente, na Figura 3.28, é apresentado o fluxograma geral para o presente modelo.

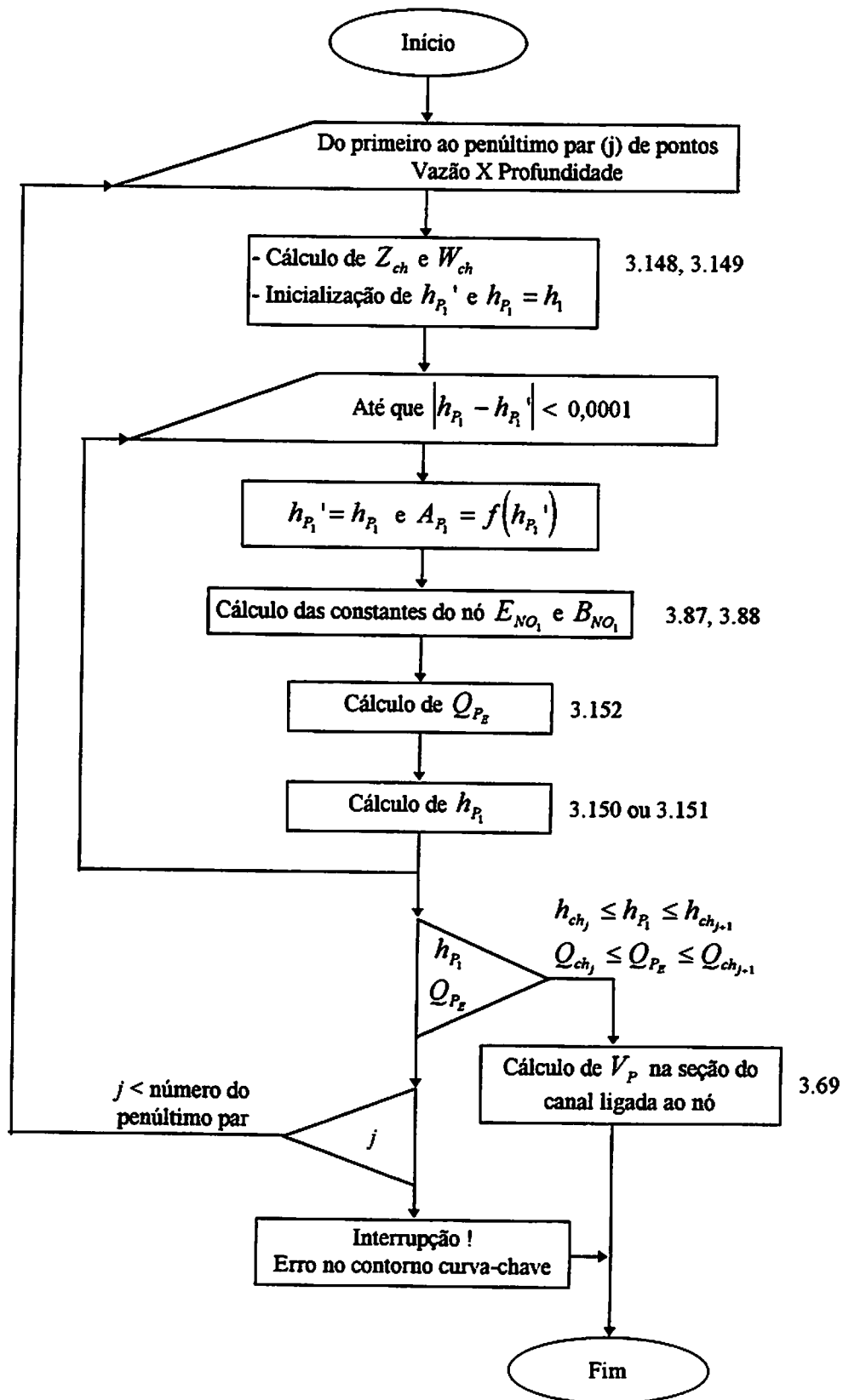


FIGURA 3.27 - Fluxograma de cálculo para a curva-chave.

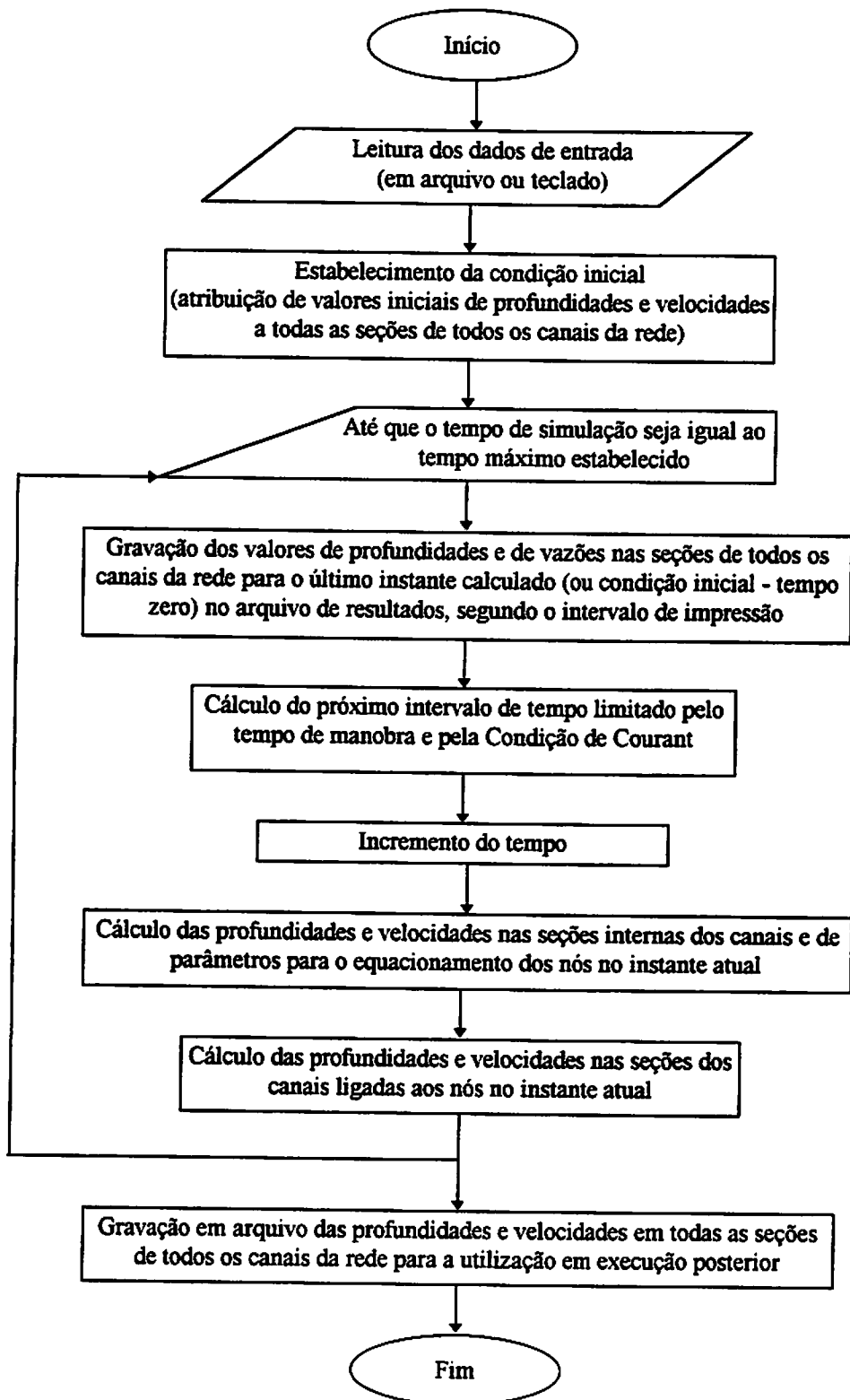


FIGURA 3.28 - Fluxograma geral do modelo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na seção anterior, todos os conceitos básicos necessários ao estabelecimento do modelo foram apresentados.

As equações da continuidade e da quantidade de movimento foram completamente deduzidas e deram origem ao sistema de equações diferenciais parciais que regem os escoamentos com superfície livre, ou seja, as equações de Saint Venant.

O sistema formado pelas (duas) equações de Saint Venant foi transformado, através do Método das Características, em um sistema de quatro equações diferenciais ordinárias, que foram integradas numericamente por um esquema explícito de diferenças finitas.

Em seguida, formulou-se um equacionamento genérico adequado ao estudo de redes de canais. Nas seções internas dos canais, o cálculo das variáveis de estado do escoamento é realizado ao longo de duas linhas características, uma positiva e a outra negativa. Nas seções extremas dos canais, que constituem os nós da rede, o cálculo das variáveis de estado do escoamento é

realizado ao longo de uma das linhas características em conjunto com as respectivas equações das condições de contorno.

Foram equacionadas algumas condições de contorno que são encontradas com mais frequência em redes de canais, quais sejam: reservatórios de montante e de jusante, comportas, transições em contração e em expansão, demandas localizadas de vazão e curva-chave de jusante.

Na presente seção, será evidenciada a aplicabilidade do modelo e a sua validação pela comparação de alguns de seus resultados com os gerados pela simulação em outros modelos. Com este objetivo, apresenta-se, nesta seção, quatro exemplos de simulação de escoamentos em redes de canais, sendo um exemplo de simulação de fluxo permanente e três de fluxo transiente.

Dos quatro exemplos, os dois primeiros servirão para verificar o funcionamento modelo. No primeiro exemplo, será simulado um regime permanente em uma rede de canais, cujos resultados de simulação serão comparados aos obtidos através de cálculo de remanso. No segundo exemplo, simular-se-á um regime transiente em uma rede de canais e os resultados de simulação serão comparados aos disponíveis na literatura para a mesma rede, nas mesmas condições de simulação. Nos dois últimos exemplos, procurar-se-á demonstrar as capacidades do modelo desenvolvido, sendo que, no terceiro exemplo, será simulado um regime transiente em uma rede de canais similar a do primeiro exemplo e, no quarto exemplo, simular-se-á um regime transiente em uma rede de canais com a finalidade de mostrar a aplicabilidade do modelo

a uma rede de canais de irrigação. Salienta-se que, no quarto exemplo, estão incluídas todas as estruturas hidráulicas, demandas localizadas e contribuição lateral de vazão estudadas no presente trabalho.

Destaca-se ainda que o código do programa de computador correspondente ao modelo foi elaborado na linguagem "Borland Turbo Basic" (versão 1.1) e as execuções dos exemplos apresentados a seguir foram realizadas em um equipamento compatível ao IBM-PC, com processador "Pentium" de 166 MHz, "cache" de 512 Kbytes e 32 Mbytes de "RAM".

4.1 Exemplo 1

O exemplo 1 trata da obtenção de um regime permanente. A Figura 4.1 apresenta a topologia desta rede de canais, que é composta por 10 elementos, sendo 9 canais e 1 reservatório de jusante de nível constante.

Os canais que compõem esta rede estão descritos na Tabela 4.1. O reservatório de jusante (E10) tem uma profundidade de água (h_{res}) constante de 3,00 m.

Partiu-se da condição de vazão nula em toda a rede e tomou-se o valor da cota do nível d'água do reservatório de jusante para as cotas dos níveis d'água de todas as seções de todos os canais da rede.

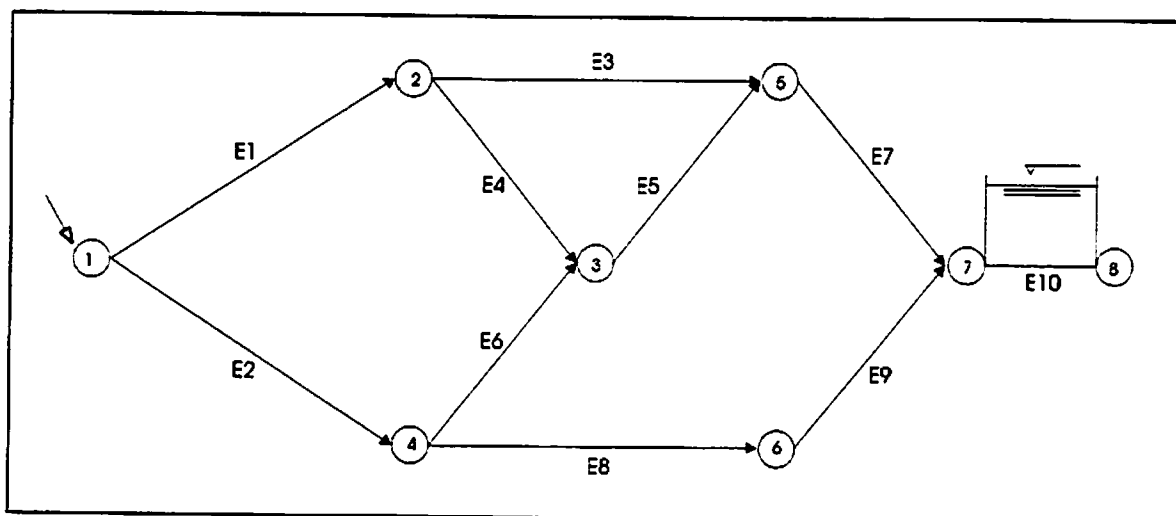


FIGURA 4.1 - Representação topológica da rede do exemplo 1.

