



NAJE CLÉCIO NUNES DA SILVA

**VARIÂNCIA DO ERRO DE PREDIÇÃO EM UM
MODELO GEOESTATÍSTICO ESPAÇO-TEMPORAL
EM DADOS DE ALBEDO OBTIDOS POR
SENSORIAMENTO REMOTO**

LAVRAS - MG

2016

NAJE CLÉCIO NUNES DA SILVA

**VARIÂNCIA DO ERRO DE PREDIÇÃO EM UM MODELO
GEOESTATÍSTICO ESPAÇO-TEMPORAL EM DADOS DE ALBEDO
OBTIDOS POR SENSORIAMENTO REMOTO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

Orientador
Dr. João Domingos Scalon

**LAVRAS - MG
2016**

**Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da
Biblioteca da UFLA**

Silva, Naje Clécio Nunes da.

Variância do erro de predição em um modelo geoestatístico espaço-temporal em dados de albedo obtidos por sensoriamento remoto / Naje Clécio Nunes da Silva. – Lavras : UFLA, 2016.

118 p. : il.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Lavras, 2016.

Orientador: João Domingos Scalon.

Bibliografia.

1. Reflexão. 2. Mesorregião Sul/Sudoeste. 3. Variabilidade do albedo. 4. Georreferenciado. 5. Processamento de dados. I. Universidade Federal de Lavras. II. Título.

NAJE CLÉCIO NUNES DA SILVA

**VARIÂNCIA DO ERRO DE PREDIÇÃO EM UM MODELO
GEOESTATÍSTICO ESPAÇO-TEMPORAL EM DADOS DE ALBEDO
OBTIDOS POR SENSORIAMENTO REMOTO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Lavras, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária, para a obtenção do título de Doutor.

APROVADA em 20 de abril de 2016.

Dr. Marcelo Silva de Oliveira	UFLA
Dr. Renato Ribeiro de Lima	UFLA
Dr. Marcelo de Carvalho Alves	UFLA
Dr. Ricardo Alves de Olinda	UEPB

Dr. João Domingos Scalon
Orientador

LAVRAS - MG

2016

Dedico esta vitória:

*A Deus, pela sua infinita misericórdia, graça e salvação que alcançamos por
meio de seu filho amado Jesus Cristo;
À minha esposa amada, Mailcia, por ser a minha ajudadora que Deus me deu;
Aos Meus filhos amados, Estevão e Heitor, príncipes do Senhor;
Aos meus queridos pais, Raimundo e Graça, que sempre me incentivaram a
crescer pessoalmente e profissionalmente.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, por seu eterno amor que alcançamos por meio de seu filho amado, nosso Senhor e Salvador Jesus Cristo.

À minha amada esposa Mailcia, por ser a minha princesa que Deus me deu.

Aos meus amados filhos, Estêvão e Heitor, príncipes do Senhor Jesus.

Ao professor João Domingos Scalon, pela responsabilidade que tem com seu trabalho, pela confiança que me concedeu, pelos ensinamentos e orientações, muitas vezes tirando dúvidas, outras vezes dando sugestões, criticando e aconselhando.

Aos meus queridos pais, Raimundo Ribeiro e Graça Nunes, pela confiança, fé, compreensão e amor.

Às minhas irmãs, Núbia, Iris e Maressa, por serem bênçãos de Deus em minha vida.

Aos meus sobrinhos Pedro Werner, Isis Richelle, Samuel, Rebeca, Mateus, Lucas, Jenyfer, Jhonatan e Jhames, pelo respeito e amor.

Aos meus cunhados Emerson, Antônio Werner e Moisés, e cunhada Maira juntamente com seu esposo Heberton, pela amizade e respeito.

Ao meu sogro Moisés (*in memoriam*) e à minha sogra Maria (*in memoriam*), pelo amor e carinho que tiveram por mim em vida.

Aos meus pastores Disney e Rosane, por serem bênçãos de Deus em minha vida e da minha família.

A todos do Ministério 3ª Igreja Sara Nossa Terra, pelas orações e companheirismo nessa jornada, por amor a Jesus Cristo.

Aos irmãos Donizete, Nilson, Alex Jhones, Giovane, Rômulo e Matusalém, pelas orações, conselhos e palavras de confiança.

Aos príncipes e princesas do Senhor da célula de jovens, Stefany, Susu, Kelly, Pricila, Karen, Letícia, Raquel, Lelê, Nânah, Gabriela, Felipe, Dudu, Gabriel, Giovane, Willian, Daniel, Douglas, Nicolás, Tiago, Ronaldo e Marlon, pelo nosso crescimento na graça e no conhecimento de nosso Senhor e Salvador Jesus Cristo por meio da palavra de Deus.

A todos os colegas de mestrado e doutorado em Estatística, em especial a

minha turma, Juscélia, Larissa, Danielle, Elayne, Adriana, Thalita, Tábata, Cristiane, Juliano, Wederson (garoto), Rafael.

Ao GPS, pelo companheirismo, ensinamentos e ajudas para o desenvolvimento e conclusão desta pesquisa.

Aos grandes amigos Gilberto e Wederson, no companheirismo nos estudos.

Ao Professor Marcelo Silva de Oliveira, pelos ensinamentos e companheirismo tanto no mestrado como no doutorado.

Ao Professor Marcelo de Carvalho Alves, pelos ensinamentos e companheirismo.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas, pelos ensinamentos.

À Universidade Federal de Lavras e ao Departamento de Ciências Exatas, e todos os funcionários.

Ao IFAC - *Campus* Sena Madureira, por ter me liberado para a realização deste trabalho.

Aos demais que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Najé Clecio Nunes da Silva

“Mas, como está escrito: as coisas que o olho não viu, e o ouvido não ouviu, e não subiram ao coração do homem, são as que Deus preparou para os que o amam.”

1ª Coríntios 2:9

“E não sede conformados com este mundo, mas sede transformados pela renovação do vosso entendimento, para que experimenteis qual seja a boa, agradável, e perfeita vontade de Deus.”

Romanos 12:2

“Deixo-vos a paz, a minha paz vos dou; não vo-la dou como o mundo a dá. Não se turbe o vosso coração, nem se atemorize.”

João 14:27

“Prepara-se o cavalo para o dia da batalha, porém do SENHOR vem a vitória.”

Provérbios 21:31

“Ora, àquele que é poderoso para fazer tudo muito mais abundantemente além daquilo que pedimos ou pensamos, segundo o poder que em nós opera, a esse glória na igreja, por Jesus Cristo, em todas as gerações, para todo o sempre. Amém.”

Efésios 3:20-21

RESUMO

O albedo de uma superfície (ou coeficiente de reflexão) pode ser definido como a razão entre a quantidade de luz solar refletida pela superfície terrestre e a quantidade de luz solar recebida. Portanto, o aumento ou a queda do albedo pode ser um bom indicador de mudanças que ocorrem tanto na composição da atmosfera quanto na superfície da terra tais como desmatamentos e desertificações. Dessa forma, o uso de modelos capazes de modelar a variabilidade do albedo em uma determinada região, em um período de tempo, pode ser de grande importância para a pesquisa científica. O principal objetivo desta tese será explorar o potencial do modelo geoestatístico espaço-temporal (Kyriakidis e Journel (1999)) para analisar a variável albedo. Para atingir este objetivo, esta tese incorpora novos métodos estatísticos neste modelo, tais como: mapas de predição e mapas de variância do erro de predição via *bootstrap* não paramétrico. Os dados da variável albedo foram obtidos por meio de duas malhas regulares completas, contendo 249 e 499 pontos, georreferenciados na mesorregião Sul/Sudoeste do estado de Minas Gerais, durante os 31 dias de dezembro de 2010, capturados pelo satélite METEOSAT 9, adquiridos junto à EUMETSAT. Os resultados alcançados neste trabalho mostraram que: (1) Os métodos estatísticos propostos nesta tese para obtenção dos mapas de predição e de variância do erro de predição possibilitam que o modelo geoestatístico espaço-temporal seja usado em dados reais; (2) A partir dos métodos estatísticos propostos nesta tese é possível verificar que o número de pontos na malha não interfere nas predições do albedo produzido pelo modelo geoestatístico espaço-temporal; (3) A análise puramente espacial produziu um erro de predição ligeiramente menor do que o modelo geoestatístico espaço-temporal. Uma possível razão para esse comportamento pode ser devido ao fato de que o modelo de Kyriakidis e Journel (1999) é construído tendo como base argumentos *ad hoc*.

