

ANÁLISE DO DIÂMETRO DE COPA DO CAFEIEIRO RECEPADO UTILIZANDO UM MODELO NÃO LINEAR MISTO

Jair WYZYKOWSKI¹
Anselmo Augusto de Paiva CUSTÓDIO²
Adriano Augusto de Paiva CUSTÓDIO³
Natalino Martins GOMES⁴
Augusto Ramalho de MORAIS⁵

- RESUMO: Este trabalho objetivou modelar o crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro utilizando modelos não lineares mistos. Na análise, utilizou-se diferentes estruturas para a matriz de variância e covariância para os efeitos aleatórios, testando-se também a necessidade ou não de efeitos aleatórios nos parâmetros e em seguida os parâmetros dos tratamentos experimentais foram comparados entre si. Os dados utilizados foram provenientes de um experimento realizado na área do Departamento de Engenharia da UFLA em que medidas de crescimento da copa do cafeeiro recepado foram avaliados periodicamente ao longo de 1100 dias. O modelo misto não linear logístico foi adequado para descrever o desenvolvimento do diâmetro de copa do cafeeiro quando adotada a matriz diagonal para a estrutura de variância-covariância dos efeitos aleatórios e a dois dos três parâmetros do modelo é acrescentado o efeito aleatório.
- PALAVRAS-CHAVE: Regressão não linear; modelo misto; efeito aleatório; ajuste de curvas.

¹Universidade Federal de Lavras – UFLA, Programa de Pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária-PPEEA, Caixa Postal 3037, CEP: 37200-000, Lavras, MG, Brasil. E-mail: *jair.stat@gmail.com*

²Universidade Estadual Paulista - UNESP, Departamento de Produção Vegetal - DPV, CEP 14.883-390, Jaboticabal, SP, Brasil. E-mail: *b1uflagro@yahoo.com.br*

³Instituto Agrônomo do Paraná - IAPAR, Área de Proteção de Plantas - APP, Caixa Postal 301, CEP 86047-902, Londrina, PR, Brasil. E-mail: *custodio@iapar.br*

⁴Instituto Federal do Norte de Minas Gerais - IFNMG, Caixa Postal 11, CEP 39600-000, Araçuaí, MG, Brasil. E-mail: *natalino.gomes@ifnmg.edu.br*

⁵Universidade Federal de Lavras – UFLA, Departamento de Ciências Exatas-DEX, Caixa Postal 3037, CEP: 37200-000, Lavras, MG, Brasil. E-mail: *armorais@dex.ufla.br*. Bolsista do CNPq.

1 Introdução

O Brasil é o maior produtor de café (*Coffea arabica* L) e o segundo maior mercado consumidor. Ainda, o café é largamente apreciado em todo o mundo. Neste país, o estado de Minas Gerais é responsável por aproximadamente 50% da produção nacional, com a maior área plantada no estado na região sudeste. Deste, 25% da produção brasileira de café vêm de áreas irrigadas, por meio de culturas irrigadas em apenas 240.000 ha ou 10% da área total (FERNANDES et al., 2012). Nesse sentido, a utilização de análises que favoreçam o conhecimento do crescimento dos cafeeiros sob diferentes tratamentos de irrigação pode contribuir para um manejo mais eficiente do processo produtivo da cultura.

Para este estudo, o uso de modelos de regressão não linear têm sido cada vez mais frequente. Existem uma série de modelos não lineares, sendo alguns deles descritos por Ratkowsky (1983), Gallant (1987), Bates e Watts (1988), Seber e Wild (1989) e Schabenberger e Pierce (2002).

Entre as vantagens do uso de modelos não lineares estão: (i) maior flexibilidade na escolha do modelo; (ii) maior parcimônia; (iii) a função do modelo normalmente é baseada na teoria sobre o mecanismo que gera a variável resposta; (iv) determinados comportamentos podem ser incorporados ao modelo; (v) as predições podem em alguns casos ser estendidas para além do intervalo de observações; (vi) e os parâmetros geralmente tem interpretação física ou biológica (PINHEIRO E BATES, 2000).

As desvantagens são: (i) que os parâmetros muitas vezes não podem ser diretamente estimados, com o uso de técnicas como os mínimos quadrados, por exemplo, requerendo o uso de métodos iterativos como o método de Gauss-Newton, método do gradiente ou o método de Marquardt, e maior esforço computacional; (ii) exigem valores iniciais para as estimativas dos parâmetros o que requer o conhecimento de técnicas adicionais com o risco de falsa convergência ou convergência para um mínimo local; (iii) os erros padrão, intervalos de confiança e outros testes são aproximados sendo que a melhoria das estimativas vai exigir sempre técnicas adicionais (PINHEIRO E BATES, 2000).