TABELA 4.1 - Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 1.

Elemen. (n ^o)	Nó _{mon} (n ^o)	Nó _{jus} (n ^o)	L (m)	K (m ^{-1/3} /s)	J ₀ (m/m)	b ou D (m)	m ()	N (n ^o)
E1	1	2	1000	76,923	0,0009	4,2	0,5	40
E2	1	4	1000	76,923	0,0009	5,6	0,5	40
E3	2	5	1000	83,333	0,0009	2,8	0,5	40
E4	2	3	500	71,429	0,0009	2,8	0,5	20
E5	3	5	500	76,923	0,0009	2,8	0,5	20
E6	4	3	500	76,923	0,0009	3,5	0,5	20
E7	5	7	500	71,429	0,0009	4,2	0,5	20
E8	4	6	1000	71,429	0,0009	7,0	0,5	40
E9	6	7	500	71,429	0,0009	7,0	0,5	20

O abastecimento de água da rede, que foi feito pelo nó 1, aduziu uma vazão que atingiu o valor máximo de $30,0 \text{ m}^3/\text{s}$ em 10 min, permanecendo constante a partir desse instante, conforme Figura 4.2. O tempo total de simulação foi de 3 h. O intervalo médio de tempo foi de 4 s. O tempo de execução computacional foi de 6,7 min.

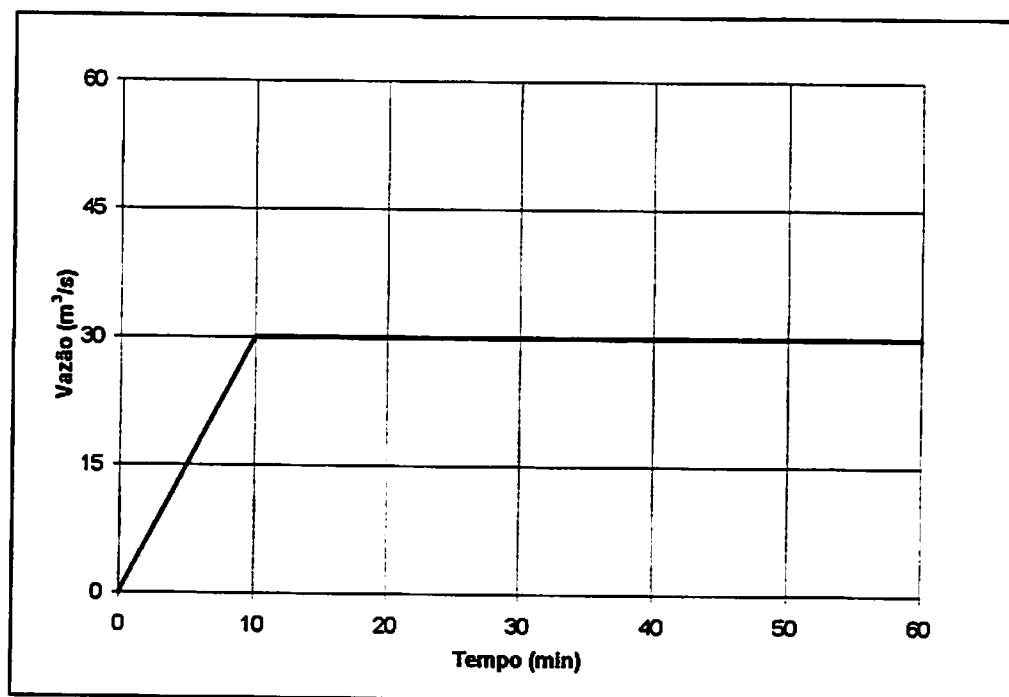


FIGURA 4.2 - Hidrograma de entrada da rede do exemplo 1.

Na Tabela 4.2, nas terceira e quinta colunas, respectivamente, estão apresentados os resultados de vazão e de profundidade do escoamento calculados pelo modelo ao longo das principais seções transversais de todos os canais da rede.

Os resultados do regime permanente obtidos pelo modelo serão comparados aos resultados obtidos por cálculo de remanso

para todos os canais da rede. Para o cálculo dos remansos, retoma-se a equação (3.27), que também pode ser escrita da seguinte maneira:

$$dh = \frac{J_0 - J_E}{1 - \frac{Q^2}{A^3 g} B} dx$$

Integrando-se esta equação pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem, utilizando-se as equações (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) e (2.5), obtêm-se os valores de profundidades de escoamento nas seções transversais dos canais, apresentados na sexta coluna da Tabela 4.2. Na última coluna desta Tabela, estão apresentadas as diferenças entre os valores de profundidade calculados pelo modelo e por remanso, para as mesmas seções de todos os canais da rede.

TABELA 4.2 - Regime permanente resultante do exemplo 1

Elemento (n ²)	Seção (n ²)	Vazão por seção (m ³ /s)	Vazão média no elemento (m ³ /s)	Profund. pelo modelo (m)	Profund. por cálculo de remanso (m)	Diferença (m)
1	1	12,6278	12,6136	1,3026	1,2999	0,0027
	9	12,6251		1,3462	1,3438	0,0024
	17	12,6200		1,4137	1,4119	0,0018
	25	12,6124		1,5062	1,5051	0,0011
	33	12,6031		1,6207	1,6203	0,0004
	41	12,5932		1,7524	1,7524	0,0000

TABELA 4.2 - Continuação ...

Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão por seção (m ³ /s)	Vazão média no elemento (m ³ /s)	Profund. pelo modelo (m)	Profund. por cálculo de remanso (m)	Diferença (m)
2	1	17,3722	17,3538	1,3026	1,3000	0,0026
	9	17,3690		1,3391	1,3365	0,0026
	17	17,3627		1,3987	1,3966	0,0021
	25	17,3528		1,4842	1,4829	0,0013
	33	17,3400		1,5935	1,5929	0,0006
	41	17,3260		1,7215	1,7215	0,0000
3	1	7,3562	7,3455	1,7524	1,7513	0,0011
	9	7,3511		1,9106	1,9099	0,0007
	17	7,3466		2,0747	2,0742	0,0005
	25	7,3427		2,2427	2,2424	0,0003
	33	7,3395		2,4136	2,4134	0,0002
	41	7,3367		2,5865	2,5865	0,0000
4	1	5,2369	5,2332	1,7524	1,7519	0,0005
	5	5,2353		1,8332	1,8328	0,0004
	9	5,2337		1,9153	1,9151	0,0002
	13	5,2323		1,9985	1,9984	0,0001
	17	5,2310		2,0827	2,0826	0,0001
	21	5,2298		2,1676	2,1676	0,0000
5	1	7,7187	7,7138	2,1676	2,1671	0,0005
	5	7,7165		2,2497	2,2493	0,0004
	9	7,7146		2,3327	2,3325	0,0002
	13	7,7127		2,4167	2,4165	0,0002
	17	7,7110		2,5013	2,5012	0,0001
	21	7,7095		2,5865	2,5865	0,0000

TABELA 4.2 - Continuação ...

Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão por seção (m ³ /s)	Vazão média no elemento (m ³ /s)	Profund. pelo modelo (m)	Profund. por cálculo de remanso (m)	Diferença (m)
6	1	2,4902	2,4895	1,7215	1,7214	0,0001
	5	2,4899		1,8105	1,8104	0,0001
	9	2,4896		1,8996	1,8995	0,0001
	13	2,4893		1,9888	1,9888	0,0000
	17	2,4891		2,0782	2,0782	0,0000
	21	2,4889		2,1676	2,1676	0,0000
7	1	15,0462	15,0377	2,5865	2,5860	0,0005
	5	15,0425		2,6676	2,6672	0,0004
	9	15,0390		2,7496	2,7493	0,0003
	13	15,0357		2,8324	2,8322	0,0002
	17	15,0327		2,9159	2,9158	0,0001
	21	15,0298		3,0000	3,0000	0,0000
8	1	14,8358	14,8149	1,7215	1,7205	0,0010
	9	14,8256		1,8819	1,8812	0,0007
	17	14,8169		2,0474	2,0469	0,0005
	25	14,8096		2,2164	2,2162	0,0002
	33	14,8034		2,3880	2,3879	0,0001
	41	14,7982		2,5614	2,5614	0,0000
9	1	14,7982	14,7930	2,5614	2,5611	0,0003
	5	14,7959		2,6486	2,6484	0,0002
	9	14,7938		2,7361	2,7359	0,0002
	13	14,7918		2,8239	2,8237	0,0002
	17	14,7900		2,9118	2,9118	0,0000
	21	14,7884		3,0000	3,0000	0,0000

Analisando as diferenças entre os valores de profundidade de escoamento calculados pelo modelo e por remanso, observa-se que estas são praticamente negligenciáveis, tendo sido a diferença máxima igual a 2,7 mm, o que permite concluir que o modelo desenvolvido simulou com bastante exatidão o regime permanente a partir dos dados iniciais do exemplo 1.

4.2 Exemplo 2

Neste exemplo, simular-se-á o escoamento transiente da "Rede C" do trabalho apresentado por Joliffe (1984), com a finalidade de testar o funcionamento do modelo pela comparação com os resultados obtidos pelo referido autor. Trata-se da simulação de um escoamento transiente em uma rede de canais, causado por uma variação de vazão representada por um hidrograma na entrada da rede. A topologia desta rede, que está esquematizada na Figura 4.3, é composta por 10 elementos, sendo 9 canais e 1 reservatório de jusante de nível constante.

Os canais que compõem esta rede estão descritos na Tabela 4.3. O reservatório de jusante (E5) tem uma profundidade de água (h_{res}) constante de 0,20 m.

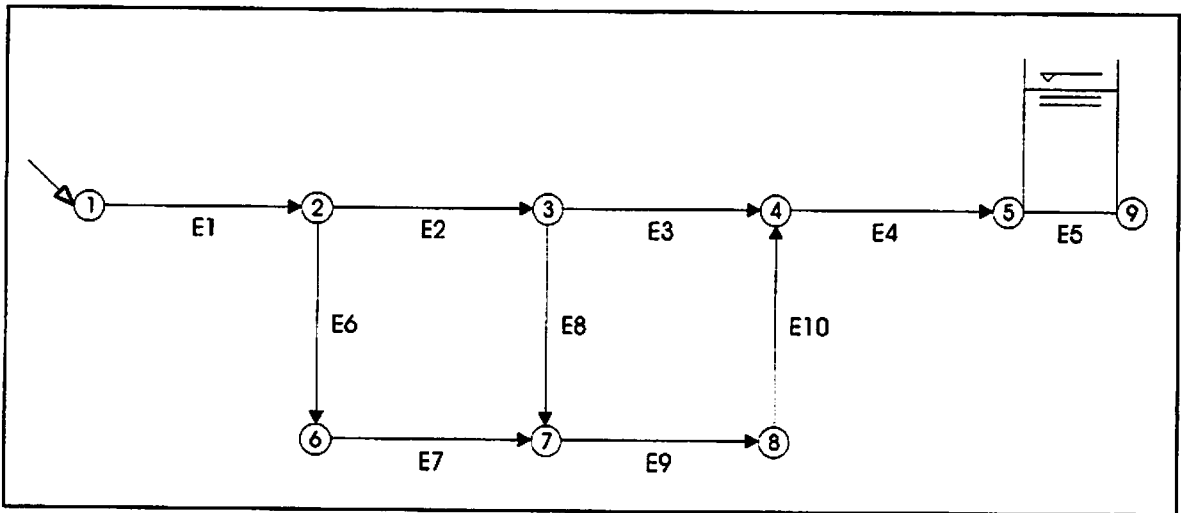


FIGURA 4.3 - Representação topológica da rede do exemplo 2.

TABELA 4.3 - Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 2.