Palavras-chave: reflexão; mesorregião Sul/Sudoeste; variabilidade do albedo; georreferenciado; processamento de dados.

ABSTRACT

The albedo of a surface (or reflection coefficient) can be defined as the ratio between the amount of sunlight reflected by the earth surface and the amount of sunlight received. Therefore, the increase or decrease of the albedo can be a good indicator of changes occurring in the composition of the atmosphere and Earth's surface such as deforestation and desertification. Thus, the use of models capable of modeling the variability of the albedo in a particular region, over a period of time, can be of great importance for scientific research. The main aim of this thesis is to explore further the potential of the geostatistical space-time model (Kyriakidis and Journel (1999)) to analyze the variable albedo. To achieve this goal, this thesis incorporates new statistical methods in this model, such as prediction maps and prediction error variance maps via nonparametric *bootstrap*. The albedo data set was obtained through two complete regular grids, containing 249 and 499 points, georeferenced in mesoregion South/Southwest of the state Minas Gerais - Brazil, during the 31 days of December 2010, captured by the satellite Meteosat 9, acquired from the EUMETSAT. The results achieved in this study showed that: (1) The statistical methods proposed in this thesis to obtain both the prediction and the prediction error variance maps enable that the geostatistical space-time model spatiotemporal being used in actual data. (2) From the statistical methods proposed in this thesis, it is possible to observe that the number of samples points in the grid does not interfere with the predictions of the albedo produced by geostatistical space-time model. (3) Purely spatial analysis produced a slightly lower prediction error than the geostatistical space-time model. One possible reason for this behavior may be due to the fact that the model by Kyriakidis and Journel (1999) is built based on *ad hoc* arguments.

Keywords: reflection; mesoregion South/Southwest; variability albedo; georeferenced; Data processing.

Lista de Figuras

1	Mapa de Krigagem do teor de cálcio (mmolc/dm^3) no solo na Fazenda Angra - RJ. Fonte: Silva et al. (2010).	17
2	Componentes de uma variável aleatória. Fonte: Burrough (apud DRUCK et al., 2004).	19
3	Semivariograma experimental.	24
4	Modelos teóricos de semivariograma.	26
5	Abordagem para estudar o espaço-tempo legítimo em Geoestatística e suas ramificações até chegar aos modelos propostos por Host, Omre e Switzer (1995) e Kyriakidis e Journel (1999).	31
6	Níveis de coleta de dados em sensoriamento remoto. Fonte: Moreira (2001).	41
7	Percentual de albedo em vários tipos de superfícies. Fonte: Briney (2015).	42
8	À esquerda, malha amostral contendo 249 pontos. À direita, malha amostral contendo 499 pontos.	44
9	Mapa da mesorregião Sul/Sudoeste de Minas.	45
10	Mapa pedológico simplificado indicando os domínios das classes de solos na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas. Fonte: Scolforo, Oliveira e Carvalho (2008a).	46
11	Mapa das caracterizações climáticas na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas. Fonte: Scolforo, Oliveira e Carvalho (2008a).	47
12	Semivariograma dos valores médios do albedo nos 31 dias de dezembro de 2010.	51
13	Krigagem ordinária dos valores médios da variável albedo.	52
14	Dias 01 a 04.	53
15	Dias 05 a 10.	54
16	Dias 11 a 16.	55
17	Dias 17 a 22.	56

18	Dias 23 a 28.	57
19	Dias 29 a 31.	58
20	Dias 01 a 04.	59
21	Dias 05 a 10.	60
22	Dias 11 a 16.	61
23	Dias 17 a 22.	62
24	Dias 23 a 28.	63
25	Dias 29 a 31.	64
26	Semivariograma dos valores médios do albedo nos 31 dias de dezembro de 2010.	65
27	Krigagem ordinária dos valores médios da variável albedo.	66
28	Dias 01 a 06.	67
29	Dias 07 a 12.	68
30	Dias 13 a 18.	69
31	Dias 19 a 24.	70
32	Dias 25 a 30.	71
33	Dia 31.	72
34	Dias 01 e 02.	72
35	Dias 03 a 08.	73
36	Dias 09 a 14.	74
37	Dias 15 a 20.	75
38	Dias 21 a 26.	76
39	Dias 27 a 31.	77
40	Semivariograma dos valores do albedo.	79
41	Krigagem ordinária dos valores da variável albedo.	80

Lista de Tabelas

1	Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação.	52
2	Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação.	65
3	Estatísticas descritivas dos desvios-padrão do erro de predição nos dois cenários, avaliados nos dias 1, 11, 21 e 31.	78
4	Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação.	80
5	Estatísticas descritivas dos desvios padrão do erro de predição da Análise Puramente Espacial (APE) e da Análise Espaço-Temporal (AET), referentes aos dia 1, 11, 21 e 31.	81

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	Geostatística	17
2.1.1	Campo aleatório	18
2.1.2	Hipótese de estacionariedade	20
2.1.3	Semivariograma	23
2.1.4	Modelos teóricos de semivariogramas	24
2.1.5	Validação cruzada	26
2.1.6	Krigagem	27
2.1.6.1	Krigagem ordinária	28
2.2	Modelagem espaço-temporal	30
2.2.1	Campo aleatório espaço-temporal	32
2.2.2	Modelo geostatístico proposto por Host, Omre e Switzer (1995)	32
2.2.3	Estimação dos parâmetros do modelo proposto por Host, Omre e Switzer (1995)	33
2.2.4	Estimação dos parâmetros do modelo proposto por Kyriakidis e Journal (1999)	36
2.3	Método <i>bootstrap</i>	39
2.4	Sensoriamento remoto	40
2.5	Variável albedo	42
3	MATERIAL E MÉTODOS	44
3.1	Origem dos dados	44
3.1.1	Caracterização da mesorregião Sul/Sudoeste de Minas Gerais .	45
3.2	Aplicação do modelo proposto por Kyriakidis e Journal (1999) .	47
3.3	Adaptação do método <i>bootstrap</i> não paramétrico para obten- ção do mapa de variância do erro de predição do modelo de Kyriakidis e Journal (1999)	48
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	51
4.1	Cenário 1	51
4.2	Cenário 2	64
4.3	Comparação dos resultados obtidos pelo modelo Kyriakidis e Journal (1999) nos dois cenários avaliados	78
4.4	Análise puramente espacial	79
5	CONCLUSÕES	82
	REFERÊNCIAS	83
	APÊNDICE	89

1 INTRODUÇÃO

Quando os dados são coletados em diferentes posições no espaço, e para cada uma dessas posições são também coletados dados em diferentes tempos (ou épocas), estes são provenientes de processos espaço-temporais. Dados coletados no espaço e no tempo referentes a um determinado fenômeno podem ser estudados por meio de três tipos distintos de análise: análise espacial para cada tempo; análise temporal para cada ponto no espaço; e análise espacial e temporal conjunta. As duas primeiras possibilidades isolam a parte espacial ou a parte temporal e aplicam-se as técnicas padrões para o tipo de processo resultante. A terceira possibilidade considera o processo espacial e temporal conjuntamente.

