

# DESENVOLVIMENTO DE MODELOS DE CRESCIMENTO DE ÁRVORES INDIVIDUAIS FUNDAMENTADO EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Breno Rodrigues Mendes<sup>1</sup>, Natalino Calegario<sup>2</sup>, Carlos Eduardo Silva Volpato<sup>3</sup>,  
Anabel Aparecida de Mello<sup>4</sup>

(recebido: 21 de outubro de 2005; aceito: 31 de julho de 2006)

**RESUMO:** O presente estudo teve como objetivo o desenvolvimento de modelos não-lineares para árvores individuais a partir de equações diferenciais e a avaliação da qualidade de ajuste dos mesmos para expressar o crescimento em área basal individual. Foram utilizados dados provenientes de um inventário florestal contínuo de clones de *Eucalyptus* spp., fornecidos pela empresa Aracruz Celulose S/A, localizada na região costeira do Brasil, nos Estados da Bahia e Espírito Santo. A avaliação da precisão dos modelos foi realizada por meio do teste da razão da máxima verossimilhança, do erro padrão residual (EPR) e do gráfico de resíduos. Os resultados mostraram que o modelo completo com 3 parâmetros, desenvolvido a partir do modelo original, foi superior aos demais modelos, devido à inclusão de variáveis relativas ao povoamento, como: clone, altura total (HT), altura dominante (HD), diâmetro quadrático (Dg), área Basal (G), índice de sítio (IS) e densidade (N), originando um novo modelo denominado por Modelo Completo III. O ganho com precisão foi altamente significativo pelo teste da razão da máxima verossimilhança, quando comparado com os outros modelos. Sendo assim, este modelo gera informações com um alto grau de precisão para o planejamento das empresas florestais.

Palavras-chave: Modelos de crescimento, equação diferencial, árvore individual, *Eucalyptus* spp.

## DEVELOPMENT OF INDIVIDUAL TREE GROWTH MODELS BASED ON DIFFERENTIAL EQUATIONS

**ABSTRACT:** This study generate individual tree non-linear models from differential equation and evaluated the adjustment quality to express the basal area growth. The data base is from continuous forest inventory of clonal *Eucalyptus* spp. plantations, given by Aracruz Cellulose Company, located in the Brazilian costal region, Bahia and Espírito Santo states. The model precision was verified by ratio likelihood test, by mean square error (MSE) and by graphical residual analysis. The results showed that the complete model with 3 parameters, developed from the original model with one regressor, was superior to the other models, due to the inclusion of stand based variables, such as: clone, total height (HT), dominant height (HD), quadratic diameter (Dg), Basal Area (G), site index (IS) and Density (N), generating a new model, called Complete Model III. The improvement of the precision was highly significant when compared to another models. Consequently, this model provides information with a high degree of precision and accuracy for the forest companies planning.

Key words: Growth model, differential equations, individual tree, *Eucalyptus* spp.

### 1 INTRODUÇÃO

O território nacional é coberto em 66% da sua extensão por florestas naturais, 0,5% por florestas plantadas e o restante é utilizado para outros fins (agricultura, pecuária, áreas urbanas, etc.). As florestas plantadas são compostas, principalmente, por *Pinus* e *Eucalyptus*, que ocupam cerca de 4,7 milhões de hectares, sendo 64% de *Eucalyptus* e 36% de *Pinus*. Essas florestas têm uma importância econômica muito grande no desenvolvimento do País, tendo em vista que o setor de base florestal representa

cerca de 2% do PIB brasileiro, <<available on <http://sistemasweb.desenvolvimento.gov.br>>>.

Em face dessa importância, torna-se de interesse do administrador florestal quantificar o crescimento e a produção de suas florestas, promovendo um planejamento criterioso da produção através da prescrição de regimes de manejo adequados, visando à qualidade do produto final (ACERBI JÚNIOR et al., 2002; EISFELD et al., 2005). Sendo assim, pode-se dizer que a predição do crescimento e da produção é parte fundamental do processo de planejamento dos povoamentos florestais.