Elemen. (n ^o)	Nó _{mon} (n ^o)	Nó _{jus} (n ^o)	<i>L</i> (m)	<i>K</i> (m ^{-2/3} /s)	<i>J</i> ₀ (m/m)	<i>b</i> ou <i>D</i> (m)	<i>m</i> ()	<i>N</i> (n ^o)
E1	1	2	1000	50	0,0001	5	1	10
E2	2	3	1000	50	0,0001	5	1	10
E3	3	4	1000	50	0,0001	5	1	10
E4	4	5	1000	50	0,0001	5	1	10
E6	2	6	1000	50	0,0000	5	1	10
E7	6	7	1000	50	0,0001	5	1	10
E8	3	7	1000	50	0,0000	5	1	10
E9	7	8	1000	50	0,0001	5	1	10
E10	8	4	1000	50	0,0000	5	1	10

Os dados que caracterizam o regime permanente inicial, que será utilizado para o início da simulação do escoamento transiente, estão apresentados na Tabela 4.4.

TABELA 4.4 - Regime permanente inicial para a rede do exemplo 2.

Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão (m ³ /s)	Profund. (m)	Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão (m ³ /s)	Profund. (m)
1	1	0,1700	0,1946	7	1	0,0572	0,1091
	11	0,1708	0,1549		11	0,0591	0,1492
2	1	0,1116	0,1549	8	1	0,0180	0,1521
	11	0,1115	0,1521		11	0,0180	0,1492
3	1	0,0935	0,1521	9	1	0,0771	0,1492
	11	0,0932	0,2000		11	0,0766	0,2176
4	1	0,1700	0,2000	10	1	0,0766	0,2176
	11	0,1700	0,2000		11	0,0768	0,2000
6	1	0,0592	0,1549				
	11	0,0572	0,1091				

A partir dos resultados do regime permanente inicial, simulou-se uma condição de escoamento transiente, através da variação da entrada de água na rede pelo nó número 1. Esta entrada de água que, inicialmente, era de 0,17 m³/s, aumentou linearmente para 4,83 m³/s em 60 min e, a seguir, caiu novamente, de forma linear, para 0,17 m³/s também em 60 min, conforme hidrograma apresentado na Figura 4.4. O tempo total de simulação foi de 5 h. O intervalo médio de tempo foi de 33,5 s. O tempo de execução computacional foi de 0,5 min.

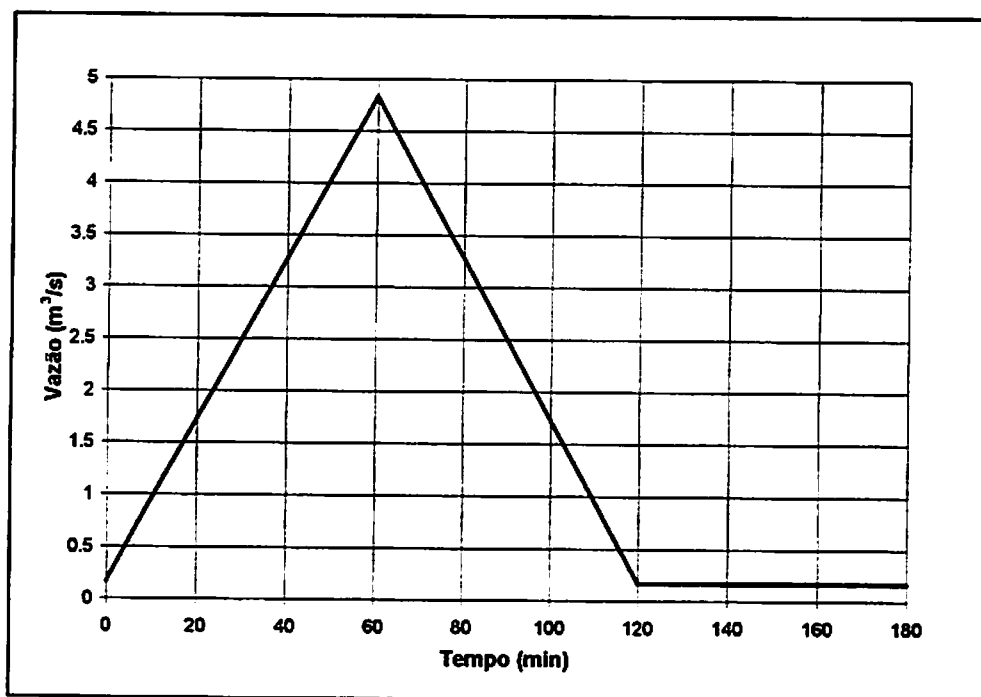


FIGURA 4.4 - Hidrograma de entrada da rede do exemplo 2.

O resultado da simulação foi apresentado em uma tabela composta de valores de vazão e de profundidade em função do tempo para todos os canais da rede. Com os dados desta tabela, foram construídos dois gráficos. O primeiro, que está apresentado na Figura 4.5, mostra a variação da vazão com o tempo no início (nó 1) e no final da rede (nó 5) durante o tempo de simulação. O segundo gráfico está apresentado na Figura 4.6 e mostra a variação da profundidade com o tempo nos nós 2, 3 e 4, durante o tempo de simulação.

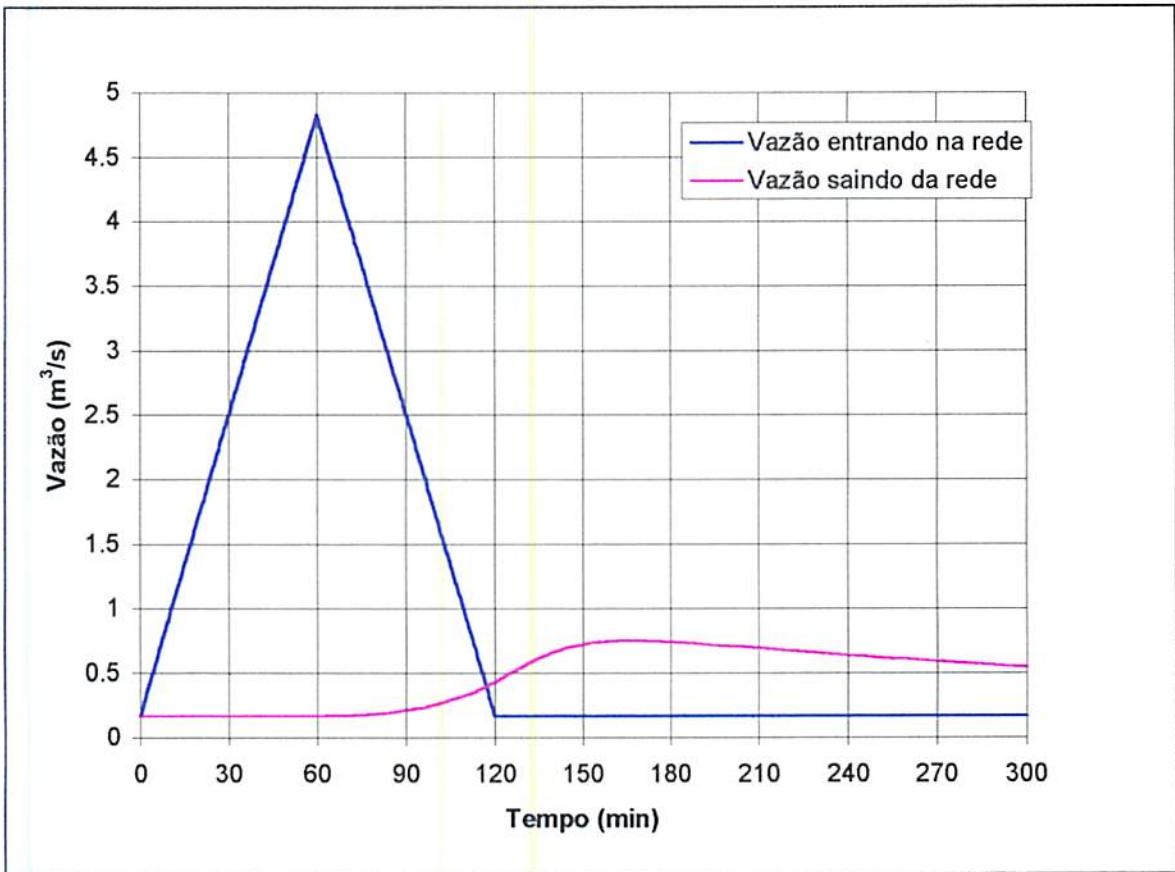


FIGURA 4.5 - Hidrogramas nos nós 1 e 5 da rede do exemplo 2.

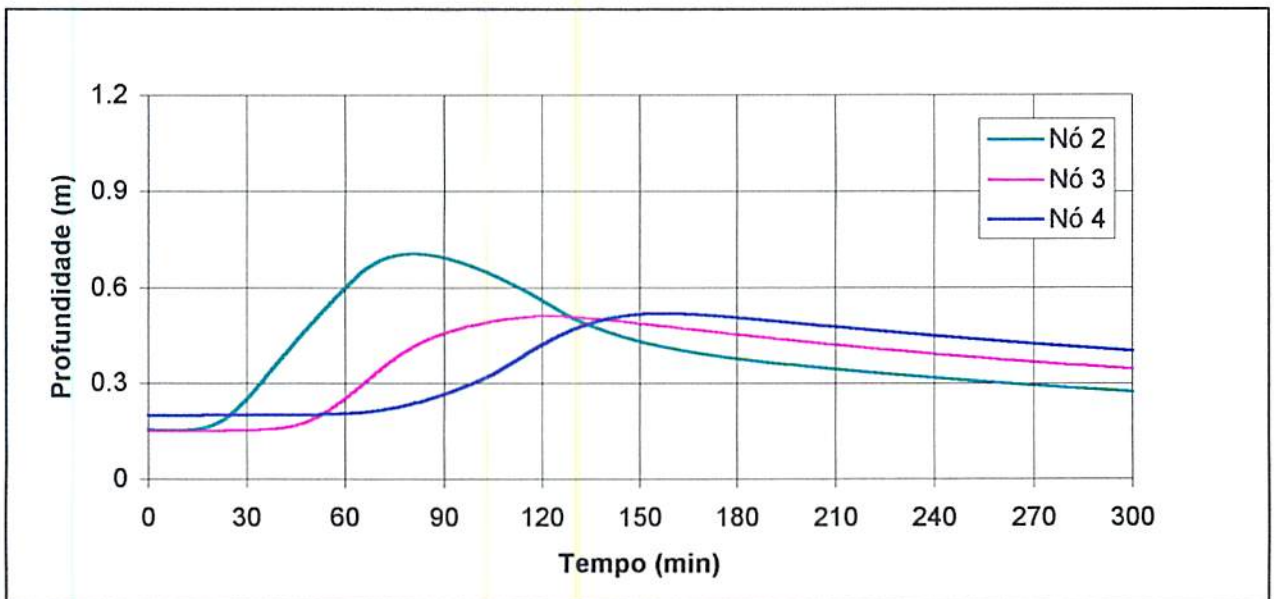


FIGURA 4.6 - Batigramas nos nós da rede do exemplo 2.

Na Figura 4.7, que é uma reedição da Figura 2.2, estão apresentados os gráficos dos resultados obtidos por Joliffe (1984) para as profundidades de escoamento nos nós 2, 3 e 4 e o hidrograma da vazão que entra na rede durante o tempo de simulação.

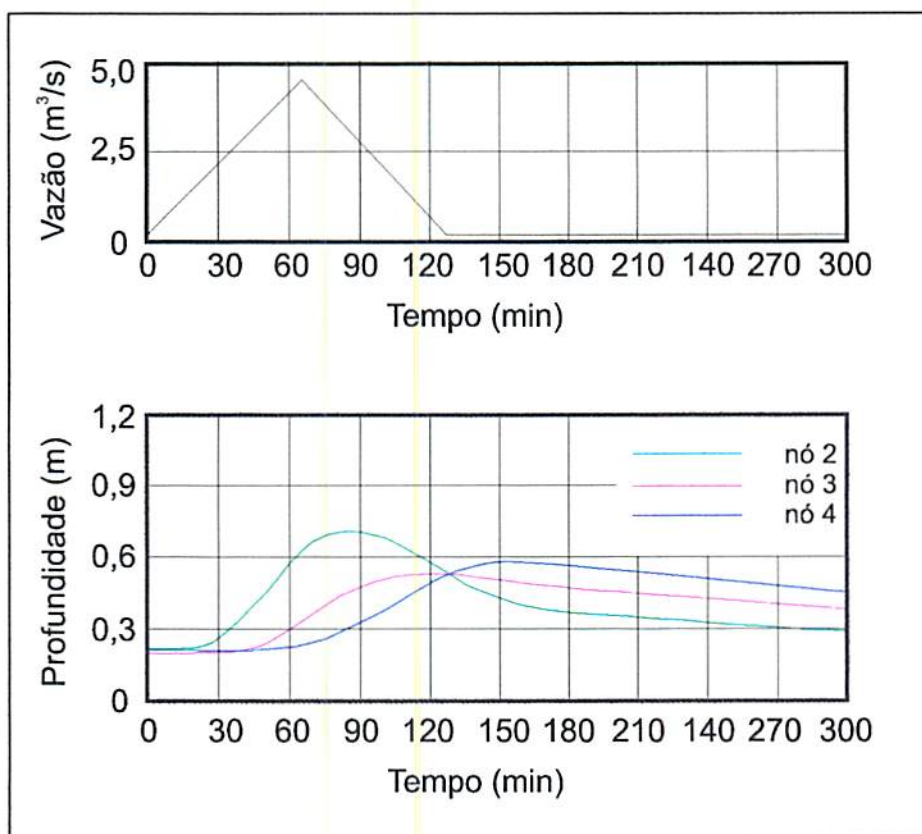


FIGURA 4.7 - Gráficos dos resultados apresentados por Joliffe (1984) para a "Rede C".