Nos últimos anos, os estudos de modelos geoestatísticos, que envolvem o espaço e o tempo conjuntamente, têm crescido gradativamente na pesquisa científica, devido ao avanço computacional no processamento de dados como também por sua numerosa aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, tais como: Climatologia, Meteorologia, Hidrologia, Fitopatologia, Epidemiologia, entre outras.

Dessa forma, há uma considerável necessidade de se construir modelos geoestatísticos capazes de explicar probabilisticamente a variabilidade dos dados no espaço e no tempo conjuntamente. Porém, deve-se ter cautela na construção desses modelos, pois a variabilidade na direção do espaço, quase sempre, é diferente da variabilidade na direção do tempo, isto é, há uma anisotropia intrínseca, inerente, natural, no espaço-tempo. Vale ressaltar que o espaço e o tempo possuem dimensões que não podem ser comparadas diretamente, pois não possuem a mesma métrica. O domínio natural para esses modelos é representado por $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^{d+1}$, em que \mathbb{R}^d representa o espaço, \mathbb{R} representa o tempo e d é a dimensão espacial, ou seja, considera-se o tempo como uma dimensão extra.

Na modelagem geoestatística espaço-temporal o processo estocástico é totalmente especificado pelo vetor de médias e pela matriz de covariâncias. Os elementos da matriz de covariâncias são obtidos por meio de uma função de covariância válida, que assegure a condição de matriz positiva definida.

A dificuldade em modelar campos aleatórios correlacionados no espaço

e no tempo conjuntamente se dá, em parte, pela necessidade de se obter funções de covariâncias válidas para o campo aleatório. Uma forma de produzir modelos válidos para a função de covariância espaço-temporal é por meio da combinação de funções válidas puramente espacial e puramente temporal. Essas funções são ditas separáveis, mas, em geral, não são realistas, já que assumem a independência dos processos espaciais e temporais. Na literatura, podem ser encontradas algumas abordagens para funções de covariâncias separáveis (ROUHANI; HALL, 1989; HAAS, 1995; CESARE; MYERS; POSA, 1997).

Alternativamente, têm-se as funções de covariâncias não separáveis que consideram a interação entre o componente espacial e temporal. Várias abordagens para as funções de covariâncias não separáveis podem ser encontradas na literatura (CRESSIE; HUANG, 1999; CHRISTAKOS, 2000; IACO; MYERS; POSA, 2002; GNEITING, 2002; MA, 2002; STEIN, 2005; PORCU; MATEU; BEVILACQUA, 2007; RODRIGUES; DIGGLE, 2010; FONSECA; STEEL, 2011; IACO; POSA; MYERS, 2013; ALVES, 2016).

Modelos geoestatísticos espaço-temporais hierárquicos são também utilizados para modelar o espaço e o tempo conjuntamente, constituindo uma segunda maneira para a abordagem Geoestatística espaço-temporal, além da abordagem da modelagem direta da covariância espaço-temporal, destacada anteriormente. Esses modelos possuem enfoque bayesiano, e na literatura destaca-se o livro do Cressie e Wikle (2011) por fazer uma abordagem sobre esses tipos de modelos.

Host, Omre e Switzer (1995) propuseram uma terceira abordagem, com um modelo espaço-temporal, que é uma extensão no tempo de um modelo geoestatístico puramente espacial. Nesse modelo é incluída a componente temporal, fazendo com que na predição espacial seja incorporada a informação dos vizinhos ao longo do tempo. Kyriakidis e Journel (1999) propuseram um procedimento semelhante, porém mais simples para estimar as componentes do modelo proposto por Host, Omre e Switzer (1995).

Posto assim, os objetivos dessa tese são: aplicar o modelo geoestatístico espaço-temporal de Kyriakidis e Journel (1999) a dados da variável albedo¹; iden-

¹Esses dados foram obtidos por meio de duas malhas regulares completas, contendo 249 e 499 pontos, georreferenciados na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas, durante os 31 dias de dezembro de 2010, capturados pelo satélite METEOSAT 9, adquiridos junto à EUMETSAT.

tificar o comportamento espaço-temporal da variável albedo por meio de mapas de predição obtidos pelo modelo de Kyriakidis e Journel (1999). Nesta pesquisa, uma novidade foi gerar esses mapas de predição, pois os autores não publicaram uma aplicação, nem outros autores, até o momento, não propuseram na literatura esses mapas de predição para esse modelo; outra novidade é gerar mapas de variância dos erros de predição do modelo de Kyriakidis e Journel (1999) utilizando o método *bootstrap* não paramétrico, pois os autores não determinaram a variância dos erros de predição para esse modelo em seu artigo.

Essa tese está organizada em 5 capítulos. O capítulo 1 apresenta uma breve introdução do problema a ser discutido nesta pesquisa. O capítulo 2 apresenta uma revisão de literatura sobre Geoestatística no espaço, uma introdução sobre modelos geoestatísticos no espaço-tempo sendo discutidos o modelo geoestatístico espaço-temporal proposto por Host, Omre e Switzer (1995) e a proposta do modelo sugerida por Kyriakidis e Journel (1999), uma introdução ao método *bootstrap*, uma introdução ao sensoriamento remoto e, por fim, define e descreve sobre a variável albedo. O capítulo 3 apresenta a metodologia a ser utilizada. No capítulo 4 são apresentados os resultados e discussão das análises dos dados, com os mapas, e a proposição da inovação metodológica. O capítulo 5 apresenta as conclusões desta pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Geoestatística

A Geoestatística é um ramo da Estatística Espacial cujo interesse está no modo como os dados variam no espaço contínuo dentro de uma região de estudo (DIGGLE; RIBEIRO JR., 2007). Tais dados são obtidos por meio de localizações espaciais fixas podendo ser distribuídas regularmente ou irregularmente. Seu principal objetivo é prever valores em locais não amostrados, possibilitando gerar uma superfície contínua que expresse a distribuição do fenômeno estudado sobre toda a região. Sua aplicação faz-se em vários campos, como as Ciências da Terra e Atmosfera, na Agricultura, nas Ciências dos Solos e Hidrologia, Estudos Ambientais e, mais recentemente, na Epidemiologia, entre outras.

A técnica de predição mais utilizada na Geoestatística é a krigagem. Na Figura 1, tem-se um exemplo do mapa de krigagem do teor de cálcio no solo, resultado de um experimento realizado na Fazenda Angra localizada no Estado do Rio de Janeiro.

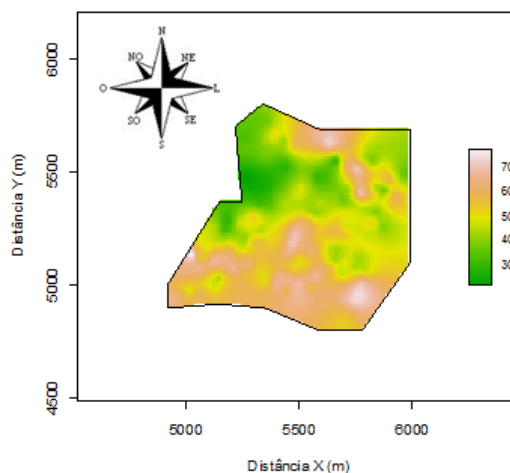


Figura 1 Mapa de Krigagem do teor de cálcio (mmolc/dm^3) no solo na Fazenda Angra - RJ.