<sup>1</sup> Engenheiro Florestal da empresa Carvoale Produtos Agroindustriais e Florestais, Av. do Contorno, 1660 – 39550-000 – Taiobeiras, MG – brenolavras@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Professor do Departamento de Ciências Florestais – Universidade Federal de Lavras/UFLA – Cx. P. 3037 – 37200-000 – Lavras, MG – calegari@ufla.br

<sup>3</sup> Professor do Departamento de Engenharia Agrícola – Universidade Federal de Lavras/UFLA – Cx. P. 3037 – 37200-000 – Lavras, MG – volpato@ufla.br

<sup>4</sup> Bolsista Recém-doutor FAPEMIG – Departamento de Ciências Florestais – Universidade Federal de Lavras/UFLA – Cx. P. 3037 – 37200-000 – Lavras, MG – anabel\_mello@yahoo.com.br

A análise do crescimento de seres vivos, utilizando modelos matemáticos e estatísticos, não é algo novo. Esse tipo de análise está cada vez mais sofisticado no setor florestal e, segundo Clutter et al. (1983) e Davis & Johnson (1987), uma das principais tarefas atribuídas ao profissional da área é entender como ocorre o crescimento das árvores de um povoamento, qual tratamento silvicultural adotar e prever qual será a época de corte e a produtividade do plantio. Atualmente, o ajuste dos modelos de crescimento é realizado com a utilização de métodos cada vez mais avançados, dada a facilidade encontrada ao acesso de computadores de alto desempenho e de *softwares* especializados em tais análises.

De acordo com Wraith & Or (1998), os modelos de crescimentos podem ser representados por equações diferenciais ou sistemas contendo duas ou mais destas equações. Estes modelos são equações não-lineares que, através de curvas de crescimento, procuram explicar as relações de crescimento inerente a várias partes do organismo vegetal, até a sua maturidade, em situações ambientais distintas.

O modelo de crescimento é uma abstração da dinâmica natural da floresta e pode abranger crescimento, mortalidade e outras mudanças na composição e estrutura do povoamento. O domínio da modelagem do crescimento é extremamente importante para os pesquisadores da área florestal que estejam interessados em um melhor entendimento das relações existentes na produção florestal durante a vida de um determinado povoamento (VANCLAY, 1994).

O crescimento individual de árvores pode ser expresso como o incremento em diâmetro, área basal, altura, volume ou massa. Existe um crescente interesse no desenvolvimento de modelos de crescimento em área basal, isto porque a área basal é uma medida direta, sendo altamente correlacionada com o volume, ou massa, e com as práticas silviculturais, expressando o grau de densidade do povoamento e permitindo a otimização da utilização do sítio florestal.

Sendo assim, o principal objetivo deste estudo foi o desenvolvimento de modelos que permitam expressar o crescimento em área basal individual

em povoamentos clonais de *Eucalyptus* spp, baseando-se em equações diferenciais, com a inclusão de variáveis relacionadas à árvore e ao povoamento.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Caracterização da área e a base de dados

Os dados de *Eucalyptus* spp utilizados nesse estudo são provenientes do inventário florestal contínuo realizado nos povoamentos clonais da empresa Aracruz Celulose S.A., localizados na região costeira do Brasil, nos Estados do Espírito Santo e Bahia. As parcelas possuem formato circular, com tamanho variado. Em cada parcela foram obtidas medidas de diâmetro (tomada a 1,30 m de altura) e altura total, com remedições bimestrais, totalizando 4.683 observações individuais distribuídas entre diferentes clones e idades, como pode ser observado na Tabela 1.

O clima da região é classificado como Aw (Tropical Úmido, com estação chuvosa e seca no inverno) e Am (Tropical Úmido, sem estação seca pronunciada), no Estado do Espírito Santo e Af (Quente, com o mês mais frio atingindo temperatura superior a 18°C), Am (Tropical Chuvoso, de monção) e Aw (Quente com temperatura do mês mais frio superior a 18°C), no Estado da Bahia.

As coordenadas geográficas, aproximadas, para cada região administrativa e suas respectivas áreas são apresentadas na Tabela 2.

### 2.2 Desenvolvimento dos modelos

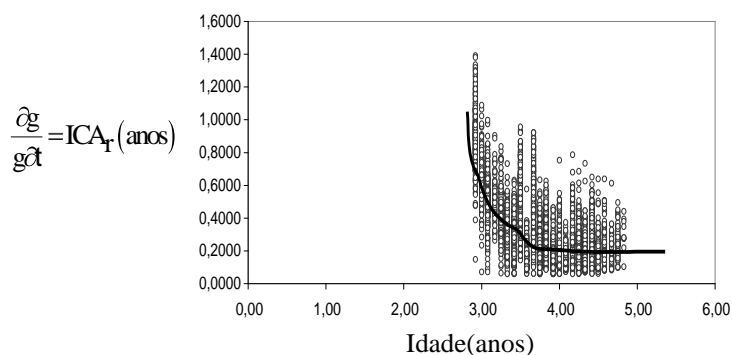
A idéia inicial desse estudo foi baseada na ausência de um modelo teórico que relacione a variável dependente área seccional ( $g$ ) com a variável independente idade ( $t$ ). O ponto de partida foi uma investigação da variação da taxa de crescimento relativa apresentada na Figura 1, em que se pode visualizar o comportamento da relação entre o incremento corrente anual relativo ( $ICA_R$ ) da área basal individual em função da idade. Verifica-se uma redução exponencial da taxa relativa com o aumento da idade das árvores. Baseando-se em tal informação, selecionou-se os modelos para expressar tal tendência, conforme sugerido por Ratkowsky (1983).