Comparando-se os gráficos apresentados nas Figuras 4.5 e 4.6 (resultados do modelo) aos apresentados na Figura 4.7 (resultados de Joliffe, 1984), observa-se que os resultados apresentados nos dois grupos de gráficos são praticamente iguais.

Portanto, o presente modelo convergiu para os mesmos resultados obtidos por Joliffe (1984).

4.3 Exemplo 3

Neste exemplo, simular-se-á o escoamento transiente em uma rede de canais, cuja topologia é semelhante a apresentada na Figura 4.1 (exemplo 1), diferindo-se daquela pelos valores das declividades dos canais e pelo nível do reservatório de jusante. Trata-se também de uma simulação de um escoamento transiente em uma rede de canais, causado por uma variação de vazão representada por um hidrograma na entrada da rede, conforme Figura 4.8. A topologia desta rede, que está esquematizada na Figura 4.1, é composta por 10 elementos, sendo 9 canais e 1 reservatório de jusante de nível constante.

Os canais que compõem esta rede estão descritos na Tabela 4.5. O reservatório de jusante (E5) tem uma profundidade de água (h_{res}) constante de 1,10 m.

Os dados que caracterizam o regime permanente inicial, que será utilizado para o início da simulação do escoamento transiente, estão apresentados na Tabela 4.6.

TABELA 4.5 - Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 3.

Elemen. (n ^o)	NÓ _{mon} (n ^o)	NÓ _{jus} (n ^o)	L (m)	K (m ^{1/3} /s)	J _o (m/m)	b ou D (m)	m ()	N (n ^o)
E1	1	2	1000	76,923	0,0001	4,2	0,5	40
E2	1	4	1000	76,923	0,0001	5,6	0,5	40
E3	2	5	1000	83,333	0,0001	2,8	0,5	40
E4	2	3	500	71,429	0,0001	2,8	0,5	20
E5	3	5	500	76,923	0,0001	2,8	0,5	20
E6	4	3	500	76,923	0,0001	3,5	0,5	20
E7	5	7	500	71,429	0,0001	4,2	0,5	20
E8	4	6	1000	71,429	0,0001	7,0	0,5	40
E9	6	7	500	71,429	0,0001	7,0	0,5	20

TABELA 4.6 - Regime permanente inicial para a rede do exemplo 3.

Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão (m ³ /s)	Profund. (m)	Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão (m ³ /s)	Profund. (m)
1	1	12,2158	1,9012	6	1	1,2536	1,6564
	41	12,2079	1,7344		21	1,2537	1,7040
2	1	17,7842	1,9012	7	1	13,4555	1,6347
	41	17,7649	1,6564		21	13,4104	1,1000
3	1	6,7686	1,7344	8	1	16,5113	1,6564
	41	6,7656	1,6347		41	16,4855	1,4166
4	1	5,4394	1,7344	9	1	16,4855	1,4166
	21	5,4387	1,7040		211	16,4811	1,100
5	1	6,6923	1,7040				
	21	6,6899	1,6347				

A partir dos resultados do regime permanente inicial, simulou-se uma condição de escoamento transiente, através da variação da entrada de água na rede pelo nó número 1. Esta entrada de água que, inicialmente, era de $30,0 \text{ m}^3/\text{s}$, aumentou linearmente para $60,0 \text{ m}^3/\text{s}$ em 60 min e, a seguir, caiu novamente, de forma linear, para $30,0 \text{ m}^3/\text{s}$ também em 60 min, conforme hidrograma apresentado na Figura 4.8. O tempo total de simulação foi de 4 h. O intervalo médio de tempo foi 1,9 s. O tempo de execução computacional foi de 20,3 min.

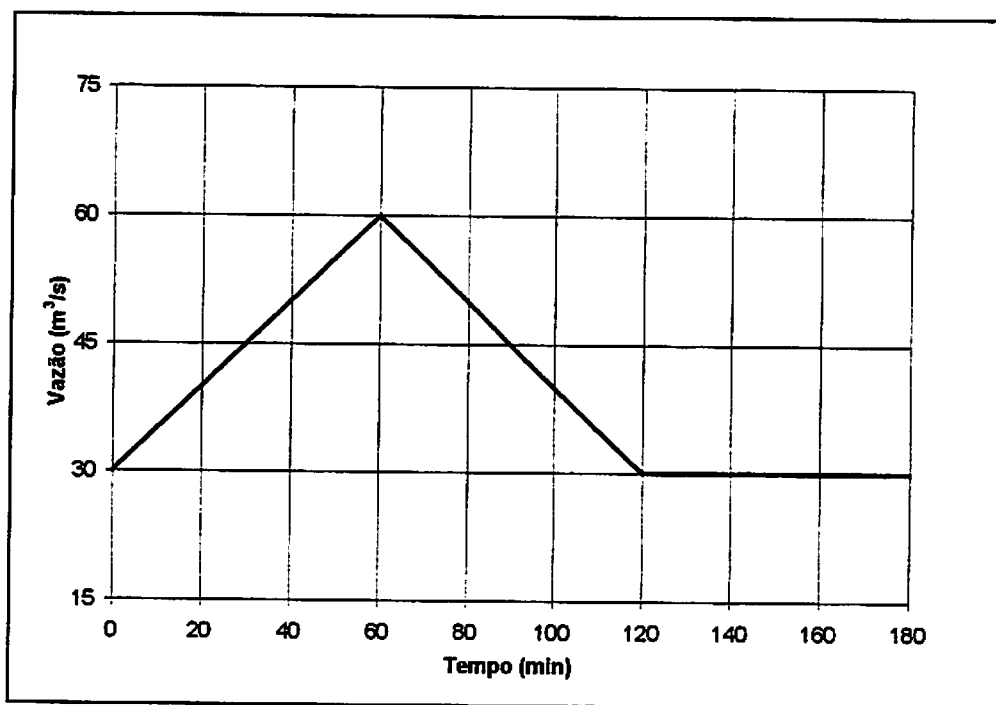


FIGURA 4.8 - Hidrograma de entrada da rede do exemplo 3.

Na Figura 4.9, estão apresentados os gráficos que mostram a vazão entrando (através do nó número 1) e saindo da rede (para o reservatório, nó 7), durante o tempo de simulação.

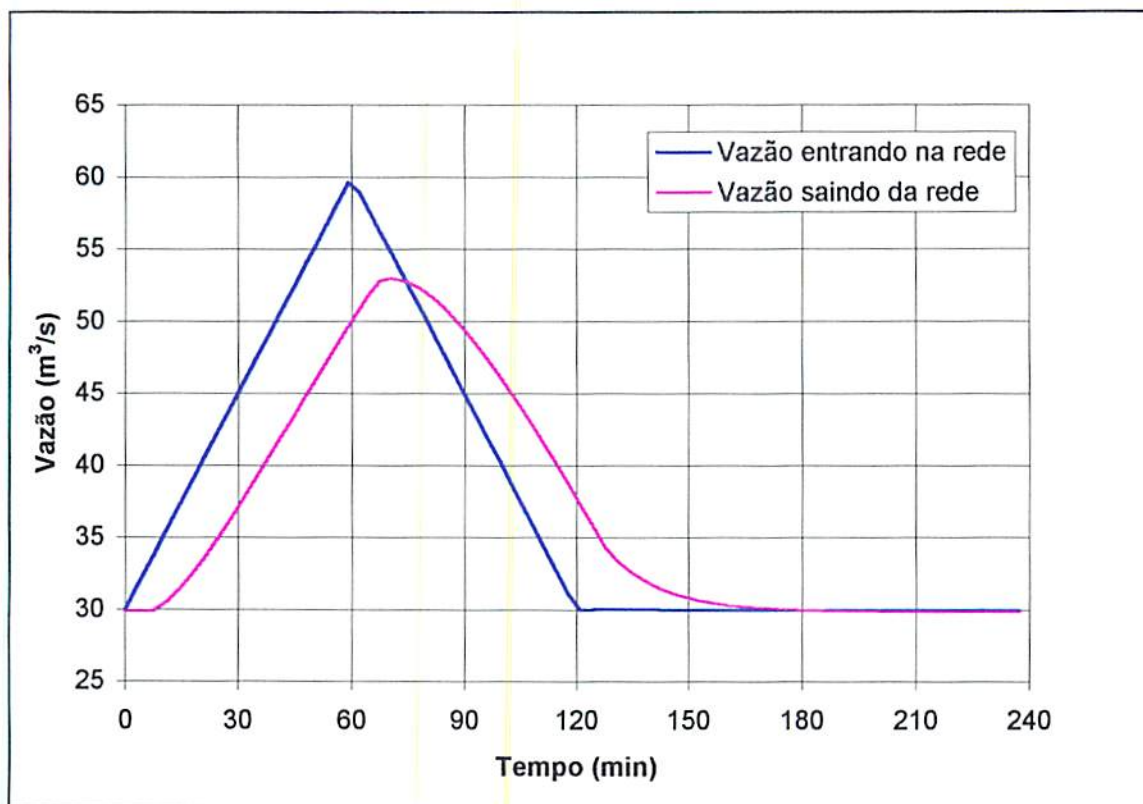


FIGURA 4.9 - Hidrogramas nos nós 1 e 7 da rede do exemplo 3.

Nos gráficos da Figura 4.9, os valores das vazões dos regimes permanentes inicial e final são iguais, como era esperado. O pico do hidrograma de saída é mais baixo que o de entrada, devido ao armazenamento ao longo dos canais.

Os gráficos apresentados na Figura 4.10 mostram a variação das profundidades de escoamento nos nós 1, 3 e 7 da rede, durante o tempo de simulação.

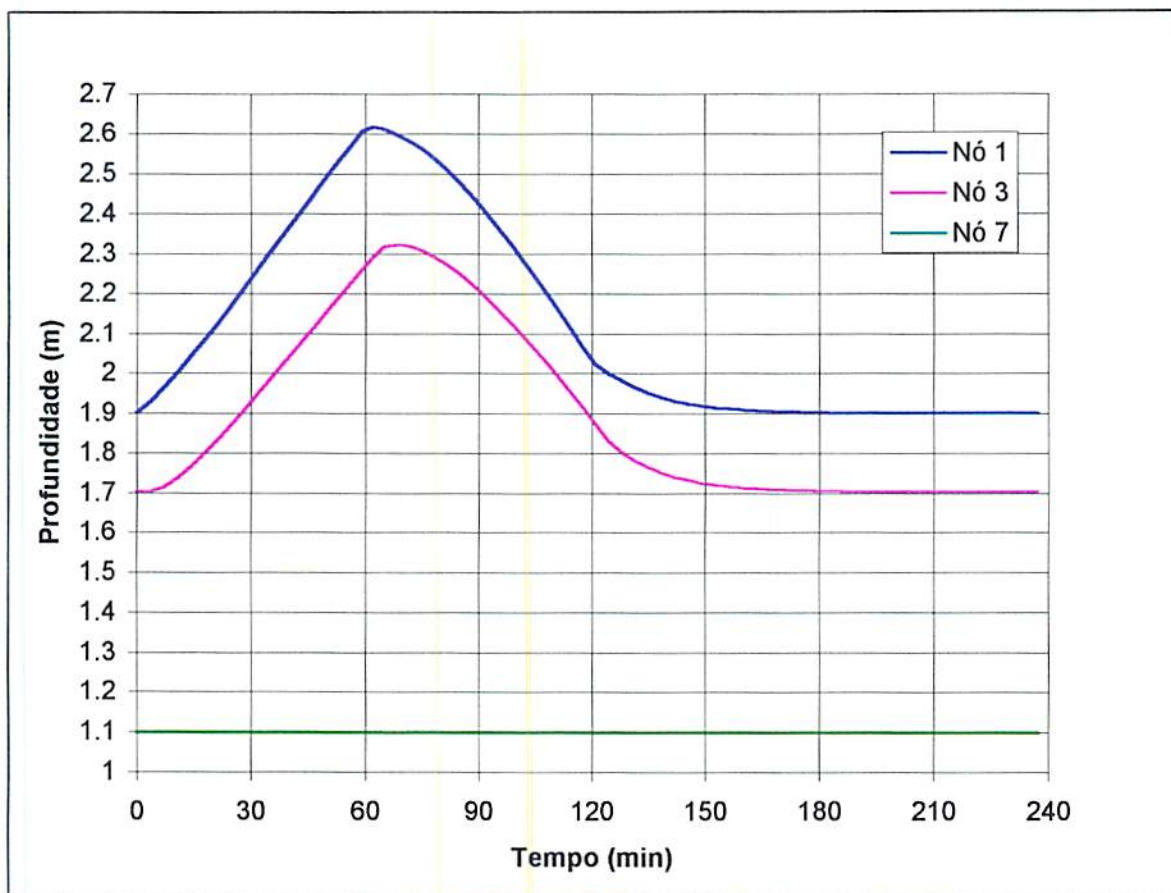


FIGURA 4.10 - Batigramas nos nós da rede do exemplo 3.