Fonte: Silva et al. (2010).

De acordo com a Figura 1, os valores altos do teor de cálcio encontram-se agregados ao Sul e ao Norte da área experimental sendo que na região Norte a agregação é menor do que na região Sul.

2.1.1 Campo aleatório

Um campo aleatório (ou uma função aleatória ou processo estocástico) é um conjunto de variáveis aleatórias, definido por Gelfand et al. (2010) como:

$$\left\{ Z(\mathbf{s}) : \mathbf{s} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^d \right\}, \quad (1)$$

em que $Z(\mathbf{s})$ é a variável aleatória (ou variável regionalizada) Z medida na localização \mathbf{s} do espaço sob a região de estudo \mathbb{D} e $d \in \mathbb{N}^*$ é a dimensão do campo aleatório.

Para Druck et al. (2004), cada variável aleatória $Z(\mathbf{s})$ pode ser expressa pelo somatório de três componentes: uma componente estrutural, uma componente aleatória e um erro aleatório. Dada pela seguinte expressão:

$$Z(\mathbf{s}) = m(\mathbf{s}) + \varepsilon'(\mathbf{s}) + \varepsilon'', \quad (2)$$

em que:

- i)* $m(\mathbf{s})$ é uma função determinística que descreve a componente estrutural de Z em \mathbf{s} ;
- ii)* $\varepsilon'(\mathbf{s})$ é uma componente aleatória, espacialmente correlacionada;
- iii)* ε'' é um erro aleatório ou residual (ruído), não correlacionado, com distribuição normal com média zero e variância σ^2 .

A Figura 2 ilustra as três componentes fundamentais da variação espacial. Na Figura 2(a), tem-se uma componente determinística que varia abruptamente, enquanto a componente determinística, na Figura 2(b), tem-se uma tendência constante.

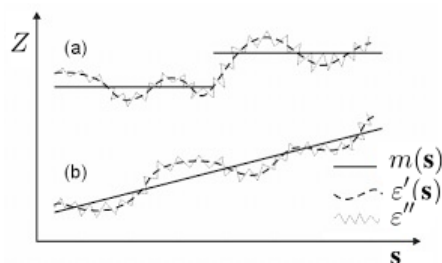


Figura 2 Componentes de uma variável aleatória.
Fonte: Burrough (apud DRUCK et al., 2004).

De acordo com Lloyd (2006), um campo aleatório pode ser caracterizado por meio das distribuições acumuladas finito-dimensionais,

$$F_{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n}(z_1, z_2, \dots, z_n) \equiv P(Z(\mathbf{s}_1) \leq z_1, Z(\mathbf{s}_2) \leq z_2, \dots, Z(\mathbf{s}_n) \leq z_n). \quad (3)$$

Então, deve-se conhecer a distribuição conjunta de $Z(\mathbf{s}_1), Z(\mathbf{s}_2), \dots, Z(\mathbf{s}_n)$ nas localizações $(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n)$ pertencentes à região \mathbb{D} .

Particularmente, a distribuição de probabilidade gaussiana é uma das mais utilizadas na literatura, pois muitas variáveis aleatórias de ocorrência natural ou de processos práticos obedecem a essa distribuição. De acordo com Diggle e Ribeiro Jr. (2007), um campo aleatório é dito gaussiano se para todo conjunto finito de localizações $(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n)$ pertencentes à região \mathbb{D} , a distribuição conjunta de $Z(\mathbf{s}_1), Z(\mathbf{s}_2), \dots, Z(\mathbf{s}_n)$ é uma normal multivariada. Isso implica que cada variável $Z(\mathbf{s}_i), i = 1, 2, \dots, n$, segue uma distribuição normal.

Segundo Lloyd (2006), em geral tem-se apenas uma realização, $z(\mathbf{s})$, para cada localização \mathbf{s} . Sendo assim, para que se possam realizar inferências sobre a distribuição de probabilidade de $Z(\mathbf{s})$ que define o campo aleatório são necessárias repetidas medidas da variável aleatória em cada localização \mathbf{s} , o que não ocorre na prática. Dessa forma, hipóteses adicionais são necessárias para que se possam realizar inferências, sendo comumente denominadas hipóteses de estacionariedade.

2.1.2 Hipótese de estacionariedade

Segundo Schabenberger e Gotway (2005), um campo aleatório é denominado **estritamente estacionário** se a distribuição de probabilidade finito-dimensional de $\{Z(\mathbf{s}_1), Z(\mathbf{s}_2), \dots, Z(\mathbf{s}_n)\}$ e $\{Z(\mathbf{s}_1 + \mathbf{h}), Z(\mathbf{s}_2 + \mathbf{h}), \dots, Z(\mathbf{s}_n + \mathbf{h})\}$ são idênticas para qualquer vetor de distância \mathbf{h} e qualquer n , ou seja, as distribuições são invariantes sob qualquer translação determinada pelo vetor \mathbf{h} :

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n}(z_1, z_2, \dots, z_n) &\equiv P(Z(\mathbf{s}_1) \leq z_1, \dots, Z(\mathbf{s}_n) \leq z_n) \\ &\equiv P(Z(\mathbf{s}_1 + \mathbf{h}) \leq z_1, \dots, Z(\mathbf{s}_n + \mathbf{h}) \leq z_n) \\ &\equiv F_{\mathbf{s}_1 + \mathbf{h}, \mathbf{s}_2 + \mathbf{h}, \dots, \mathbf{s}_n + \mathbf{h}}(z_1, z_2, \dots, z_n). \end{aligned} \quad (4)$$

Devido à limitação dos dados observados e pelo fato de que na maioria das vezes não se conhece a distribuição conjunta de $\{Z(\mathbf{s}_1), Z(\mathbf{s}_2), \dots, Z(\mathbf{s}_n)\}$, uma suposição mais fácil de ser verificada é a de estacionariedade fraca ou de segunda ordem, que se baseia somente no conhecimento dos dois primeiros momentos, média e variância, da distribuição conjunta (SCHABENBERGER; GOTWAY, 2005).

Conforme Schabenberger e Gotway (2005), um campo aleatório é denominado **estacionário de segunda ordem** quando:

- i) A esperança $E\{Z(\mathbf{s})\} = m$ é constante, ou seja, não há tendências na região;

Neste caso, tem-se que

$$E\{Z(\mathbf{s})\} = E\{Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} = m, \quad (5)$$

isto é, a diferença média entre os valores observados em \mathbf{s} e $\mathbf{s} + \mathbf{h}$, separados por um vetor de distância \mathbf{h} (módulo e direção) é nula:

$$E\{Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} = E\{Z(\mathbf{s})\} - E\{Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} = m - m = 0. \quad (6)$$

- ii) A covariância entre os pares $Z(\mathbf{s})$ e $Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})$, separados por um vetor distância \mathbf{h} , existe e depende somente de \mathbf{h} .

$$Cov(\mathbf{h}) = E\{Z(\mathbf{s})Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} - m^2, \forall \mathbf{s} \in \mathbb{D}. \quad (7)$$

A demonstração da equação (7) é feita a seguir.