**Tabela 1** – Dados experimentais provenientes do inventário florestal contínuo.**Table 1** – Experimental data from continue forest inventory.

Clone	Nº da parcela	Idade (anos)	Nº de árvores por parcela	Nº de medições	Número de Observações	Diâmetro Médio Quadrático (cm)	Área Basal (G.ha <sup>-1</sup> )	Altura Média Dominante (m)
1	1	3,08-4,67	33	14	431	18,88	27	27
1	2	3,08-4,67	31	15	448	17,13	29	26
3	4	3,33-4,92	10	12	113	14,93	25	25
4	5	2,92-4,50	18	14	224	14,42	26	24
3	6	2,92-4,50	15	13	171	16,59	28	28
3	7	3,25-4,83	33	15	420	14,49	25	24
2	8	2,92-4,50	24	13	866	13,64	24	23
6	9	3,25-4,83	17	14	223	16,42	26	25
5	10	2,92-4,50	54	14	742	13,94	26	26
1	11	2,92-4,50	41	13	605	14,42	25	24
3	12	2,92-4,50	34	15	440	13,55	22	24

**Tabela 2** – Coordenadas geográficas aproximadas e extensão da área da empresa Aracruz Celulose S.A.**Table 2** – Aproximated Geographic coordinates and total area.

	Aracruz	São Mateus	Posto da Mata
Latitude (S)	19°35' e 20°15'	18°05' e 18°45'	17°15' e 18°05'
Longitude (W)	40°00' e 40°20'	39°30' e 40°10'	39°05' e 40°00'
Área (ha)	33.114,50	44.162,00	47689,20

**Figura 1** – Variação da taxa de crescimento relativa em área basal (m<sup>2</sup>.idade<sup>-1</sup>.m<sup>-2</sup>) em função da idade.**Figure 1** – Variation on the relative basal area growth rate (m<sup>2</sup>.idade<sup>-1</sup>.m<sup>-2</sup>) as function of age.

Visando obter operacionalidade no desenvolvimento dos modelos, optou-se por selecionar equações com 1, 2 e 3 parâmetros, totalizando três equações, nas quais se utilizou o conceito de equação diferencial, que é toda equação que relaciona uma função incógnita (função desconhecida) com uma ou mais das suas derivadas.

As equações diferenciais foram resolvidas com o intuito de obter soluções satisfatórias para as mesmas. O desenvolvimento do novo modelo foi elaborado em três etapas, descritas a seguir.

Para o modelo I, o desenvolvimento se deu a partir de uma equação de um parâmetro, selecionada por representar uma variação exponencial negativa da taxa relativa de crescimento da área basal, que pode ser escrita como:

$$\frac{\partial g}{g_i \partial t}(t; \beta) = t_i^{-\beta} \quad (1)$$

em que:  $g_i$  = área basal da  $i$ th árvore, em  $m^2$ ;  $t$  = idade, em anos, e;  $\beta$  = parâmetro.

A equação (1) é classificada como equação diferencial de Bernoulli (BRONSON, 1993; EDWARDS & PENNEY, 1996) e, aplicando-se a anti-derivativa, tem-se:

$$\int \frac{\partial g}{g} = \int t_i^{-\beta} \partial t \quad (2)$$

A solução para a equação (2) é dada como:

$$\ln(g) = \frac{t_i^{(\beta+1)}}{\beta+1} \quad (3)$$

Aplicando o anti-logaritmo na equação (3), obteve-se a seguinte função exponencial de crescimento, denominada por Modelo Original I neste estudo:

$$g = \exp\left(\frac{t_i^{(\beta+1)}}{\beta+1}\right) \quad (\text{Modelo Original I}) \quad (4)$$

Os procedimentos para o segundo e terceiro modelos foram os mesmos, sendo que as funções exponenciais que os geraram são as seguintes:

$$\frac{\partial g}{g_i \partial t}(t; \beta) = \beta_o t_i^{\beta_1} \quad (\text{Modelo Original II}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial g}{g_i \partial t}(t; \beta) = \beta_o + \beta_1 t_i^{\beta_2} \quad (\text{Modelo Original III}) \quad (6)$$

A aplicação da anti-derivativa em ambos os lados das expressões (5) e (6) gerou os modelos representados na Tabela 3.