A variação da entrada de água na rede através do nó 1 provocou uma variação progressiva na profundidade de escoamento de cada seção transversal de cada canal da rede, a semelhança do que aconteceu nos nós 1 e 3, como mostra a Figura 4.10. No nó 7, entrada do reservatório de jusante, a profundidade se manteve constante de acordo com o nível do reservatório de jusante. Nos gráficos da Figura 4.10, os valores das profundidades dos regimes permanentes inicial e final são iguais, como era esperado.

4.4 Exemplo 4

Neste exemplo, será estudado o escoamento transiente em uma rede de canais hipotética com o propósito de mostrar a aplicabilidade do presente modelo a uma rede de canais de irrigação. Na Figura 4.11, apresenta-se a topologia desta rede que é composta por 40 elementos, sendo 33 canais, 1 reservatório de montante, 1 reservatório de jusante, 2 comportas verticais, 2 transições do tipo contração e 1 curva-chave de jusante. Na topologia da rede, também estão incluídas as demandas localizadas e as contribuições laterais de vazão.

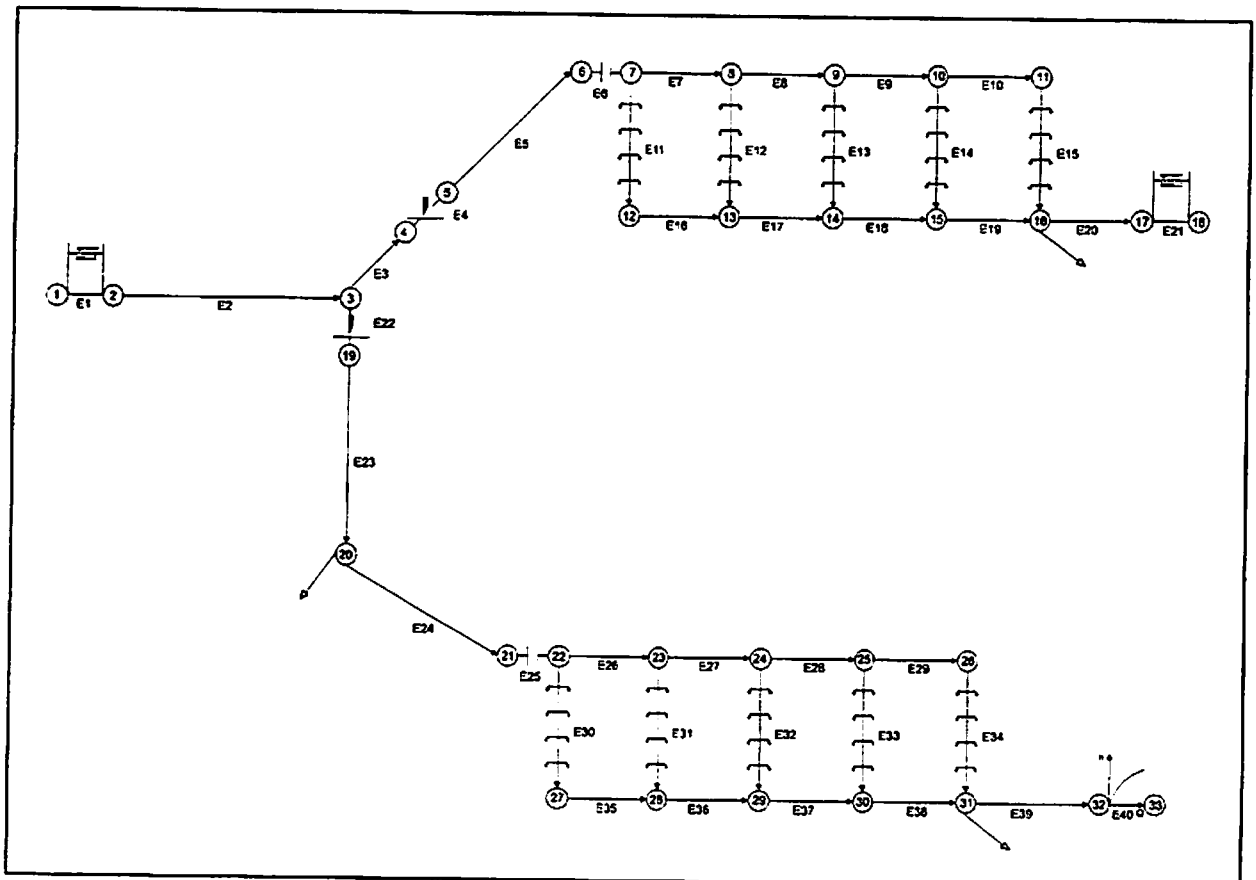


FIGURA 4.11 - Representação topológica da rede do exemplo 4.

Os dados descritivos dos canais para este exemplo estão apresentados no Tabela 4.7. Os canais E11, E12, E13, E14 e E15 são canais que distribuem água lateralmente a uma taxa constante de 0,6 l/s.m. Da mesma forma, os canais E30, E31, E32, E33 e E34 também distribuem água lateralmente a 0,7 l/s.m.

O reservatório de montante (E1) mantém uma profundidade de água (h_{rs}) constante de 3,50 m. Já o reservatório de jusante (E21), tem uma profundidade de água também constante de 0,90 m, durante a simulação do escoamento transiente.

TABELA 4.7 - Dados descritivos dos canais da rede do exemplo 4.

Elemen. (nº)	NÓ _{mon} (nº)	NÓ _{jus} (nº)	L (m)	K (m ^{1/3} /s)	J _o (m/m)	b ou D (m)	m ()	N (nº)
E2	2	3	1600	50	0,00005	4,0	0,0	40
E3	3	4	500	50	0,00005	3,5	0,0	25
E5	5	6	1200	50	0,00005	3,5	0,0	40
E7	7	8	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E8	8	9	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E9	9	10	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E10	10	11	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E11	7	12	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E12	8	13	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E13	9	14	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E14	10	15	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E15	11	16	900	50	0,00010	1,5	1,0	40

TABELA 4.7 - Continuação ...

Elemen. (n ^o)	Nó _{mon} (n ^o)	Nó _{jus} (n ^o)	L (m)	K (m ^{1/3} /s)	J ₀ (m/m)	b ou D (m)	m ()	N (n ^o)
E16	12	13	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E17	13	14	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E18	14	15	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E19	15	16	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E20	16	17	600	50	0,00025	2,0	1,0	40
E23	19	20	1300	50	0,00005	3,5	0,0	40
E24	20	21	1300	50	0,00005	3,5	0,0	40
E26	22	23	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E27	23	24	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E28	24	25	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E29	25	26	600	50	0,00020	2,0	1,0	25
E30	22	27	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E31	23	28	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E32	24	29	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E33	25	30	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E34	26	31	900	50	0,00010	1,5	1,0	40
E35	27	28	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E36	28	29	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E37	29	30	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E38	30	31	600	50	0,00025	2,0	1,0	25
E39	31	32	800	50	0,00025	2,0	1,0	40

Os coeficientes de descarga (C_d) para comportas verticais retangulares em função da razão abertura por unidade de carga (a/h_1) estão apresentados na Tabela 4.8, que foi preparada a partir da Figura 2.5, apresentada por Ranga Raju (1981). A altura de abertura máxima de cada comporta (a_{max}) é de 2,00 m.

As comportas E4, que controla o fluxo do subsistema que se inicia no canal E5, e E22, que controla o fluxo do subsistema que se inicia no canal E23, são retangulares e verticais e têm a mesma largura dos canais em que estão instaladas.

TABELA 4.8 - Coeficientes de descarga das comportas E4 e E22.

a/h_1	0,026	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
C_d	0,5897	0,5911	0,5944	0,5988	0,6050	0,6163	0,6363	0,6597	0,6845

As leis de manobra das comportas E4 e E22, descritas nos gráficos da Figura 4.12, fornecem a abertura relativa de cada comporta ao longo dos respectivos tempos de manobra.

A transição E6, que é uma contração, faz a ligação do canal E5 com o canal E7. O canal E5 é retangular com largura de base igual 3,50 m. O canal E7 é trapezoidal com largura de base igual 2,00 m e inclinação dos taludes de 1:1. Esta transição apresenta um desnível positivo de fundo (Δz) de 0,16 m.

A transição E25, que também é uma contração, faz a ligação do canal E24 com o canal E26. O canal E24 é retangular com largura de base igual 3,50 m. O canal E26 é trapezoidal com

largura de base igual 2,00 m e inclinação dos taludes de 1:1. Esta transição também apresenta um desnível positivo de fundo de 0,16 m.

Os coeficientes de perda de carga nestas transições, segundo Chow (1986), Henderson (1966) e French (1986), para os fluxos no sentido positivo e no sentido negativo, são, respectivamente, 0,2 e 0,3.

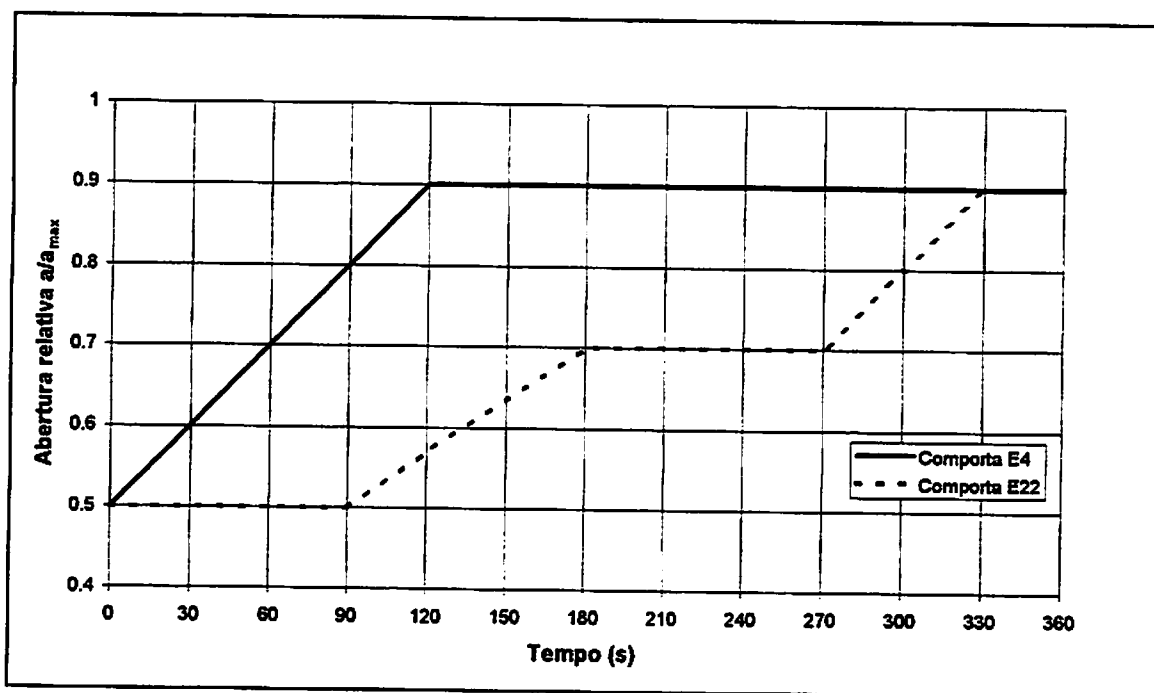


FIGURA 4.12 - Lei de manobra das comportas E4 e E22.

Na Figura 4.13, está apresentada a curva-chave de jusante (E40).