Demonstração:

Sabe-se que

$$\begin{aligned} Cov(\mathbf{h}) &= Cov\{Z(\mathbf{s}), Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} \\ &= E\{[Z(\mathbf{s}) - m][Z(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - m]\} \\ &= E\{Z(\mathbf{s})Z(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - mZ(\mathbf{s} + \mathbf{h}) - mZ(\mathbf{s}) + m^2\} \\ &= E\{Z(\mathbf{s})Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} - mE\{Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} - mE\{Z(\mathbf{s})\} + m^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Substituindo a equação (5) na equação (8), segue que:

$$\begin{aligned} Cov(\mathbf{h}) &= E\{Z(\mathbf{s})Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} - m^2 - m^2 + m^2 \\ &= E\{Z(\mathbf{s})Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})\} - m^2, \forall \mathbf{s} \in \mathbb{D}. \end{aligned} \quad (9)$$

□

Quando a hipótese de estacionariedade de segunda ordem é assumida, implica-se a existência de uma variância *a priori* finita, $Var[Z(\mathbf{s})] = Cov(0) < \infty, \mathbf{s} \in \mathbb{D}$ (em (9) tomando a distância $\mathbf{h} = 0$). Porém, essa hipótese não pode ser satisfeita para alguns fenômenos físicos os quais tem uma capacidade infinita de dispersão. Para tais situações, uma hipótese menos restritiva, a hipótese intrínseca, se faz necessária. Esta hipótese não impõe restrição quanto à existência de variância finita, sendo feitas suposições de que os incrementos $[Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})]$ devem ser estacionários.

Segundo Lloyd (2006), um campo aleatório é dito **intrinsecamente estacionário** se:

$$i) E[Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})] = 0, (E[Z(\mathbf{s})] = m \text{ constante}); \quad (10)$$

$$ii) Var[Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})] = 2\gamma(\mathbf{h}), \quad (11)$$

em que $2\gamma(\mathbf{h})$ é denominado de variograma e $\gamma(\mathbf{h})$ é denominado de semivariograma.

De acordo com Schabenberger e Gotway (2005), a estacionariedade de segunda ordem implica a estacionariedade intrínseca, fato este que é examinado suficientemente pela seguinte relação:

$$\begin{aligned} Var [Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})] &= Var [Z(\mathbf{s})] + Var [Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})] \\ &\quad - 2 Cov [Z(\mathbf{s}), Z(\mathbf{s} + \mathbf{h})] \\ &= 2 \{Var [Z(\mathbf{s})] - Cov(\mathbf{h})\} \\ &= 2 \{Cov(0) - Cov(\mathbf{h})\} = 2\gamma(\mathbf{h}). \end{aligned}$$

Logo,

$$\gamma(\mathbf{h}) = Cov(0) - Cov(\mathbf{h}). \quad (12)$$

□

Agora, isolando $Cov(\mathbf{h})$ da equação (12), tem-se:

$$Cov(\mathbf{h}) = Cov(0) - \gamma(\mathbf{h}). \quad (13)$$

Dividindo ambos os membros da equação (13) por $Cov(0)$ e reconhecendo o correlograma $\rho(\mathbf{h}) = \frac{Cov(\mathbf{h})}{Cov(0)}$, em que $Cov(0) > 0$:

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{h}) &= \frac{Cov(\mathbf{h})}{Cov(0)} = \frac{Cov(0) - \gamma(\mathbf{h})}{Cov(0)} \\ \rho(\mathbf{h}) &= 1 - \frac{\gamma(\mathbf{h})}{Cov(0)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Por conta das relações, (12) e (14), segundo Bohling (2005), a variabilidade de campos aleatórios estacionários de segunda ordem pode ser estudada por meio do semivariograma, do covariograma (função de covariância) ou do correlograma (função de correlação). Porém, o semivariograma é o mais utilizado nos estudos geoestatísticos, pois sua construção exige apenas a hipótese de estacionariedade intrínseca enquanto que o covariograma e o correlograma requerem a suposição de estacionariedade de segunda ordem, que é mais restritiva (LLOYD, 2006).

2.1.3 Semivariograma

O semivariograma é uma ferramenta que permite representar, quantitativamente, a variação das variáveis aleatórias no espaço (variáveis regionalizadas) (JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978).

De acordo com Guerra (1988), existem três tipos de semivariograma, os quais são: semivariograma experimental (obtido a partir do conjunto de dados disponíveis das variáveis regionalizadas); semivariograma real (representa o verdadeiro comportamento da variável regionalizada, o qual é sempre desconhecido); semivariograma teórico (descrito por funções matemáticas, e é utilizado para ajustar o semivariograma experimental).

O semivariograma experimental pode ser obtido por meio do estimador clássico de Matheron (1962) da semivariância dado por:

$$\hat{\gamma}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2|N(\mathbf{h})|} \sum_{(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) \in N(\mathbf{h})} [z(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_j)]^2, \quad (15)$$

em que $N(\mathbf{h}) = \{(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j), \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\| = \mathbf{h}; i, j = 1, 2, \dots, i \neq j\}$, ou seja, $N(\mathbf{h})$ é o conjunto de pares de localizações distintas $(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ de tal modo que $\|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\| = \mathbf{h}$; $|N(\mathbf{h})|$ denota o número de pares distintos em $N(\mathbf{h})$; e $z(\mathbf{s}_i)$ e $z(\mathbf{s}_j)$ são realizações do processo estocástico $Z(\mathbf{s})$, coletados nos pontos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_j , separados por uma distância \mathbf{h} .

Quando o gráfico do semivariograma experimental, obtido por meio das semivariâncias estimadas pela fórmula (15) para todas as distâncias (começando da menor distância até a maior distância) entre os pontos, for idêntico para qualquer direção de \mathbf{h} , ele é chamado de isotrópico, caso contrário, é chamado anisotrópico. Para verificar se o semivariograma é isotrópico ou anisotrópico comumente calcula-se os semivariogramas em 4 direções: 0° , 45° , 90° e 135° . Se o comportamento do semivariograma for anisotrópico então deve-se transformá-lo em isotrópico antes de ser usado. O leitor interessado em maiores detalhes sobre esta transformação deve consultar Journal e Huijbregts (1978).

2.1.4 Modelos teóricos de semivariogramas

Uma vez que o semivariograma experimental é obtido, pode-se então ajustar modelos teóricos próprios. Na Figura 3 ilustra-se um semivariograma experimental (ajustado por um modelo) com comportamento ideal esperado.

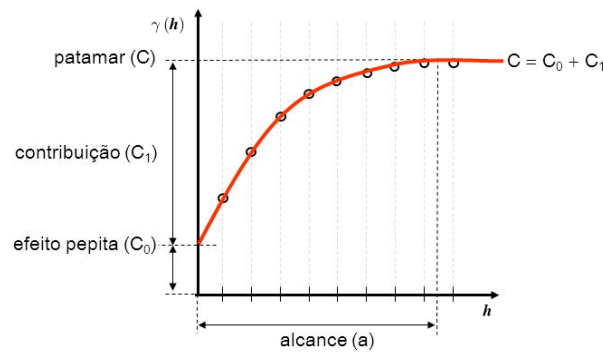


Figura 3 Semivariograma experimental.

Pela Figura 3 e de acordo com Vieira (2000), os parâmetros do semivariograma são:

- i)* a - Alcance: distância dentro da qual as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente. Portanto, depois do alcance considera-se que não exista dependência espacial;
- ii)* $C_0 + C_1 = C$ - Patamar: é o valor da semivariância correspondente ao alcance;
- iii)* C_0 - Efeito pepita: teoricamente $\gamma(0) = 0$, porém, há sempre uma descontinuidade para as menores distâncias entre os pontos, o que pode ser atribuído a erros de medição ou ao fato de que os dados não foram coletados a intervalos suficientemente pequenos;
- iv)* C_1 - Contribuição: é a diferença entre o patamar (C) e o efeito pepita (C_0).