Na coleta dos dados utilizados neste trabalho, as medidas foram tomadas de forma repetida nas mesmas unidades experimentais ao longo do tempo e os dados são desbalanceados o que de certa forma dificulta ou torna menos preciso o uso de modelos lineares ou não lineares com as técnicas de estimação como os mínimos quadrados ordinários, ponderados ou generalizados. Ainda, quando se inclui a estrutura do delineamento no modelo e mais procedimentos são adotados, existe maior possibilidade de erros de inferência (SARTÓRIO, 2013).

Assim, uma alternativa para análise é o uso dos modelos não lineares mistos nos quais os parâmetros podem ser classificados em dois tipos: de efeitos fixos, associados a média do efeito do preditor na variável resposta e, de efeitos aleatórios, associados a estrutura dos componentes de variância-covariância e o termo erro (PINHEIRO, 1994). Esses modelos facilitam a análise conjunta de dados desbalanceados com o uso do Método da Verossimilhança e

Verossimilhança Restrita, permitem atribuir diferentes estruturas da matriz de variância e covariância aos efeitos aleatórios, além de possibilitarem a modelagem da heterogeneidade de variância.

Peek et al. (2002) combinaram a análise de modelos mistos com curvas não lineares obtendo coeficientes biologicamente interpretáveis e reduzindo o viés do erro padrão estimado usado nas comparações entre tratamentos em um experimento para comparação de duas espécies de plantas quanto a resposta fotossintética em diferentes ambientes de luz.

Ozel et al. (2011) testaram os modelos não lineares de Richards, Gompertz, Weibull e Logístico na descrição de características vegetativas de *Fagus orientalis Lipsky* (Faia do Oriente) concluindo que o modelo de Gompertz é o mais adequado para isso.

Milani et al. (2013) avaliaram o crescimento diamétrico em função da idade de árvores de *Podocarpus lambertii* (Pinheiro - bravo), em duas regiões fitogeográficas do RS, utilizando o modelo não linear logístico com efeitos mistos alcançando um bom ajuste.

Fu et al. (2013) desenvolveram um modelo misto não linear para estudar o desenvolvimento do *Cunninghamia lanceolata* (Pinheiro Chinês) na China. Neste estudo consideraram também a correlação entre os dados obtidos ao longo do tempo e a heterogeneidade da variância. Fu et al. (2013) construíram o modelo utilizado a partir das recomendações de Pinheiro e Bates (2000) e as análises foram realizadas utilizando-se o pacote *nlme* implementado no S-PLUS (LINDSTROM E BATES, 1990 e PINHEIRO E BATES, 2000)

O objetivo deste trabalho foi modelar o crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro utilizando modelos mistos, dada a estrutura do banco de dados disponível e a interpretabilidade dos resultados. Diferentes estruturas para a matriz de variância e covariância foram testadas, além da necessidade ou não de efeitos aleatórios nos parâmetros. Finalmente, os parâmetros entre os tratamentos experimentais foram comparados.

2 Materiais e métodos

Os dados utilizados para realização deste trabalho foram de um experimento realizado na área experimental do Departamento de Engenharia da Universidade Federal de Lavras, no período de 2005 a 2008. A cultivar em estudo foi a Acaia MG-1474 implantada em março de 1997 e conduzida sob irrigação no espaçamento 3,00×0,60m, sendo recepada em outubro de 2004. O delineamento experimental utilizado foi o de blocos casualizados, com quatro repetições e cinco tratamentos. Cada parcela foi constituída por três linhas de plantio com dez plantas em cada linha, e considerando-se apenas as cinco plantas centrais da linha do meio. As demais linhas de plantio e plantas das parcelas foram consideradas como bordaduras externa e interna objetivando minimizar possíveis erros experimentais. Nas cinco plantas úteis avaliou-se o crescimento do diâmetro da copa, o qual foi medido com barra graduada na altura do terço médio da planta e perpendicular a linha de

café. Os tratamentos experimentais foram os seguintes manejos de irrigação: SI sem irrigação (testemunha); o A-75 com irrigação o ano todo sempre que a planta consumisse 75% da água disponível na camada de 0-40 cm; o A-25 com irrigação o ano todo sempre que a planta consumisse 25% da água disponível na camada de 0-40 cm; o A-7525 com irrigação o ano todo, porém: nos meses de janeiro, fevereiro, março, julho, outubro, novembro e dezembro só foi irrigado quando a água disponível de armazenamento na camada de 0-40 cm atingiu valores inferiores a 75%; nos demais meses, ou seja, abril, maio, junho, agosto e setembro só foi irrigado quando a água disponível de armazenamento na camada de 0-40 cm atingiu valores inferiores a 25% ; e o PS-25 com irrigação somente nos meses abril, maio, junho, agosto e setembro, sempre que a planta consumisse 25% da água disponível na camada de 0-40 cm. O tipo de irrigação utilizado foi o localizado por gotejamento. As características vegetativas foram avaliadas iniciando-se sete meses após a recepa no período de julho de 2005 a junho de 2008, sendo que foram feitas 20 medidas irregularmente espaçadas no tempo e os dados desbalanceados.