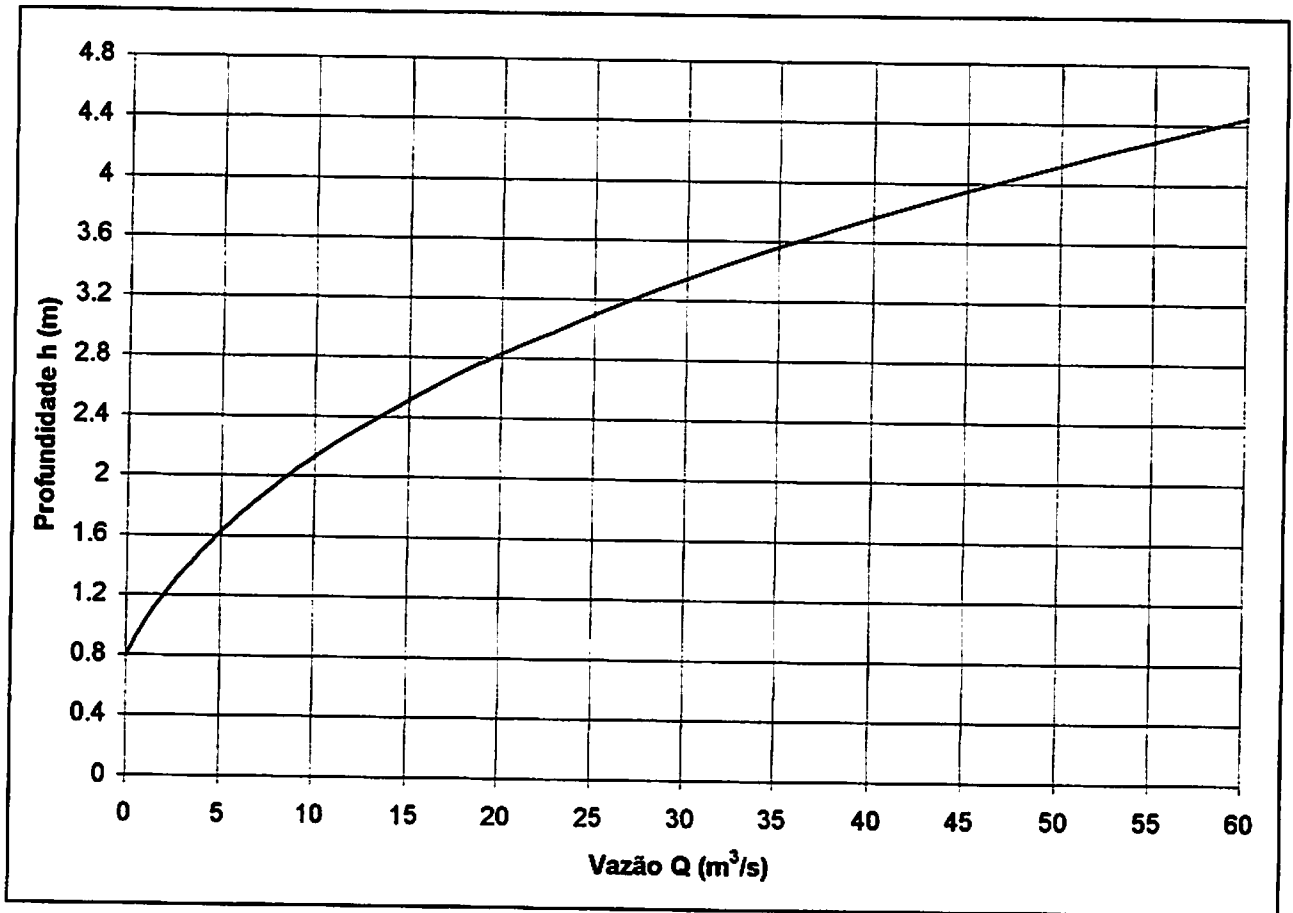


FIGURA 4.13 - Curva-chave de jusante.

Os nós 16, 20 e 31 possuem demanda localizada, cujas curvas de vazão em função do tempo estão apresentadas na Figura 4.14.

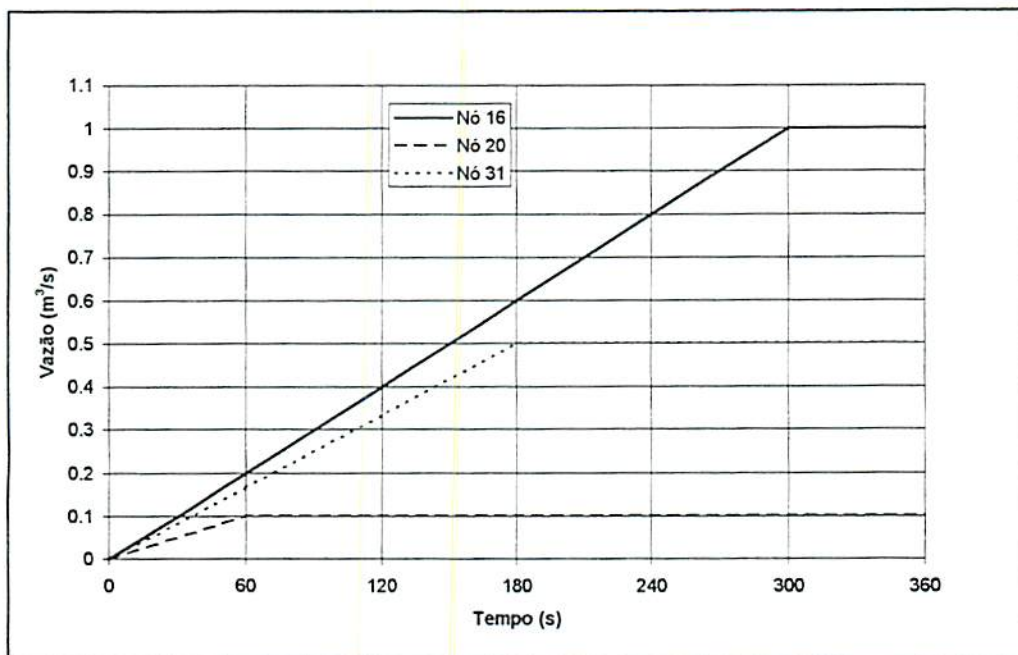


FIGURA 4.14 - Demanda localizada de vazão nos nós.

O regime permanente inicial foi obtido com as seguintes condições: as profundidades de água nos reservatórios de montante (E1) e de jusante (E21) foram mantidas a 3,50 m e a 0,90 m, respectivamente. As comportas E4 e E22 estavam com abertura relativa parcial de 0,5. As demandas localizadas estavam todas com vazão nula. Os valores de profundidade e de vazão do escoamento nas seções das extremidades dos canais para o regime permanente inicial estão apresentados na Tabela 4.9.

TABELA 4.9 - Regime permanente inicial da rede do exemplo 4, com contribuição lateral ($m^3/s.m$) de $-0,0006$ nos canais E11 a E15, e de $-0,0007$ nos canais E30 a E34.

Elemento (n°)	Seção (n°)	Vazão (m^3/s)	Profund. (m)	Elemento (n°)	Seção (n°)	Vazão (m^3/s)	Profund. (m)
2	1	13,9253	3,4480	23	1	6,5717	2,4376
	41	13,9181	2,9347		41	6,5703	2,1423
3	1	7,3464	2,9347	24	1	6,5703	2,1423
	26	7,3480	2,8651		41	6,5535	1,5889
5	1	7,3480	2,2447	26	1	3,7765	1,3973
	41	7,3388	1,6718		26	3,7722	1,2646
7	1	4,2936	1,4850	27	1	2,5103	1,2646
	26	4,2889	1,3459		26	2,5110	1,2483
8	1	2,9705	1,3459	28	1	2,0052	1,2483
	26	2,9700	1,3108		26	2,0069	1,2848
9	1	2,5053	1,3108	29	1	1,4286	1,2848
	26	2,5058	1,3166		26	1,4305	1,3698
10	1	1,8576	1,3166	30	1	2,7770	1,3973
	26	1,8585	1,3805		41	2,1486	1,2604
11	1	3,0452	1,4850	31	1	1,2619	1,2646
	41	2,5057	1,3483		41	0,6342	1,3217
12	1	1,3184	1,3459	32	1	0,5059	1,2483
	41	0,7795	1,4036		41	-0,1223	1,3371
13	1	0,4647	1,3108	33	1	0,5784	1,2848
	41	-0,0747	1,3998		41	-0,0494	1,3730

TABELA 4.9 - Continuação ...

Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão (m ³ /s)	Profund. (m)	Elemento (n ^o)	Seção (n ^o)	Vazão (m ³ /s)	Profund. (m)
14	1	0,6482	1,3166	34	1	1,4305	1,3698
	41	0,1090	1,4031		41	0,8034	1,4262
15	1	1,8585	1,3805	35	1	2,1486	1,2604
	41	1,3202	1,3946		26	2,1502	1,3217
16	1	2,5057	1,3483	36	1	2,7844	1,3217
	26	2,5066	1,4036		26	2,7858	1,3371
17	1	3,2861	1,4036	37	1	2,6635	1,3371
	26	3,2864	1,3998		26	2,6655	1,3730
18	1	3,2117	1,3998	38	1	2,6160	1,3730
	26	3,2121	1,4031		26	2,6182	1,4262
19	1	3,3211	1,4031	39	1	3,4216	1,4262
	26	3,3214	1,3946		41	3,4236	1,4147
20	1	4,6415	1,3946				
	41	4,6466	0,9000				

A partir dos resultados do regime permanente inicial (Tabela 4.9), simulou-se o escoamento transiente, provocado pelas manobras das comportas (Figura 4.12) e pelas variações das demandas localizadas nos nós (Figura 4.14). O tempo de simulação foi de 1 h. O intervalo médio de tempo foi de 3,3 s. O tempo de execução computacional foi de 12,3 min.

Os gráficos apresentados na Figura 4.15 mostram a variação da vazão que entra na rede a partir do reservatório de montante E1 (nó 2), da vazão que alimenta o canal E5 (a partir da comporta E4, nó 5), da vazão que escoa para o reservatório de jusante E21 (nó 17), da vazão que alimenta o canal E23 (a partir da comporta E22, nó 19) e da vazão que passa pela curva-chave E40 (através do nó 32), durante o tempo de simulação do escoamento transiente.

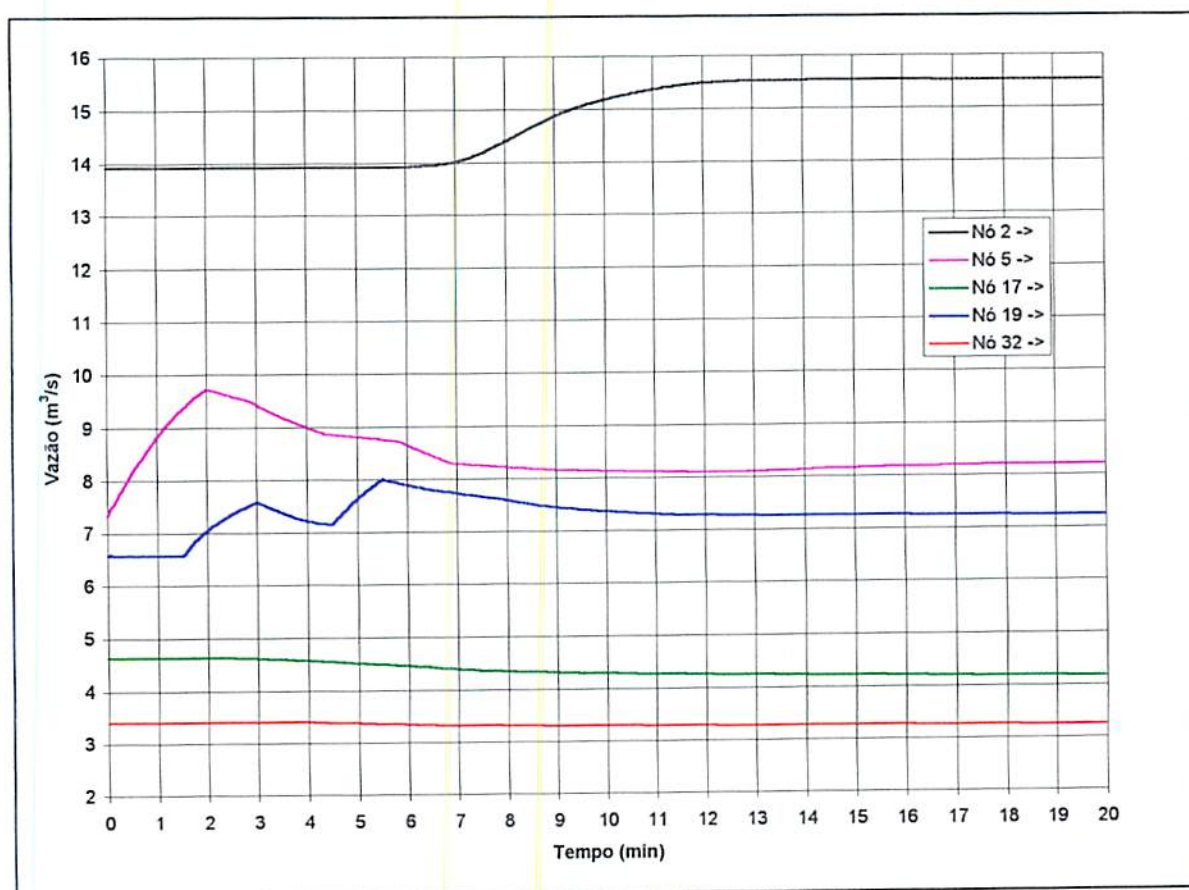


FIGURA 4.15 - Hidrogramas nos nós da rede do exemplo 4.