Segundo Druck et al. (2004), os três principais modelos teóricos (isotrópicos com patamar) de semivariogramas utilizados na Geoestatística são:

i) Modelo esférico:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0, & \text{se } \mathbf{h} = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1,5 \left(\frac{\mathbf{h}}{a}\right) - 0,5 \left(\frac{\mathbf{h}}{a}\right)^3 \right], & \text{se } 0 < \mathbf{h} \leq a \\ C_0 + C_1, & \text{se } \mathbf{h} > a \end{cases} \quad (16)$$

Este modelo apresenta um crescimento rápido na origem, onde tem um comportamento linear (ANDRIOTTI, 2003).

ii) Modelo exponencial:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0, & \text{se } \mathbf{h} = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{h}}{a}\right) \right], & \text{se } \mathbf{h} \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

Este modelo também apresenta comportamento linear na origem. O alcance tem significado puramente analítico, sendo o patamar só alcançado pela curva de forma assintótica, ou seja, teoricamente, quando \mathbf{h} tende a infinito. Na prática, usa-se um alcance igual $3a$ (ANDRIOTTI, 2003).

iii) Modelo Gaussiano (parabólico):

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} 0, & \text{se } \mathbf{h} = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{\mathbf{h}}{a}\right)^2\right) \right], & \text{se } \mathbf{h} \neq 0 \end{cases} \quad (18)$$

Este modelo tem comportamento parabólico nas vizinhanças da origem e reflete uma grande continuidade da variável estudada, devido ao seu crescimento suave. Na prática, usa-se um alcance como sendo $\sqrt{3}a$ (ANDRIOTTI, 2003).

Na Figura 4, tem-se a representação gráfica desses três modelos mencionados anteriormente.

Existem vários métodos de ajuste de modelos teóricos de semivariogramas. Diggle e Ribeiro Jr. (2007) tratam dos métodos de mínimos quadrados ordinários, mínimos quadrados ponderados e da máxima verossimilhança (verossimilhança restrita e verossimilhança perfilhada). A utilização de um determinado

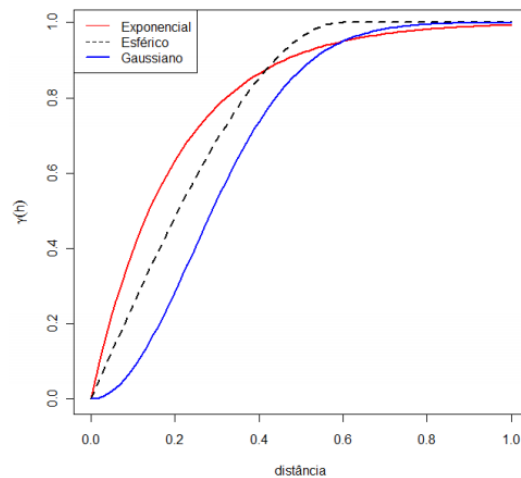


Figura 4 Modelos teóricos de semivariograma.

método depende de diversos fatores, como por exemplo, da distribuição da variável.

Feito o ajuste do modelo teórico de semivariograma, a etapa seguinte é verificar qual é o melhor modelo. Nessa seleção de modelos pode-se utilizar das técnicas de autovalidação.

2.1.5 Validação cruzada

Segundo Cressie (1993) e Vieira (2000), em qualquer método de estimação existe sempre certo grau de incerteza inerente ao processo, quer seja sobre as hipóteses assumidas ou sobre os parâmetros ajustados na modelagem. Essa incerteza é o erro da estimativa, o qual pode ser avaliado, usando o procedimento de validação cruzada. Neste procedimento retira-se ponto a ponto um valor medido do banco de dados e faz sua predição com os pontos restantes, levando em conta a variabilidade espacial local expressa nas primeiras distâncias no semivariograma e, em seguida, analisam-se os resíduos. Tais resíduos podem ser analisados pelas seguintes medidas estatísticas:

- i) Erro médio (EM):

$$EM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [z(\mathbf{s}_i) - \hat{z}(\mathbf{s}_i)], \quad (19)$$

em que $z(\mathbf{s}_i)$ e $\hat{z}(\mathbf{s}_i)$ são, respectivamente, os valores observado e estimado na posição \mathbf{s}_i .

ii) Erro médio reduzido (ER):

$$ER = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{[z(\mathbf{s}_i) - \hat{z}(\mathbf{s}_i)]}{\sigma(\mathbf{s}_i)}, \quad (20)$$

em que $\sigma(\mathbf{s}_i)$ é o desvio padrão da krigagem na posição \mathbf{s}_i .

iii) Desvio padrão do erro reduzido (S_{ER}):

$$S_{ER} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{[z(\mathbf{s}_i) - \hat{z}(\mathbf{s}_i)]}{\sigma(\mathbf{s}_i)} \right\}^2}. \quad (21)$$

De acordo com Cressie (1993) e Vieira (2000), o melhor modelo será aquele que apresentar as estatísticas EM e ER próximas de zero, e S_{ER} próximo de 1.

2.1.6 Krigagem

Encontrado o modelo de semivariograma teórico que melhor se ajustou ao semivariograma experimental, o próximo passo é obter valores em pontos não amostrados ou obter uma malha de pontos interpolados que possibilite a visualização do comportamento da variável em estudo dentro de certa região \mathbb{D} .

A krigagem é um método de interpolação espacial utilizado na Geostatística com o objetivo de estimar (ou prever) valores da variável aleatória de interesse em pontos não amostrados a partir dos dados amostrados, levando em consideração a estrutura de correlação espacial (função de covariância ou modelo de semivariograma teórico) (DRUCK et al., 2004).

De acordo com Yamamoto e Landim (2013), seja um local não amostrado \mathbf{s}_0 e n valores obtidos em pontos adjacentes. Um estimador linear ponderado desse local pode ser dado por:

$$\hat{z}(\mathbf{s}_0) = m_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i [z(\mathbf{s}_i) - m_i], \quad (22)$$

em que n é o número de valores medidos $z(\mathbf{s}_i)$, sendo $z(\mathbf{s}_i)$ realização da variável aleatória $Z(\mathbf{s}_i)$; λ_i são os pesos associados a cada realização $z(\mathbf{s}_i)$ da variável aleatória $Z(\mathbf{s}_i)$; e as quantidades m_0 e m_i são os valores esperados (médias) das respectivas variáveis aleatórias $Z(\mathbf{s}_0)$ e $Z(\mathbf{s}_i)$.

De acordo com Goovaerts (1997), todos os estimadores de krigagem linear são variantes do estimador linear ponderado (22). Existem vários tipos de krigagem: krigagem simples, krigagem ordinária, krigagem universal, entre outros. Neste trabalho será abordada apenas a krigagem ordinária.

2.1.6.1 Krigagem ordinária

Na krigagem ordinária não se requer conhecimento prévio da média. Em vez de assumir que a média é constante em toda região \mathbb{D} , pode-se assumir que ela é constante na vizinhança local de cada ponto de estimação. Dessa forma, a krigagem ordinária é considerada um método local de estimativa e, portanto, a estimativa em um ponto não amostrado \mathbf{s}_0 resulta da combinação linear dos valores encontrados na vizinhança próxima (YAMAMOTO; LANDIM, 2013).

Assim, o estimador de krigagem ordinária é dado por:

$$\hat{z}(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(\mathbf{s}_i). \quad (23)$$

Os pesos λ_i são calculados sob duas condições de restrição:

- i)* que o estimador não seja tendencioso;
- ii)* que a variância da estimativa seja mínima.