Para análise estatística foi utilizado o software *R* (R CORE TEAM, 2013), biblioteca *nlme* versão 3.1 (PINHEIRO E BATES, 2014).

2.1 O modelo de regressão não linear misto

O modelo não linear misto, conforme proposto por Lindstron e Bates (1990) pode ser visto como um modelo hierárquico. Para um único nível as j_s observações nos i_s grupos, o modelo é apresentado como

$$y_{ij} = f(\phi_{ij}, v_{ij}) + e_{ij}; \quad i = 1, 2, \dots, M \text{ e } j = 1, 2, \dots, n_i \quad (1)$$

em que y_{ij} é a variável resposta para o i -ésimo grupo e a j -ésima observação, M é o número de grupos, n_i é o número de observações no i -ésimo grupo, f é uma função diferenciável de um vetor de parâmetros específico ϕ_{ij} , v_{ij} é o vetor de covariáveis e e_{ij} é o termo erro aleatório entre os grupos, independentes e normalmente distribuídos com média zero e matriz de variância-covariância R , isto é, $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2 R)$.

A função f é não linear em pelo menos um componente do vetor de parâmetros ϕ_{ij} de um grupo específico, o qual é modelado conforme sugerido por Pinheiro e Bates (2000) por:

$$\phi_{ij} = A_{ij}\beta + B_{ij}b_i, \quad b_i \sim N(0, D) \quad (2)$$

em que β é um vetor p -dimensional de efeitos fixos e b_i é um q -dimensional vetor de efeitos aleatórios associado ao i -ésimo grupo (não varia com j) com matriz de variância e covariância D . As matrizes A_{ij} e B_{ij} tem dimensões que dependem do grupo e dos valores das covariáveis na j -ésima observação e às vezes são simplesmente matrizes de incidência (PINHEIRO e BATES, 2000).

Neste trabalho o modelo fixo não linear logístico para o ajuste das curvas de crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro para o k -ésimo indivíduo, na j -ésima observação, para o i -ésimo tratamento é representado por:

$$y_{ijk} = \frac{\beta_{1i}}{1 + \exp[(\beta_{2i} - t_{ij})/\beta_{3i}]} + e_{ijk} \quad (3)$$

em que y_{ijk} é a resposta obtida para o k -ésimo indivíduo no j -ésimo tempo (observação) para o i -ésimo tratamento, β_{1i} representa o crescimento assintótico para o i -ésimo tratamento (Assíntota), tendendo para o máximo quando o tempo tende para o infinito; β_{2i} é o tempo no qual a planta atinge a metade da sua altura assintótica para o i -ésimo tratamento (Inflexão); e β_{3i} é o tempo decorrido entre a planta alcançar a metade e $\frac{1}{1+e^{-1}} \simeq \frac{3}{4}$ do seu crescimento assintótico para o i -ésimo tratamento (Escala). Este modelo é linear no parâmetro β_1 e não linear em β_2 e β_3 .

Por outro lado, o modelo não linear misto para o ajuste das curvas de crescimento para o diâmetro de copa do cafeeiro para o k -ésimo indivíduo, na j -ésima observação, para o i -ésimo tratamento, considerando-se efeitos aleatórios associados a todos os parâmetros, é representado por:

$$y_{ijk} = \frac{(\beta_{1i} + b_{1k})}{1 + \exp[((\beta_{2i} + b_{2k}) - t_{ij})/(\beta_{3i} + b_{3k})]} + e_{ijk} \quad (4)$$

em que y_{ijk} , β_{1i} , β_{2i} , β_{3i} e e_{ijk} tem o mesmo significado que na Equação 3. b_{1k} , b_{2k} e b_{3k} são os efeitos aleatórios relacionados ao k -ésimo indivíduo. A Tabela 1 mostra os modelos logísticos testados para descrever o crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro.