Buscando a melhoria da precisão dos três modelos gerados, algumas variáveis foram adicionadas aos modelos originais, como clone, altura total (HT), diâmetro quadrático (Dg), densidade (N), índice de sítio (IS), altura dominante (HD) e área basal (G).

Todas estas variáveis estão correlacionadas diretamente com o crescimento da área seccional ( $g$ ), desenvolvendo-se, assim, três novos modelos, denominados por Modelos Completos. Esta inclusão de variáveis foi feita de forma simples, através da decomposição dos parâmetros dos modelos originais. A determinação de cada variável, que seria incluída em cada parâmetro, foi feita de acordo com o seu grau de significância em relação ao parâmetro. O grau de significância foi verificado através de teste estatístico *t de Student*.

A Tabela 3 também apresenta os Modelos Completos desenvolvidos a partir dos Modelos Originais. Ambos foram ajustados considerando as pressuposições de que os erros são independentes e identicamente distribuídos, com distribuição normal, média zero e variância constante  $\sigma^2$ .

Os valores iniciais requeridos para reduzir o número de iterações necessárias para a solução do sistema de equações foram obtidos com o uso da representação gráfica da relação área seccional ( $g$ ) versus idade ( $t$ ). Esta é uma das alternativas que permite a obtenção dos valores iniciais para os parâmetros dos modelos não-lineares, conforme Draper & Smith (1981).

**Tabela 3** – Modelos originais e completos obtidos a partir da decomposição dos parâmetros dos modelos originais.**Table 3** – Original and full models based on parameter decompositions from original models.

Original	$g = \exp\left(\frac{t^{(\beta_{00} + 1)}}{\beta_{00} + 1}\right)$
Modelo I Completo	$g = \exp\left(\frac{t^{(b_{00} + \sum_{i=1}^5 b_{0i} \text{Clone}(i) + b_{06} \text{DG} + b_{07} \text{HT} + b_{08} \text{HD} + b_{09} \text{G} + b_{10} \text{IS} + b_{111} \text{N})}}{(b_{00} + \sum_{i=1}^5 b_{0i} \text{Clone}(i) + b_{06} \text{DG} + b_{07} \text{HT} + b_{08} \text{HD} + b_{09} \text{G} + b_{10} \text{IS} + b_{111} \text{N})}\right)$
Original	$g = \exp\left(\frac{\beta_{00} * t^{(\beta_{10} + 1)}}{(\beta_{10} + 1)}\right)$
Modelo II Completo	$g = \exp\left(\frac{b_{00} + \sum_{i=1}^5 b_{0i} \text{Clone}(i) + b_{06} \text{DG} + b_{07} \text{HT} + b_{08} \text{G} + b_{09} \text{IS} + b_{10} \text{N} * t^{(b_{10} + \sum_{i=1}^5 b_{1i} \text{Clone}(i) + b_{16} \text{HT} + b_{17} \text{G} + b_{18} \text{IS} + b_{19} \text{N})}}{b_{10} + \sum_{i=1}^5 b_{1i} \text{Clone}(i) + b_{16} \text{HT} + b_{17} \text{G} + b_{18} \text{IS} + b_{19} \text{N}}\right)$
Original	$g = \exp\left(b_{00} * t + \left(\frac{b_{10} * t^{(b_{20})}}{b_{20}}\right)\right)$
Modelo III Completo	$g = \exp\left(\frac{(b_{00} + \sum_{i=1}^5 b_{0i} \text{Clone}(i) + b_{06} \text{HT} + b_{07} \text{IS} + b_{08} \text{N} + b_{09} \text{DG}) * t + (b_{10} + \sum_{i=1}^5 b_{1i} \text{Clone}(i) + b_{16} \text{HT} + b_{17} \text{HD} + b_{18} \text{N} * t^{(b_{20} + \sum_{i=1}^5 b_{2i} \text{Clone}(i) + b_{26} \text{HT} + b_{27} \text{DG} + b_{28} \text{N})})}{b_{20} + \sum_{i=1}^5 b_{2i} \text{Clone}(i) + b_{26} \text{HT} + b_{27} \text{DG} + b_{28} \text{N}}\right)$