Como se deseja um estimador não tendencioso, tem-se que:

$$E[Z(\mathbf{s}_0) - \hat{Z}(\mathbf{s}_0)] = 0. \quad (24)$$

Desenvolvendo a expressão da esperança do erro, chega-se à condição de não viés:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1. \quad (25)$$

Yamamoto e Landim (2013) mostram que, minimizando a variância do erro ($Var[Z(\mathbf{s}_0) - \hat{Z}(\mathbf{s}_0)]$), desde que a somatória dos pesos seja igual a 1, os pesos λ_i são obtidos a partir do seguinte sistema de equações de krigagem ordinária:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j Cov(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) - \theta = Cov(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0), \text{ para } i = 1, \dots, n. \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}, \quad (26)$$

em que $Cov(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ e $Cov(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0)$ são, respectivamente, a covariância entre os pontos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_j e entre os pontos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_0 e θ é o multiplicador de Lagrange, necessário para a minimização da variância do erro.

O sistema de equações de krigagem ordinária pode ser escrito também em termos da função semivariograma(YAMAMOTO; LANDIM, 2013):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) + \theta = \gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0), \text{ para } i = 1, \dots, n. \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}, \quad (27)$$

em que $\gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ e $\gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_0)$ são, respectivamente, a semivariância entre os pontos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_j e entre os pontos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_0 e θ é o multiplicador de Lagrange, necessário para a minimização da variância do erro.

Na forma matricial o sistema de equações de krigagem ordinária é dado

por:

$$\begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_1) & \gamma(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2) & \dots & \gamma(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_k) & 1 \\ \gamma(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1) & \gamma(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_2) & \dots & \gamma(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_k) & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & 1 \\ \gamma(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_1) & \gamma(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_2) & \dots & \gamma(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_k) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_k \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{s}_0 - \mathbf{s}_1) \\ \gamma(\mathbf{s}_0 - \mathbf{s}_1) \\ \vdots \\ \gamma(\mathbf{s}_0 - \mathbf{s}_1) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2.2 Modelagem espaço-temporal

O fato de que os modelos espaço-temporais associam o espaço e o tempo conjuntamente os tornam um importante instrumento de compreensão no estudo da evolução de um determinado fenômeno em uma região \mathbb{D} com o passar do tempo.

De acordo com Kyriakidis e Journel (1999), os modelos geoestatísticos espaço-temporais procuram descrever probabilisticamente a variabilidade dos dados no espaço e no tempo. O interesse primordial da análise espaço-temporal consiste, na maioria das vezes, na predição de observações em locais e/ou tempos não amostrados.

Segundo Schabenberger e Gotway (2005), para o estudo da variabilidade espaço-temporal existem três tipos distintos de análise: i) análise espacial separada para cada tempo; ii) análise temporal separada para cada localização; e iii) análise espaço-temporal conjunta (ou legítima). Nas duas primeiras análises, são isoladas a parte espacial ou a parte temporal e aplicam-se técnicas padrões para o tipo de processo resultante (Geoestatística puramente espacial e Geoestatística no tempo ou análise de série temporal). A terceira possibilidade considera o processo espacial e temporal conjuntamente.

Na Figura 5, tem-se a abordagem para estudar o espaço-tempo legítimo em Geoestatística e suas ramificações até chegar aos modelos propostos por Host, Omre e Switzer (1995) e Kyriakidis e Journel (1999) (abordados, respectivamente, nas subseções 2.2.2 e 2.2.4).

De acordo com a Figura 5, quando se trabalha com análise Geoestatística

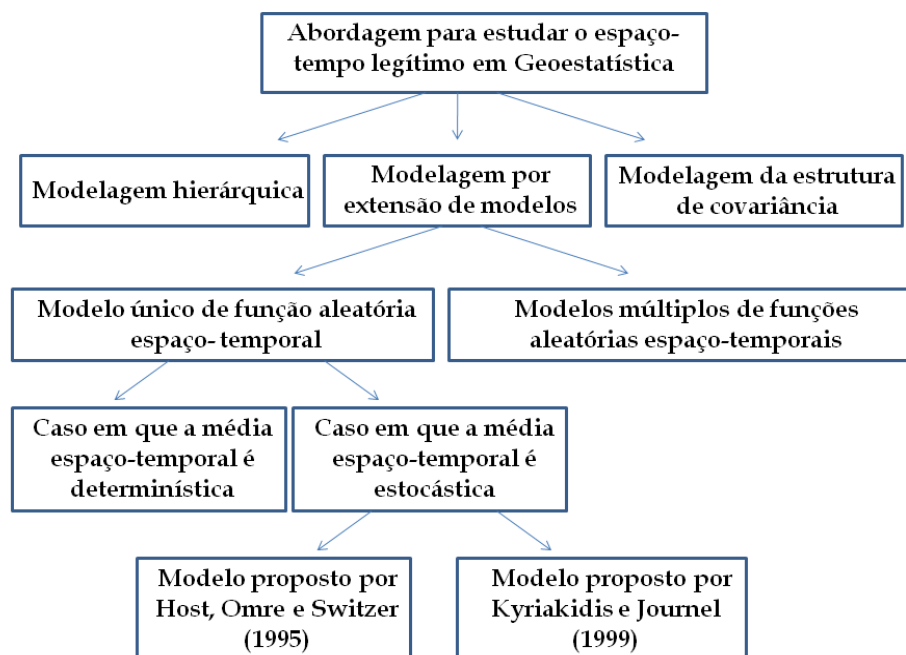


Figura 5 Abordagem para estudar o espaço-tempo legítimo em Geoestatística e suas ramificações até chegar aos modelos propostos por Host, Omre e Switzer (1995) e Kyriakidis e Journel (1999).

espaço-temporal conjunta, têm-se três tipos de modelagem: i) modelagem hierárquica; ii) modelagem da estrutura de covariância; e iii) modelagem por extensão de modelos. Para os interessados nos estudos de modelos hierárquicos tem-se na literatura o livro do Cressie e Wikle (2011), que se destaca por fazer uma abordagem sobre esses tipos de modelos. Com respeito aos modelos que trabalham com a estrutura de covariância, diversos trabalhos podem ser encontrados na literatura (ROUHANI; HALL, 1989; HAAS, 1995; CESARE; MYERS; POSA, 1997; CRESSIE; HUANG, 1999; CHRISTAKOS, 2000; IACO; MYERS; POSA, 2002; GNEITING, 2002; MA, 2002; STEIN, 2005; PORCU; MATEU; BEVILACQUA, 2007; RODRIGUES; DIGGLE, 2010; FONSECA; STEEL, 2011; IACO; POSA; MYERS, 2013; ALVES, 2016). Já a modelagem por extensão de modelos, Kyriakidis e Journel (1999), em seu artigo,

abordam os modelos múltiplos de funções aleatórias espaço-temporais e o modelo único de função aleatória espaço-temporal, sendo essa última abordagem tratada por meio de dois casos: i) caso em que a média espaço-temporal é determinística; e ii) caso em que a média espaço-temporal é estocástica. Nesse último caso é que se encontram os modelos propostos por Host, Omre e Switzer (1995) e Kyriakidis e Journel (1999).