Tabela 1 - Modelos logísticos utilizados para descrever o crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro

Modelo	Aleatório	Expressão matemática
F	-	$\beta_{1i}/\{1 + \exp[(\beta_{2i} - t_{jk})/\beta_{3i}]\}$
A1	β_1	$(\beta_{1i} + b_{1k})/\{1 + \exp[(\beta_{2i} - t_{jk})/\beta_{3i}]\}$
A2	β_2	$\beta_{1i}/\{1 + \exp[((\beta_{2i} + b_{2k}) - t_{jk})/\beta_{3i}]\}$
A3	β_3	$\beta_{1i}/\{1 + \exp[(\beta_{2i} - t_{jk})/(\beta_{3i} + b_{3k})]\}$
A4	β_1 e β_2	$(\beta_{1i} + b_{1k})/\{1 + \exp[((\beta_{2i} + b_{2k}) - t_{jk})/\beta_{3i}]\}$
A5	β_1 e β_3	$(\beta_{1i} + b_{1k})/\{1 + \exp[(\beta_{2i} - t_{jk})/(\beta_{3i} + b_{3k})]\}$
A6	β_2 e β_3	$\beta_{1i}/\{1 + \exp[((\beta_{2i} + b_{2k}) - t_{jk})/(\beta_{3i} + b_{3k})]\}$
A7	β_1 , β_2 e β_3	$(\beta_{1i} + b_{1k})/\{1 + \exp[((\beta_{2i} + b_{2k}) - t_{jk})/(\beta_{3i} + b_{3k})]\}$

Os estimadores dos parâmetros foram os propostos por Lindstrom e Bates (1990) e o método de estimação sugerido por Pinheiro e Bates (2000) é o de Newton-Raphson. Estes estimadores são uma combinação natural de estimadores

de mínimos quadrados não-lineares para modelos fixos e estimadores de máxima verossimilhança (ou máxima verossimilhança restrita) para modelos lineares mistos. Detalhes sobre a estimação dos parâmetros podem ser vistos em Pinheiro e Bates (2000).

2.2 As matrizes de variância e covariância dos efeitos aleatórios

Para a análise dos dados foram consideradas três estruturas para a matriz de variância-covariância (D) dos efeitos aleatórios nos parâmetros. Estas estruturas estão implementadas no pacote *nlme* (PINHEIRO E BATES, 2000). A matriz positiva definida com estrutura Log-Cholesky é a padrão deste pacote correspondendo a uma matriz positiva definida geral. Entretanto, foram testadas a matriz positiva definida geral (*pdSymm*), a matriz diagonal (*pdDiag*) e a matriz múltipla de uma identidade (*pdIdent*). Mais detalhes sobre estas estruturas podem ser vistas em Pinheiro e Bates (2000).

2.3 Avaliação da qualidade do ajuste

A seleção do modelo passa pela escolha do modelo que possui a melhor estrutura para as médias e a melhor estrutura de covariâncias (SARTÓRIO, 2013).

Uma estratégia para a seleção de modelos lineares mistos é inicialmente usar a análise gráfica dos dados e escolher um modelo que tenha mais parâmetros, escolher a estrutura de variâncias e covariâncias inicial baseada em gráficos dos resíduos ou outra teoria e a seguir comparar essas estruturas selecionando as mais parcimoniosas (DIGGLE, 1988).

Dentre os testes e formas de seleção de modelos está a análise dos resíduos, os uso dos critérios de Akaike (AIC) e *Bayesian Information Critério* (BIC), o teste da razão de verossimilhança e o estudo dos intervalos de confiança.

2.3.1 O teste da razão de verossimilhança

O teste da razão de verossimilhança (TRV) pode ser usado para avaliar a identidade de modelos e a igualdade de quaisquer subconjuntos de parâmetros.

Pinheiro e Bates (2000) utilizaram o TRV para avaliar a adequação do uso ou não de efeitos aleatórios, bem como avaliar também a exclusão de parâmetros tornado o modelo mais parcimonioso.

Um modelo estatístico é dito *aninhado* com outro modelo se representa um caso especial desse modelo (PINHEIRO e BATES, 2000). Assim, considerando-se L_2 a verossimilhança do modelo mais geral e L_1 a verossimilhança do modelo mais restrito deve-se ter que $L_2 > L_1$ e $\log L_2 > \log L_1$. Assim, a estatística do TRV é dada por

$$L = 2 \log(L_1/L_2) = -2[\log(L_2) - \log(L_1)]$$

que deve ser positiva.

Se n_p é o número de parâmetros a ser estimado no modelo p , então a distribuição assintótica da estatística do TRV sob a hipótese nula de que o modelo restrito é adequado segue uma distribuição de χ^2 com $n_2 - n_1$ número de graus de liberdade (PINHEIRO e BATES, 2000).

Neste trabalho o TRV foi realizado com o auxílio da função *anova* implementada no pacote *nlme* de Pinheiro e Bates (2000), partindo-se do modelo mais parametrizado para o menos parametrizado.