### 2.3 Medidas de Acurácia e seleção do modelo

As medidas de acurácia utilizadas foram o Erro Padrão Residual (EPR), o Critério de Informação de Akaike (CIA) e o Critério de Informação Bayesiano (CIB). Para a seleção do melhor modelo foi utilizado

o Teste da Razão da Máxima Verossimilhança (CALEGARIO et al., 2005), o qual é dado pela seguinte expressão:

$$TRMV = 2 \ln\left(\frac{MV_2}{MV_1}\right) = 2 [\ln(MV_2) - \ln(MV_1)] \quad (7)$$

em que:

TRMV=Teste da Razão da Máxima Verossimilhança;

$\ln(\cdot)$ = Logaritmo natural;

$MV_2$ =Máxima Verossimilhança para o modelo geral;

$MV_1$ = Máxima Verossimilhança para o modelo restrito;

A Máxima Verossimilhança é uma função de parâmetro e é dada pela seguinte expressão:

$$MV(\beta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \beta) \quad (8)$$

Se  $k_1$  e  $k_2$  representarem os números de parâmetros dos modelos restrito e geral, respectivamente, a distribuição assintótica de TRMV é  $\chi^2$  com  $k_2 - k_1$  graus de liberdade.

Os Critérios de Informações de Akaike e Bayesiano são derivados do valor da máxima verossimilhança e são computados pelas seguintes expressões:

$$CIA = -2MV(\beta) + 2p \quad (9)$$

$$CIB = -2MV(\beta) + p \ln(n) \quad (10)$$

em que  $p$  representa o número de parâmetros no modelo e  $n$  o número total de observações. Para ambos os critérios, quanto menor o valor melhor a representação dos dados pelo modelo.

Comparou-se o ajuste dos Modelos Originais gerados com o ajuste dos modelos que mais tradicionalmente aparecem na literatura para a modelagem do crescimento florestal: Weibull, Logístico e Richard. Também foi utilizado a distribuição gráfica dos resíduos para verificar o ganho na precisão com a inclusão de variáveis relativas às árvores individuais e ao povoamento.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1 Estimativas dos parâmetros e medidas de acurácia

Os resultados da estimativa dos parâmetros dos modelos originais e os de Weibull, Logístico e Richard, com suas respectivas medidas de acurácia, estão apresentados, de forma comparativa, na Tabela 4. Entre os modelos originais, destaca-se o Modelo Original III, pois o mesmo apresentou menor EPR,

expresso em termos absolutos. Comparado com os modelos tradicionais, o Modelo Original III apresentou o mesmo EPR, indicando que o mesmo apresenta a mesma precisão na representação dos dados amostrais.

As análises feitas para os modelos completos mostraram que a inclusão das variáveis proporcionou uma redução no valor do erro padrão residual. A maior redução foi verificada no Modelo Completo III, em que o Erro Padrão Residual foi reduzido de 0,004239 para 0,001974, gerando um percentual de redução de 53% (Tabela 5). Entre os modelos completos, o Modelo II teve desempenho melhor que o Modelo I, gerando um valor de 1013 para o TRMV, com um valor significativo de probabilidade para a distribuição  $\chi^2$ , com  $22 - 12 = 10$  graus de liberdade. O Modelo Completo III teve desempenho melhor que o II, com um valor para o TRMV de 3073, também altamente significativo. Portanto, o Modelo Completo III representa melhor os dados, quando comparado com os Modelos Completos I e II. Com relação ao erro padrão residual, comparado com o Modelo Completo II, o Modelo Completo III apresentou uma redução de 0,002739 para 0,001974, ou seja, 28%.

Todas as variáveis incluídas de forma combinada a cada um dos parâmetros que compõem os modelos, estão, de maneira geral, relacionadas umas com as outras, ou seja, uma depende da outra, pois a retirada ou a inclusão de qualquer variável a qualquer parâmetro destes modelos modifica significativamente a estrutura de todo o ajuste. Isso mostra que essa técnica de inclusão de variáveis aos modelos necessita, de forma detalhada, ser mais estudada a cada situação de interesse.

Como pode ser visto na Tabela 6, apesar de alguns clones não terem diferenças significativas do parâmetro intercepto, para os três parâmetros e para a um nível de 5% de significância, os mesmos foram deixados discriminados no modelo para fins de planejamento. As outras variáveis testadas foram Altura, Sítio, Densidade e Diâmetro Quadrático. Para o parâmetro 1, todas foram significativas. Para o parâmetro 2, as significativas foram Altura, Sítio e Densidade. E para o parâmetro 3, apenas Diâmetro Quadrático e Densidade tiveram valores significativos.