Com o aumento da abertura relativa das comportas E4 e E22, de 0,5 até 0,9, conforme gráficos da Figura 4.12, e com a ativação das demandas localizadas nos nós 16, 20 e 31, a vazão que sai do reservatório de montante E1 (nó 2) aumentou até atingir um valor máximo, permanecendo, a partir daí, constante durante o tempo de simulação, conforme gráfico da Figura 4.15. As vazões que passam pelas comportas E4 (nó 5) e E22 (nó 19) variaram, durante o tempo de simulação, em conformidade com as suas respectivas leis de manobra. Estas vazões se estabilizaram com um valor superior àqueles do regime permanente inicial, devido ao aumento da abertura das comportas. A vazão que passa pela seção da curva-chave E40 (nó 32) teve variações muito pequenas durante o tempo de simulação. Já a vazão que escoava para o reservatório de jusante E21 (nó 17) teve uma variação ligeiramente maior do que a da curva-chave durante o tempo de simulação. Esta variação ocorreu em função da ativação da demanda localizada no nó 16, que atingiu o valor máximo de $1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ em 5 min.

Os gráficos das Figuras 4.16 e 4.17 representam, respectivamente, a variação da profundidade de escoamento nos nós à montante e à jusante das comportas E4 e E22.

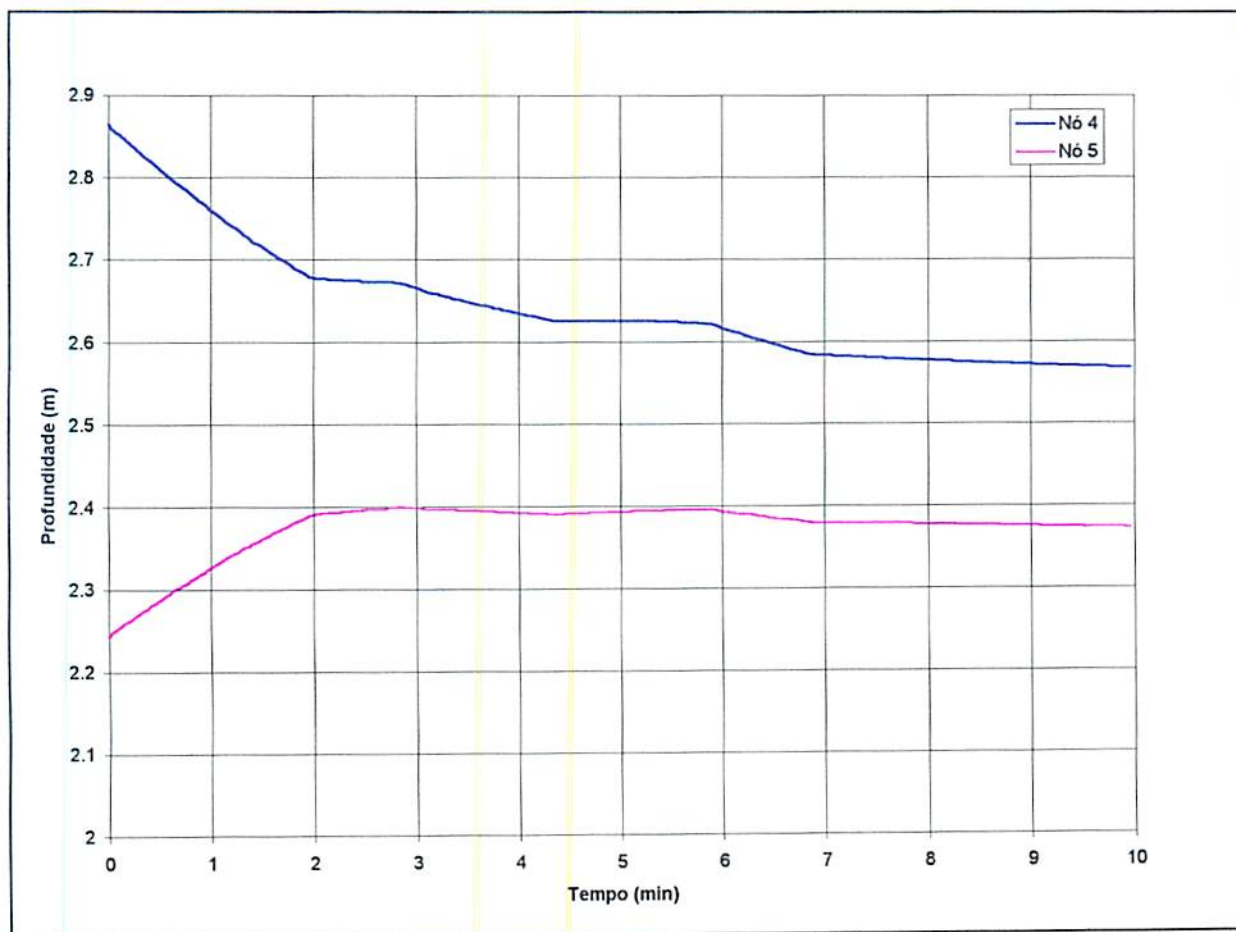


FIGURA 4.16 - Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 à montante e à jusante da comporta E4.

As profundidades de escoamento à montante (nó 4) e à jusante (nó 5) da comporta E4 variaram em conformidade com a sua lei de manobra durante o tempo de simulação. Com o aumento da abertura desta comporta, a profundidade no nó de montante diminuiu e se estabilizou com um valor inferior ao do regime permanente inicial. No nó de jusante, a profundidade aumentou e se estabilizou com um valor superior ao do regime permanente inicial.

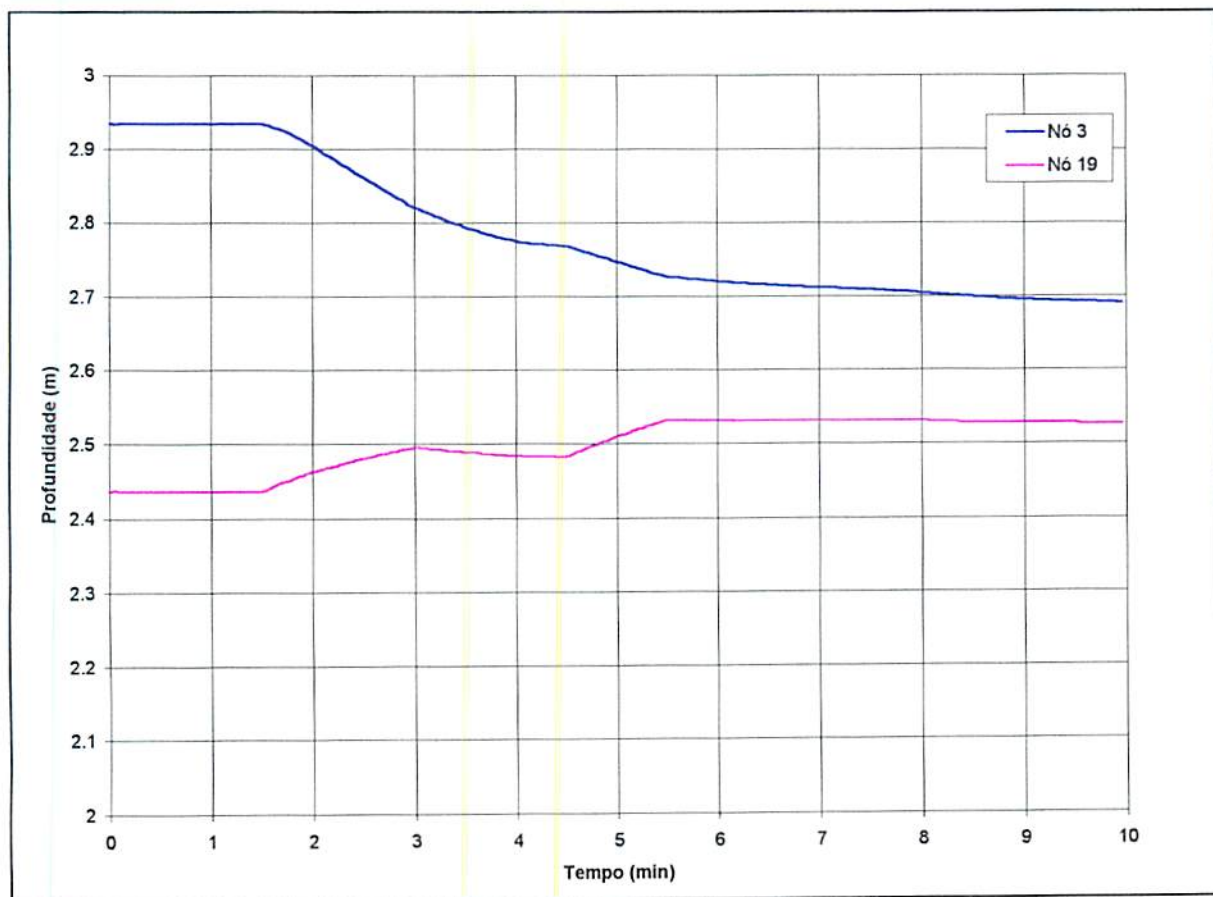


FIGURA 4.17 - Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 à montante e à jusante da comporta E22.

De maneira similar ao que ocorreu na comporta E4, as profundidades de escoamento à montante (nó 3) e à jusante (nó 19) da comporta E22 variaram em conformidade com a sua lei de manobra durante o tempo de simulação. Com o aumento da abertura desta comporta, a profundidade no nó de montante diminuiu e se estabilizou com um valor inferior ao do regime permanente inicial. No nó de jusante, a profundidade aumentou e se estabilizou com um valor superior ao do regime permanente inicial.

Na Figura 4.18, estão apresentados os gráficos que mostram a variação da profundidade de escoamento na saída do reservatório de montante E1 (nó 2), na seção final do canal E2 (nó 3), à montante e à jusante da transição E6 (nós 6 e 7) e na entrada do reservatório E21 (nó 17).

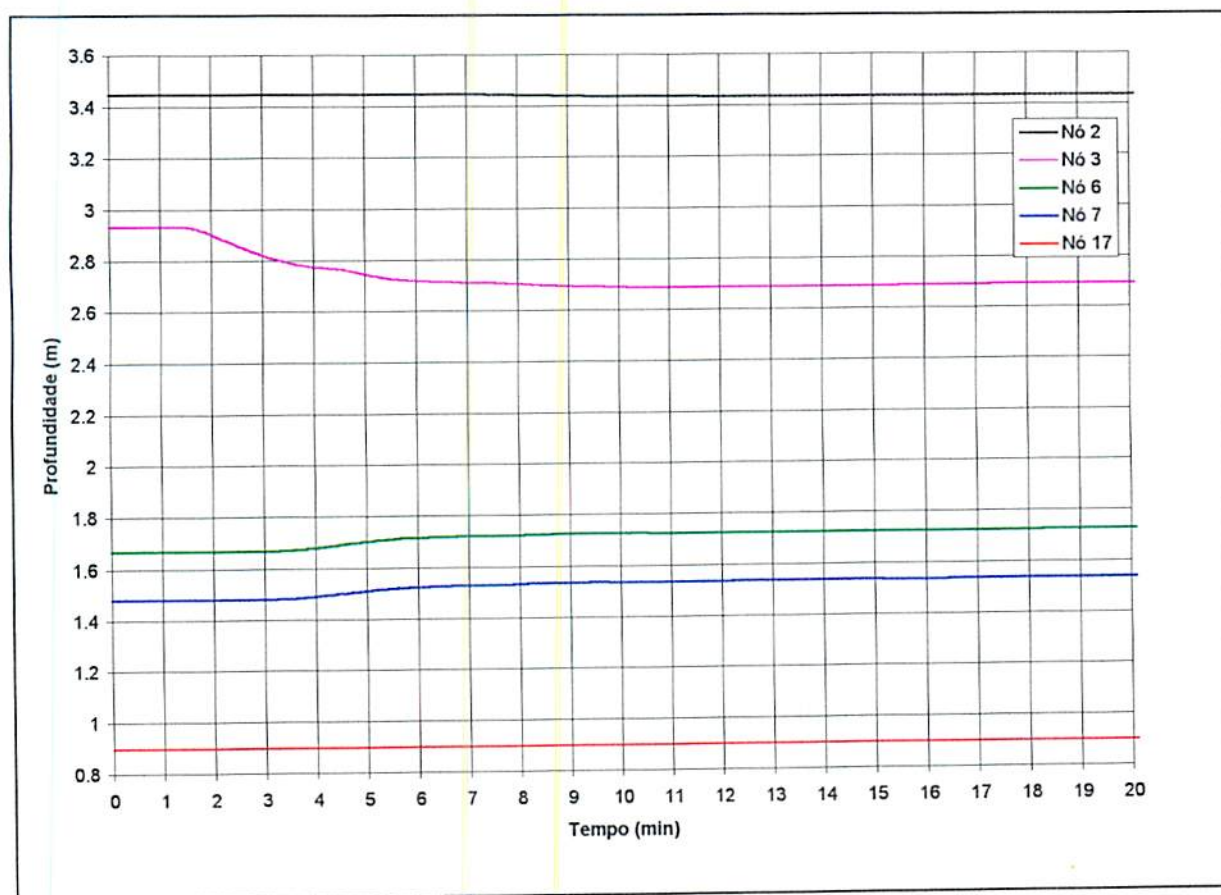


FIGURA 4.18 - Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 na saída do reservatório E1 (nó 2), na seção final do canal E2 (nó 3), à montante e à jusante da transição E6 (nós 6 e 7) e na entrada do reservatório E21 (nó 17).