2.3.2 Os critérios de informação AIC e BIC

O *Akaike Information Criterion* (AIC) é uma medida da qualidade relativa de um modelo estatístico para um dado conjunto de dados. Foi inicialmente proposto por Akaike (1974). Sua estatística aqui é dada por

$$AIC = -2\ell(\hat{\theta}|y) + 2n_p$$

em que n_p é o número de parâmetros do modelo, e $\ell(\hat{\theta}|y)$ é o logaritmo do valor máximo da função de verossimilhança do modelo. Quanto menor o valor de AIC, melhor é o modelo. Uma correção para esse critério pode ser vista em Sakamoto et al. (1986).

O *Bayesian Information Criterion* (BIC) é calculado por:

$$BIC = -2\ell(\hat{\theta}|y) + n_p \log(N)$$

em que n_p é o número de parâmetros do modelo, N é o número de observações usadas na estimação do modelo, e $\ell(\hat{\theta}|y)$ é o logaritmo do valor máximo da função de verossimilhança do modelo. Para mais detalhes ver Schwarz (1978).

Para os cálculos dos critérios de seleção de modelo AIC e BIC, assim como para o TRV, foi utilizada a função *anova* implementada no pacote *nlme* de Pinheiro e Bates (2000), partindo-se também do modelo mais parametrizado para o menos parametrizado.

2.3.3 A verificação da normalidade dos erros

O qq-plot ou gráfico quantil-quantil é um gráfico no qual se pode observar a conformidade entre a distribuição empírica e uma dada distribuição teórica. Esta representação gráfica surgiu em meados dos anos 1960 e a partir daí tornou-se uma metodologia muito utilizada dada a riqueza de suas propriedades e facilidade de interpretação (DODGE, 2008).

A construção dos qq-plots foi feita colocando-se os resíduos em ordem crescente e associando cada dado com o quantil da distribuição normal padrão. Como regra de decisão observou-se se a representação gráfica entre os quantis da variável aparecem alinhados com os quantis da distribuição pois quando isso ocorre é porque os dados são normalmente distribuídos.

3 Resultados e discussão

Os intervalos de 95% de confiança dos parâmetros do modelo não linear fixo logístico considerando-se o ajuste para trinta das plantas em estudo, escolhidas aleatoriamente, são apresentados na Figura 1. Observa-se que, para o parâmetro assíntota (β_1) existe uma grande quantidade de intervalos que são distintos. Isso também ocorre com os intervalos referentes ao parâmetro Inflexão (β_2). Por outro lado, observa-se poucos intervalos distintos quanto ao parâmetro Escala (β_3).

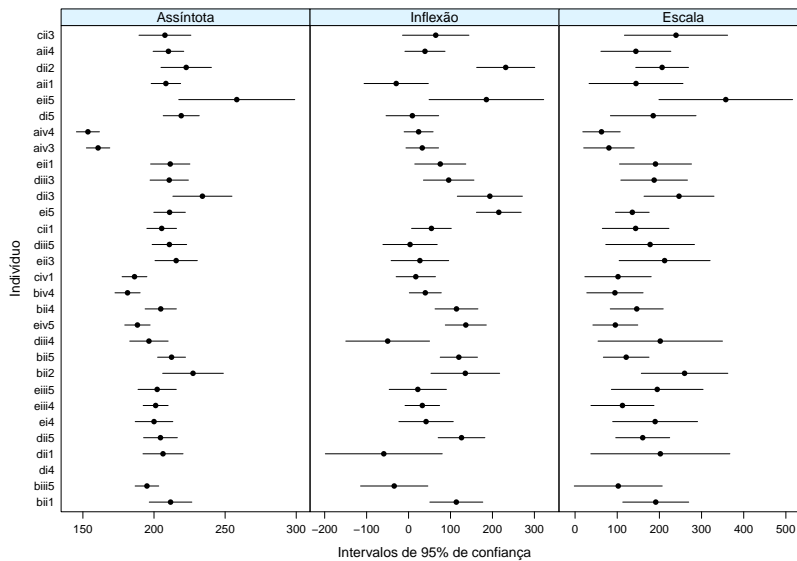


Figura 1 - Representação gráfica dos intervalos de 95% de confiança dos parâmetros do modelo logístico do crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro irrigado recepado para trinta plantas.

Estes resultados sugerem a existência de uma grande variabilidade entre plantas quando se considera o parâmetro assíntota (β_1) e inflexão (β_2), padrão de efeito aleatório, o que não ocorre com o parâmetro escala (β_3). Assim, de acordo com Pinheiro e Bates (2000), a inclusão de efeito aleatório deve ser feita apenas nos parâmetros β_1 e β_2 . Não houve convergência do modelo para alguns indivíduos. Ainda, observando a Figura 1, percebe-se que a amplitude dos intervalos de confiança para os parâmetros são distintos. Isso ocorre porque os erros padrão aproximados usados para produzir estes intervalos no modelo não linear, utilizando os mínimos quadrados, dependem do parâmetro estimado (SEBER E WILD, 1989).