**Tabela 4** – Parâmetros e estatísticas comparativas entre os modelos originais I, II e III e os modelos de Weibull, Logístico e de Richard, seguidos de seus respectivos erros padrões residuais (EPR).

**Table 4** – Parameters and Comparative statistics between original models I, II and III and Weibull, Logistic and Richard models, followed by its respective residual standard errors.

Modelo	Valores do Parâmetros e Estatísticas			EPR (m <sup>2</sup> )
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	
	(Erro Padrão/ t /pr> t )			
I	-1,191611 (0,00014/8719/<0,0001)	x x	x x	0,004329
II	1,6197 (0,05426/30/<0,0001)	-1,2768 (0,006754/189/<0,0001)	x x	0,004242
III	-0,298776 (0,035289/8/<0,0001)	6,20228 (1,0307/6/<0,0001)	-0,769412 (0,081/9/<0,0001)	0,004239
Weibull	0,0243255 (0,0009217/26/<0,0001)	0,1156448 (0,0269112/4/<0,0001)	0,7642602 (0,1008587/8/<0,0001)	0,004234
Logístico	0,022646 (0,00051589/43/<0,0001)	2,814349 (0,02624660/107/<0,0001)	0,72951 (0,05886209/12/<0,0001)	0,004239
Richard	0,022651 (0,0005168/43/<0,0001)	3,855021 (0,30086/12/<0,0001)	1,369708 (0,110581/12/<0,0001)	0,004239

**Tabela 5** – Estatísticas comparativas entre os modelos desenvolvidos no estudo, em que: EPR=Erro Padrão Residual; GL=Graus de Liberdade; CIA=Critério de Informação de Akaike; CIB=Critério de Informação Baysiano; LogMV=Logaritmo da Máxima Verossimilhança; TRMV= Teste da Razão da Máxima Verossimilhança; Prob.= Probabilidade associada ao teste da razão.

**Table 5** – Comparative statistics for the models developed in this study, where: EPR=Residual Standard Error; GL=Degree of Freedom; CIA= Akaike Information Criterion; CIB= Bayesian Information Criterion; LogMV=Logarithm of the Likelihood Value; TRMV= Ratio Test of Likelihood; Prob= Probability.

Modelo	EPR (m <sup>2</sup> )	GL	CIA	CIB	LogMV	Teste	TRMV	Prob.
Original I	0,004329	2	-37680,6	-37667,7	18842,32	x	x	x
Original II	0,004242	3	-37840,5	-37821,2	18923,27	1 vs 2	161,9061	<0,0001
Original III	0,004239	4	-37874,3	-37848,4	18941,36	2 vs 3	367,055	<0,0001
Completo I	0,003049	12	-37885,3	-37859,5	18946,66	x	x	x
Completo II	0,002739	22	-37874,1	-37848,3	18941,04	4 vs 5	1013	<0,0001
Completo III	0,001974	29	-37874,1	-37848,3	18941,04	5 vs 6	3073	<0,0001

### 3.2 Análise gráfica residual para os modelos

Na Figura 2 estão representados, de forma comparativa, os gráficos dos resíduos versus o valor da área basal individual estimada, para todos os modelos ajustados.

Analisando a distribuição dos resíduos percentuais apresentados na Figura 2, verifica-se que os modelos originais apresentaram uma forma semelhante de distribuição de resíduos, distribuídos aleatoriamente em torno do eixo zero.

**Tabela 6** – Valores dos parâmetros e estatísticas para o Modelo Completo III.**Table 6** – *Parameter values and statistics for the Complete Model III.*