A profundidade de escoamento na saída do reservatório de montante E1 (nó 2) sofreu uma pequena diminuição durante o tempo de simulação. A profundidade na seção final do canal E2, cuja seção coincide com o nó de montante (nó 3) da comporta E22, diminuiu em função do aumento da abertura da comporta. As profundidades nos nós à montante (nó 6) e à jusante (nó 7) da transição E6 aumentaram ligeiramente em decorrência do aumento no valor da vazão que por ela veio a passar. A profundidade do nó 6 foi maior do que a do nó 7, o que evidencia o tipo da transição como sendo contração no sentido positivo de fluxo. A profundidade na entrada do reservatório de jusante E21 (nó 17) se manteve praticamente constante durante todo o tempo de simulação.

Na Figura 4.19, estão apresentados os gráficos que mostram a variação da profundidade de escoamento na saída do reservatório de montante E1 (nó 2), na seção final do canal E2 (nó 3), à montante e à jusante da transição E25 (nós 21 e 22) e na seção da curva-chave E40 (nó 32).

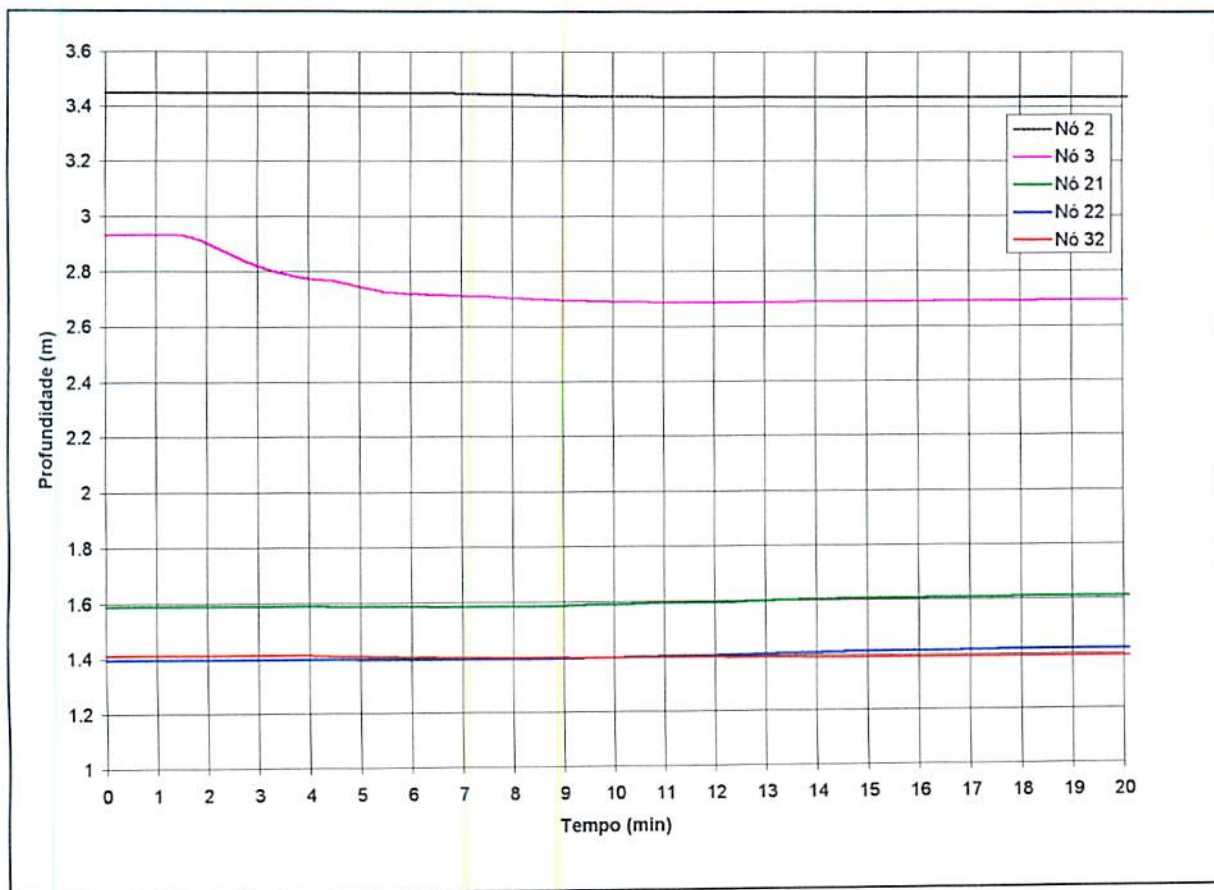


FIGURA 4.19 - Batigramas nos nós da rede do exemplo 4 na saída do reservatório E1 (nó 2), na seção final do canal E2 (nó 3), à montante e à jusante da transição E25 (nós 21 e 22) e na seção da curva-chave E40 (nó 32).

A profundidade de escoamento na saída do reservatório de montante E1 (nó 2) sofreu uma pequena diminuição durante o tempo de simulação. A profundidade na seção final do canal E2, cuja seção coincide com o nó de montante (nó 3) da comporta E22, diminuiu em função do aumento da abertura da comporta. As profundidades nos nós à montante (nó 21) e à jusante (nó 22) da

transição E25 tiveram variações muito pequenas durante o tempo de simulação. A profundidade na seção da curva-chave E40 (nó 32) teve pequena diminuição devido a diminuição da vazão (Figura 4.15) durante o tempo de simulação.

5 CONCLUSÕES

Com base na seção anterior, o presente modelo teve um bom desempenho ao simular os escoamentos transientes e permanentes a partir dos dados das redes de canais dos quatro exemplos apresentados.

A capacidade de simulação do regime transiente foi verificada nos exemplos 2, 3 e 4; e a do regime permanente foi verificada no exemplo 1.

O modelo conta com o tratamento de condições de contorno que representam estruturas hidráulicas freqüentemente encontradas em redes de canais, tais como reservatórios de montante e de jusante, comportas, transições em contração e em expansão, curvas-chave de jusante e demandas localizadas de vazão, como foi demonstrado na simulação do exemplo 4. Aos nós de montante e de jusante dos elementos comporta e transição, podem ser ligados qualquer número de canais. Da mesma forma, tanto ao nó de jusante do elemento reservatório de montante, como ao nó de montante do elemento reservatório de jusante, podem ser ligados qualquer número de canais. As demandas localizadas podem funcionar como pontos localizados de retirada de água na rede (exemplo 4) ou como pontos localizados de entrada de água, como

nos hidrogramas que abastecem as redes dos exemplos 1, 2 e 3 em seus nós de entrada.

O modelo contempla contribuições laterais de vazão ao longo do comprimento dos canais. Esta característica ocorre nas redes com canais de irrigação e de drenagem.

Além das condições de contorno equacionadas, o modelo também admite a possibilidade de inclusão de quaisquer condições de contorno que representem outras estruturas hidráulicas.

O desenvolvimento deste modelo incluiu a dedução das equações básicas, a aplicação do Método das Características, o cálculo por diferenças finitas e a generalização das equações características visando ao estudo de redes e ao equacionamento de condições de contorno a partir de estruturas hidráulicas.

Dessa forma, o presente trabalho pretende fornecer aos que militam na área de hidráulica de escoamentos com superfície livre uma ferramenta bastante ampla, dirigida principalmente aos profissionais das áreas de irrigação e de drenagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. Unsteady flow modeling of irrigation canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.119, n.4, p.615-630, July/Aug. 1993.
- ATKINSON, K.E. **An introduction to numerical analysis**. New York: Wiley & Sons, 1978. 587p.
- ÁVILA, G.S. **Hidráulica general: fundamentos**. Ciudad de México: Noriega Editores / Editorial Limusa, 1975. v.1, 561p.
- BAKHMETEFF, B.A. **Hydraulics of open-channels**. New York: McGraw-Hill Book, 1932. 329p.
- BURT, C.M.; GARTRELL, G. Irrigation canal - simulation model usage. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.119, n.4, p.631-636, July/Aug. 1993.
- CHAUDHRY, M.H. **Applied hydraulic transients**. 2.ed., New York: Van Nostrand, 1987. 520p.
- CHOW, V.T. **Open-channel hydraulics**. 22.ed., Auckland: McGraw-Hill Book, 1986. 680p.
- FRENCH, R.H. **Open-channel hydraulics**. Singapore: McGraw-Hill Book, 1986. 705p.
- GARCIA, L.A.V. **Regime permanente, transiente e oscilatório em rede de canais: aplicações em engenharia**. São Paulo: USP, 1990. 140p. (Dissertação - Mestrado em Engenharia Hidráulica).
- HENDERSON, F.M. **Open-channel flow**. New York: MacMillan, 1966. 522p.
- HOLLY, F.M.; MERKLEY, G.P. Unique problems in modeling irrigation canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.119, n.4, p.656-662, July/Aug. 1993.

- JOLIFFE, J.B. Computation of dynamic waves in channel networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.110, n.10, p.1358-1370, Oct.1984.
- LIU, F.; FEYEN, J.; BERLAMONT, J. Computation method for regulating unsteady flow in open-channels. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.118, n.5, p.674-689, Sept./Oct. 1992.
- MISRA, R.; SRIDHARAN, K.; KUMAR, M.S.M. Transients in canal network. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.118, n.5, p.690-707, Sept./Oct. 1992.
- RANGA RAJU, K.G. **Flow through open-channels**. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 1981. 330p.
- REDDY, J.M.; DIA, A.; OUSSOU, A. Design of control algorithm for operation of irrigation canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.118, n.6, p.852-867, Nov./Dec. 1992.
- ROGERS, D.C.; MERKLEY, G.P. Description and evaluation of the program USM. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.119, n.4, p.693-702, July/Aug. 1993.
- SCHULTE, A.M.; CHAUDHRY, M.H. Gradually-varied flows in open-channel networks. **Journal of Hydraulic Research**, New York, v.25, n.3, p.357-371, 1987.
- STREETER, V.L.; WYLIE, E.B. **Mecânica dos fluidos**. 7.ed., São Paulo: McGraw-Hill, 1982. 585p.
- STRELKOFF, T.S.; FALVEY, H.T. Numerical methods used to model unsteady canal flow. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.119, n.4, p.637-654, July/Aug. 1993.
- SUBRAMANYA, K. **Flow in open-channels**. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 1988. 380p.
- TUCCI, C.E.M.; PORTO, R.L. Escoamento transiente em rios e canais, In: INTERCÂMBIO INTERNACIONAL SOBRE TRANSIENTES HIDRÁULICOS E CAVITAÇÃO - CTH, São Paulo, 1982. **Anais...** São Paulo: DAEE/kCTH, 1982. p.G1.1-G1.156.
- VENNARD, J.K.; STREET, R.L. **Elementos de mecânica dos fluidos**. 5.ed., Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978. 687p.
- WYLIE, E.B.; STREETER, V.L. **Fluid transient**. New York: Corrected, 1983. 384p.