Ajustando-se o modelo completo utilizando-se as três estruturas de matriz de variâncias e covariâncias propostas, com todos os parâmetros contendo o efeito

aleatório e aplicando-se o teste da razão de verossimilhança, concluiu-se que a melhor estrutura para a matriz D é a diagonal. Isso é confirmado pelos menores valores dos critérios AIC e BIC da Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados do ajuste dos modelos completos utilizando-se diferentes estruturas para a matriz de variância-covariância (D) para os efeitos aleatórios

Matriz	AIC	BIC	LV
Identidade	16918.96	17064.19	-8433.482
Diagonal	16806.09	16962.49	-8375.046
Positiva definida geral	16810.27	16983.43	-8374.135

LV = logaritmo da verossimilhança.

A partir da escolha da estrutura matriz diagonal para a variância-covariância entre indivíduos, o ajuste dos modelos encaixados foi realizado e o resultado é apresentado na Tabela 3. O teste da razão de verossimilhança indicou que o modelo A4, com os parâmetros β_1 e β_2 contendo o componente aleatório e considerando o parâmetro β_3 fixo foi o que apresentou melhor ajuste. Isso é confirmado também pelos menores valores dos critérios AIC e BIC apresentados (Tabela 3).

Tabela 3 - Informações sobre o ajuste dos modelos propostos para descrição do crescimento do diâmetro do cafeeiro utilizando-se a matriz de variância-covariância entre indivíduos (D) diagonal

Modelo	Aleatório	AIC	BIC	LV
A1	β_1	16933.64	17078.87	-8440.819
A2	β_2	16881.05	17026.28	-8414.526
A3	β_3	17006.40	17151.63	-8477.201
A4	β_1 e β_2	16804.13	16954.94	-8375.064
A5	β_1 e β_3	16933.87	17079.10	-8440.934
A6	β_2 e β_3	16883.05	17033.87	-8414.525
A7	β_1, β_2 e β_3	16806.09	16962.49	-8375.046

LV = logaritmo da verossimilhança.

Na Tabela 4 observa-se as estimativas para os parâmetros do modelo misto não linear logístico, para os cinco tratamentos e verifica-se que, exceto para o ponto de inflexão do tratamento sem irrigação, todas as demais estimativas foram significativas. O intervalo de confiança para este parâmetro inclui o valor zero o que indica que o verdadeiro valor deste pode assumir este valor com uma probabilidade de 95%.

Tabela 4 - Estimativas dos parâmetros assintota (β_1), ponto de inflexão (β_2), escala (β_3) e seus respectivos erros padrão e intervalos de confiança (95%), referentes ao ajuste do modelo logístico com efeitos mistos a dados do diâmetro de copa do cafeeiro

Parâmetro	Tratamento	Estimativa	Erro padrão	Intervalo de confiança	
				Inferior	Superior
β_1	SI	181.5843	2.0864	177.4924	185.6762
	A-75	195.9477	2.1330	191.7644	200.1310
	A-25	193.4365	2.1537	189.2127	197.6604
	A-7525	195.4888	2.1313	191.3088	199.6689
	PS-25	197.2435	2.1791	192.9696	201.5173
β_2	SI	10.4761	12.9253	-14.8736	35.8258
	A-75	53.9629	12.6547	29.1440	78.7819
	A-25	31.1843	12.8579	5.9667	56.4018
	A-7525	44.9935	12.7758	19.9370	70.0501
	PS-25	60.9635	12.8410	35.7791	86.1478
β_3	SI	87.2202	10.1462	67.3210	107.1194
	A-75	109.8813	10.2126	89.8519	129.9107
	A-25	119.8512	11.2793	97.7296	141.9728
	A-7525	110.4479	10.6013	89.6560	131.2398
	PS-25	125.3664	10.3189	105.1285	145.6043

Com relação à assíntota (β_1), todos os tratamentos com irrigação diferem estatisticamente da testemunha (SI), indicando que o uso da irrigação é eficiente no crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro (Figura 2). Isso sugere ao pesquisador que com a irrigação o diâmetro de copa apresenta uma tendência de ser maior do que sem irrigação, o que pode resultar em uma maior produção.

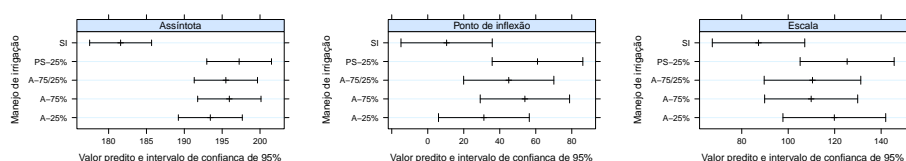


Figura 2 - Representação gráfica do intervalo de confiança relativo aos parâmetros assíntota (A), Inflexão (I) e Escala (S) do modelo logístico, para os cinco tratamentos.