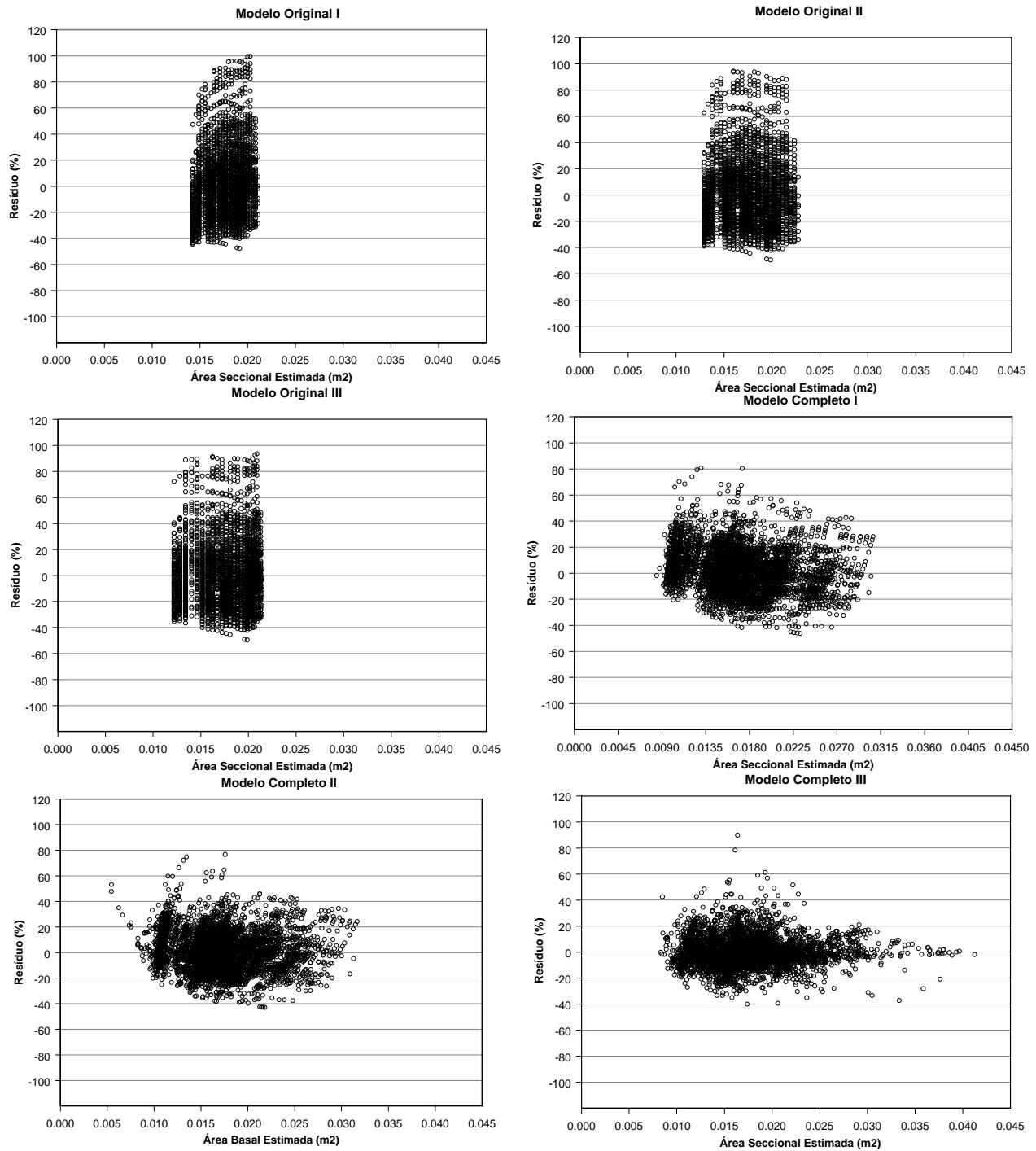
Parâmetro	Decomposição	Valor	Erro Padrão	t	Pr> t
1	Intercepto	-4,317657	36,29462	-0,11896	0,9053
	Clone 1	0,202185	0,06290	3,21453	0,0013
	Clone 2	-0,066665	0,01986	-3,35617	0,0008
	Clone 3	-0,020354	0,01437	-1,41633	0,1567
	Clone 4	6,075414	43,80636	0,13869	0,8897
	Clone 5	-0,835348	7,29638	-0,11449	0,9089
	Altura	0,10199	0,00529	19,28701	<.0001
	Sítio	-0,017124	0,00321	-5,33211	<.0001
	Densidade	0,098871	0,01670	5,92092	<.0001
	Dg	-0,038632	0,00813	-4,74967	<.0001
2	Intercepto	4,446365	36,38941	0,12219	0,9028
	Clone 1	-0,268608	0,07183	-3,73951	0,0002
	Clone 2	0,066889	0,02434	2,74837	0,006
	Clone 3	0,03651	0,02169	1,68322	0,0924
	Clone 4	-6,168647	43,81635	-0,14078	0,888
	Clone 5	0,841718	7,29909	0,11532	0,9082
	Altura	-0,05442	0,00599	-9,09165	<.0001
	Sítio	0,018543	0,00294	6,31477	<.0001
	Densidade	-0,118546	0,01575	-7,52441	<.0001
3	Intercepto	-4,4078	0,31679	-13,91381	<.0001
	Clone 1	0,113029	0,01915	5,90304	<.0001
	Clone 2	-0,026955	0,00646	-4,17463	<.0001
	Clone 3	-0,015156	0,00844	-1,79668	0,0725
	Clone 4	0,14554	0,03259	4,46515	<.0001
	Clone 5	0,038086	0,00844	4,51317	<.0001
	Dg	0,066007	0,00628	10,50735	<.0001
	Densidade	0,046618	0,00329	14,14924	<.0001

Para os Modelos Completos, observa-se que o Modelo Completo I apresentou a pior distribuição de resíduos, indicando que a suposição de homocedasticidade foi violada, e que a inclusão de novas variáveis aos parâmetros do Modelo Original I não contribuiu para sua melhoria.