Utilizando dados de produção destes mesmos indivíduos, Custódio (2013) confirma essa afirmativa, verificando uma produção significativamente maior para os tratamentos com irrigação, os quais, não diferiram entre si com relação a produção. Com relação ao parâmetro Inflexão (β_2), apenas o tratamento sem irrigação (SI)

diferiu do tratamento PS-25 (com irrigação somente nos meses abril, maio, junho, agosto e setembro, sempre que a planta consumisse 25% da água disponível na camada de 0-40 cm).

A Figura 3 representa a verificação dos pressupostos de normalidade da distribuição dos efeitos aleatórios e resíduos. Observa-se que as pressuposições do modelo foram satisfeitas. O teste de Shapiro-Wilk não rejeitou a hipótese nula de normalidade tanto para a distribuição dos parâmetros estimados (assíntota, $p = 0,3324$) e inflexão, $p = 0,5024$), quanto para o resíduo ($p = 0,0703$) do modelo escolhido.

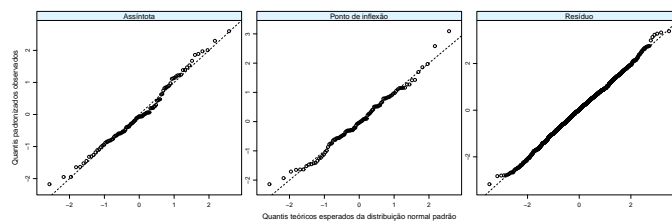


Figura 3 - Representação gráfica dos quantis observados padronizados em função dos quantis esperados para a distribuição normal padrão para cada termo aleatório do modelo considerado.

Através da Figura 4, verifica-se a diferença entre o tratamento SI e os demais, o que já era esperado, dado que, a região de origem dos dados passa por períodos secos no inverno fazendo com que o crescimento da copa das plantas seja prejudicado caso não haja irrigação.

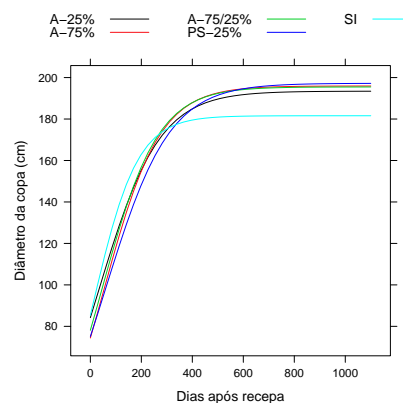


Figura 4 - Representação gráfica dos valores preditos para o crescimento do diâmetro da copa do cafeeiro em função do tempo com os efeitos fixos do modelo, para cada manejo de irrigação.

De acordo com a Figura 5, observa-se que os valores preditos para cada indivíduo estão de acordo com o esperado, indicando que o modelo foi adequado para explicar o crescimento do diâmetro da copa do cafeeiro.

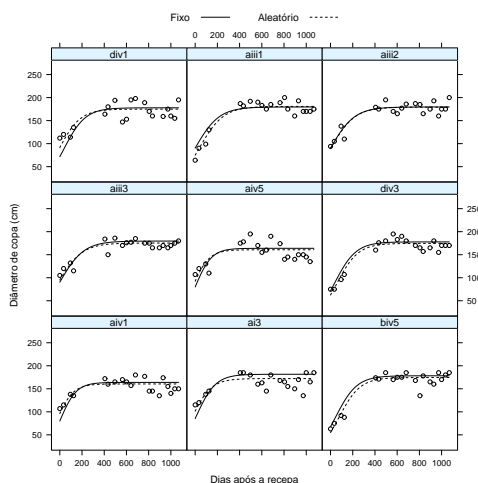


Figura 5 - Representação gráfica dos valores preditos para o crescimento do diâmetro da copa de nove plantas de cafeeiro em função do tempo, utilizando o modelo logístico com efeitos mistos.

Conclusões

A modelagem do crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro irrigado recepado utilizando-se o modelo misto não linear logístico, quando adotada a matriz diagonal para a estrutura de variância-covariância dos efeitos aleatórios e incluindo-se efeitos fixos e aleatórios, caso seja necessário, apresentou resultados satisfatórios.

Sugere-se o uso do modelo misto não linear logístico, para o estudo do crescimento do diâmetro de copa do cafeeiro, em detrimento do simples ajuste polinomial ou um modelo misto linear.

4 Agradecimentos

Agradecemos ao PNP&D Café Embrapa, a Fapemig, a Capes e ao Cnpq pelo apoio, suporte financeiro e bolsa concedidos.

WYZYKOWSKI, J.; CUSTÓDIO, A. P; CUSTÓDIO, A. P; GOMES, M. N.; MORAIS, A. R. Analysis of the diameter coffee canopy after pruning through nonlinear mixed model. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.33, n.3, p.243-256, 2015.

- **ABSTRACT:** *The aim of this study was to model the coffee canopy diameter growth using mixed models, given the structure of available database and the interpretability of the results. Different structures were tested for the random effects variance-covariance matrix, in addition to the necessity of random effects in the parameters and finally compared the parameters between the treatments. We used data from an experiment carried out in the UFPA Department of Engineering. Were periodically evaluated over 1100 days the canopy growth plant. It was observed that the non-linear logistic model is suitable for describing the development of the coffee canopy diameter when choosing the diagonal matrix to the variance-covariance structure of the random effects, and two of the three model parameters is added to the random effect. It was concluded that the use of mixed effects model is appropriate and that the irrigation treatments do not differ, but differ significantly from non-irrigated treatment.*

- **KEYWORDS:** *Nonlinear regression; mixed model; random effect; curve fitting.*

Referências

- AKAIKE, H. New look at statistical-model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. Ac19, n. 6, p.716-723, 1974.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. *Nonlinear regression analysis and its applications*. New York: J. Wiley, 1988. 365p.
- CUSTÓDIO, A. A. de P. et al. Manejo de irrigação na lavoura cafeeira recepada. *Engenharia Agrícola*, Jaboticabal, v.33, n.1, p.55-63. 2013.
- DIGGLE, P. J. An approach to the analysis of repeated measurements. *Biometrics*, Washington, v. 44, n. 4, p.959-971, Dec. 1988.
- DODGE, Y. *The concise encyclopedia of statistics*. New York: Springer-Verlag, 2008. 616p.
- FERNANDES, A. L. T.; PARTELLI, F. L.; BONOMO, R.; GOLYNSKI, A. A moderna cafeicultura dos cerrados brasileiros. *Pesquisa Agropecuária Tropical*, Goiânia, v.42, n.2, p.231-240, 2012.
- FU, L. et al. Nonlinear mixed-effects crown width models for individual trees of Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata*) in south-central China. *Forest Ecology and Management*, Amsterdam, v. 302, n. 1, p.210-220, 2013.
- GALLANT, A. R. *Nonlinear statistical models*. New York: J. Willey, 1987. 624p.
- LINDSTROM, M. J.; BATES, D. M. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics*, Washington, v. 46, n. 3, p.673-687, Sept. 1990.
- MILANI, E. J.; SCHNEIDER, P. R.; CUNHA, T. A. Crescimento em diâmetro de árvores de *Podocarpus lambertii* em duas regiões fitogeográficas no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. *Ciência Florestal*, Santa Maria, v. 23, n. 2, p.443-448, abr./jun. 2013.

- OZEL, H. B.; ERTEKIN, M. Growth models in investigating oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky.) juvenilities growth performance in the Western Black Sea in Turkey: Devrek-Akcasu case study. *Romanian Biotechnological Letters*, Bucharest, v. 16, n. 1, p.5850-5857, Jan./Feb. 2011.
- PEEK, M. S. et al. Physiological response curve analysis using nonlinear mixed models. *Oecologia*, Berlin, v. 132, n. 2, p.175-180, July 2002.
- PINHEIRO, C. J. *Topics in Mixed Effects Models*. 1994. 210f. Thesis (Doctoral Thesis(PhD)). University of Wisconsin, Madison, 1994.
- PINHEIRO, C. J.; BATES, D. M. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. New York: Springer-Verlag, 2000. 528p.
- PINHEIRO J, BATES D, DEBROY S, SARKAR D and R Core Team. *nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models*. R package version 3.1-118. 2014.
- R Core Team. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2013.
- RATKOWSKY, D. A. *Nonlinear regression modeling*. New York: M. Dekker, 1983. 276p.
- SAKAMOTO, Y.; ISHIGURO, M.; KITAGAWA, G. *Akaike information criterion statistics*. Tokyo Dordrecht; Boston Hingham, MA: KTK Scientific Publishers, 1986. xix, 290p.
- SARTÓRIO, S. D. *Modelos não lineares mistos em estudo de degradabilidade ruminal in situ*. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ciências) - Escola Superior de Agricultura "Luiz Queiróz", Piracicaba, 2013.
- SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F. J. *Contemporary statistical models for the plant and soil sciences*. Boca Raton: Chapman & Hall; CRC, 2002. 753p.
- SCHWARZ, G. Estimating dimension of a model. *Annals of Statistics*, Hayward, v. 6, n. 2, p.461-464, 1978.
- SEBER, G. A. F.; WILD, C. J. *Nonlinear regression*. New York: J. Wiley, 1989. 752p.

Recebido em 17.12.2014.

Aprovado após revisão em 09.06.2015.