Um dos ganhos desta nova modelagem está na redução do erro, verificado através da análise gráfica dos resíduos percentuais, dos Modelos Completo II e III, que exprime uma sensível melhoria

na distribuição dos resíduos em relação aos seus modelos originais, em que os resíduos foram distribuídos aleatoriamente em torno do eixo zero de forma mais concentrada. Na Figura 2, também mostra-se que o Modelo Completo III estima valores em uma amplitude bem maior que os outros modelos. A citada amplitude se aproxima bem mais da amplitude dos valores observados, sendo esta uma característica bem desejável na aplicação de um determinado modelo.





**Figura 2** – Distribuição dos resíduos percentuais em função da área seccional estimada de cada árvore, apresentado de forma comparativa entre os Modelos Originais I, II e III e Modelos Completos I, II e III.

*Figure 2* – Residual distribution as function of the estimated basal area from each tree, showing a comparative form between the original models I, II and III and full models I, II and III.

#### 4 CONCLUSÕES

De acordo com as análises desta técnica de modelagem, gerando modelos a partir de equações diferenciais, chegou-se as seguintes conclusões:

- O Modelo Original III teve precisão aproximada aos modelos comumente utilizados na literatura, como Weibull, Richard e Logístico.

- Os modelos completos apresentaram melhorias significativas na precisão da representação dos dados. Pela análise gráfica de resíduos, verificou-se que a presença de novas variáveis aos modelos permitiu a obtenção de uma melhora na distribuição aleatória dos resíduos em torno do eixo zero, ocorrendo uma redução na heterogeneidade de variância existente nos modelos originais.

- Dentre os modelos completos, o Modelo Completo III foi o que apresentou melhor precisão pelo teste da Razão da Máxima Verossimilhança. Quando comparado aos demais, este modelo estimou valores na mesma faixa dos valores observados no gráfico de resíduos.

- Este estudo mostrou que o uso de variáveis mensuradas em um inventário florestal e aquelas relativas a nível de parcela, como é o caso do diâmetro quadrático, da área basal, do índice de sítio, da altura dominante e da densidade, podem ser utilizadas para contribuir com melhorias no ajuste de modelos para árvore individual sem que haja um custo adicional na obtenção de tais informações.

- O uso das equações diferenciais mostra um elevado potencial no desenvolvimento de modelos biométricos florestais.

- Esta nova modelagem afeta diretamente o plano de suprimento das empresas florestais, podendo este ser elaborado com maior confiabilidade, produzindo assim informações com um alto grau de precisão e exatidão para o planejamento florestal, ocasionando uma redução de custo nas várias operações realizadas na cadeia produtiva da empresa.

#### 5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACERBI JÚNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R.; OLIVEIRA, A. D.; MAESTRI, R. Modelo para prognose do crescimento e

da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda*. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 26, n. 6, p. 699-713, 2002.

BRONSON, R. **Schaum's outline of theory and problems of differential equations**. 2. ed. Washington, DC: [s.n.], 1993.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R. F.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Modeling dominant height growth based on a nonlinear mixed effect model: a clonal *Eucalyptus* plantation case study. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 204, n. 1, p. 11-20, 2005.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENNAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. New York: J. Wiley and Sons, 1983. 333 p.

DAVIS, L. S.; JOHNSON, K. N. **Forest management**. New York: Mc Graw-Hill, 1987. 790 p.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. New York: Wiley, 1981.

EDUARDES, C. H.; PENNEY, D. E. **Differential equations and boundary value problems**. New Jersey: Prentice hall, 1996. 707 p.

EISFELD, R. L.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MELLO, A. A. Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio do processo de difusão. **Revista Cerne**, Lavras, v. 11, n. 2, p. 167-177, abr./jun. 2005.

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling, a unified practical approach**. New York: M. Dekker, 1983.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests**. Wallingford: CAB International, 1994. 312 p.

WRAITH, J. M.; OR, D. Nonlinear parameter estimation using spreadsheet software. **Journal of Natural Resources**, [S.l.], v. 27, p. 13-19, 1998.