2.2.1 Campo aleatório espaço-temporal

Um campo aleatório espaço-temporal é um conjunto de variáveis aleatórias, definido por Gelfand et al. (2010) como:

$$\left\{ Z(\mathbf{s}, t) : \mathbf{s} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^d, t \in \mathbb{T} \subset \mathbb{R} \right\}, \quad (28)$$

em que $Z(\mathbf{s}, t)$ é a variável aleatória Z medida na localização \mathbf{s} do espaço sob a região de estudo $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^d$ e no tempo $t \in \mathbb{T} \subset \mathbb{R}$. Por meio dessa definição, percebe-se que o domínio natural do processo é $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$. Neste trabalho a componente espacial será considerada bidimensional, ou seja, $d = 2$, por ser a situação comum na prática. Entretanto, ressalta-se que a dimensão do processo pode ser qualquer número inteiro finito positivo.

2.2.2 Modelo geoestatístico proposto por Host, Omre e Switzer (1995)

Seja $Z(\mathbf{s}, t)$ um campo aleatório espaço-temporal, onde \mathbf{s} representa a localização espacial e t é o instante discreto do tempo no qual a observação é medida. Para modelar campos aleatórios espaço-temporais Host, Omre e Switzer (1995) propõem decompor o campo aleatório espaço-temporal $Z(\mathbf{s}, t)$ em três campos aleatórios espaço-temporais, dados por:

$$Z(\mathbf{s}, t) = M(\mathbf{s}, t) + S(\mathbf{s}, t)R(\mathbf{s}, t), \forall (\mathbf{s}, t) \in \mathbb{D} \times \mathbb{T}, \quad (29)$$

em que $M(\mathbf{s}, t)$ é a componente que representa a variação da média espaço-temporal, $S(\mathbf{s}, t)$ é a componente que modela o desvio-padrão da variável alea-

tória $Z(\mathbf{s}, t)$ e $R(\mathbf{s}, t)$ é a componente espaço-temporal residual com média zero e variância igual a 1.

Os campos aleatórios $M(\mathbf{s}, t)$ e $S(\mathbf{s}, t)$ ainda podem ser decompostos em:

$$M(\mathbf{s}, t) = M_1(\mathbf{s}) + M_2(t) \text{ e } S(\mathbf{s}, t) = S_1(\mathbf{s}) S_2(t), \quad (30)$$

em que $M_1(\mathbf{s})$ e $M_2(t)$ modelam, respectivamente, “o efeito puramente espacial” e “o efeito puramente temporal” do campo aleatório que representa a média, $S_1(\mathbf{s})$ e $S_2(t)$ modelam, respectivamente, “o efeito puramente espacial” e “o efeito puramente temporal” do campo aleatório que representa o desvio-padrão. Tem-se também que $M_2(t)$ tem média igual a zero e funciona como um fator de correção temporal de $M_1(\mathbf{s})$, $S_2(t)$ tem média igual a 1 e funciona como um fator de correção temporal de $S_1(\mathbf{s})$ e a interação espaço-temporal é absorvida pela componente residual $R(\mathbf{s}, t)$.

Sendo assim, o modelo (29) passa a ser representado da seguinte forma:

$$Z(\mathbf{s}, t) = M_1(\mathbf{s}) + M_2(t) + S_1(\mathbf{s}) S_2(t) R(\mathbf{s}, t), \forall (\mathbf{s}, t) \in \mathbb{D} \times \mathbb{T}. \quad (31)$$

A predição para um local não amostrado \mathbf{s}_0 em um tempo específico t_j , $j = 1, 2, \dots, k$, é um dos objetivos finais dessa modelagem espaço-temporal, sendo obtida por:

$$z^*(\mathbf{s}_0, t_j) = m_1^*(\mathbf{s}_0) + \hat{m}_2(t_j) + s_1^*(\mathbf{s}_0) \hat{s}_2(t_j) r^*(\mathbf{s}_0, t_j), \forall (\mathbf{s}_0, t_j) \in \mathbb{D} \times \mathbb{T}, \quad (32)$$

em que $m_1^*(\mathbf{s}_0)$, $\hat{m}_2(t_j)$, $s_1^*(\mathbf{s}_0)$, $\hat{s}_2(t_j)$, $r^*(\mathbf{s}_0, t_j)$, são as estimativas das componentes $M_1(\mathbf{s})$, $M_2(t)$, $S_1(\mathbf{s})$, $S_2(t)$, $R(\mathbf{s}, t)$ para a localização não amostrada \mathbf{s}_0 .

2.2.3 Estimação dos parâmetros do modelo proposto por Host, Omre e Swit-zer (1995)

Sejam $z(\mathbf{s}_i, t_j)$ os valores observados de um determinado fenômeno em n localizações \mathbf{s}_i , $i = 1, 2, \dots, n$, dentro de uma região \mathbb{D} , e em cada uma dessas n localizações tem-se uma série temporal em k tempos t_j , $j = 1, 2, \dots, k$. De acordo

com Host, Omre e Switzer (1995) e Bicalho (2008), os passos para calcular as estimativas das componentes do modelo (31) para uma localização não amostrada \mathbf{s}_0 num tempo específico t_j , $j = 1, 2, \dots, k$, são apresentados a seguir:

- i) Para cada localização \mathbf{s}_i , $i = 1, 2, \dots, n$, calcular a média da série temporal respectiva, ou seja,

$$\hat{m}_1(\mathbf{s}_i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k z(\mathbf{s}_i, t_j). \quad (33)$$

Assim, tem-se o conjunto espacial com n informações de médias, ou seja, $\hat{m}_1(\mathbf{s}_i)$ passa a ser uma variável puramente espacial.

- ii) Calcular o semivariograma experimental de $\hat{m}_1(\mathbf{s}_i)$. Identificar o modelo teórico e estimar seus parâmetros. Fazer a krigagem ordinária no ponto \mathbf{s}_0 e armazenar os pesos $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.
- iii) A primeira componente do modelo $M_1(\cdot)$ para localização não amostrada \mathbf{s}_0 é estimada por:

$$m_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{m}_1(\mathbf{s}_i), \quad (34)$$

em que $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

- iv) A componente $M_2(t_j)$ para cada tempo t_j , $j = 1, 2, \dots, k$, é estimada por:

$$\hat{m}_2(t_j) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) (z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i)), \quad (35)$$

ou seja, $\hat{m}_2(t_j)$ é obtida pela diferença entre os valores reais observados de $z(\cdot)$ e $\hat{m}_1(\cdot)$ para cada localização, ponderada pelos pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

v) A componente $S_1^2(\mathbf{s}_i)$ é estimada por:

$$\hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i) - \hat{m}_2(t_j))^2, \quad (36)$$

em que $\hat{s}_1(\mathbf{s}_i) = \sqrt{\hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i)}$.

vi) Calcular o semivariograma experimental de $\hat{s}_1(\mathbf{s}_i)$. Identificar o modelo teórico e estimar seus parâmetros. Fazer a krigagem ordinária no ponto \mathbf{s}_0 e armazenar os pesos $\lambda^{s_1}(\mathbf{s}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

vii) A componente $S_1(\cdot)$ para localização não amostrada \mathbf{s}_0 é estimada por:

$$s_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{s_1}(\mathbf{s}_i) \hat{s}_1(\mathbf{s}_i), \quad (37)$$

em que $\lambda^{s_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (vi).

viii) A constante ν^2 , em que $\nu^2 = \{E[S_1(\mathbf{s})]\}^2$ é estimada por:

$$\hat{\nu}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i), \quad (38)$$

em que $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

ix) A componente $S_2^2(t_j)$ é estimada por:

$$\hat{s}_2^2(t_j) = \frac{1}{\hat{\nu}^2} \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) (z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i) - \hat{m}_2(t_j))^2, \quad (39)$$

em que $\hat{s}_2(t_j) = \sqrt{\hat{s}_2^2(t_j)}$ e $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

x) A componente espaço-temporal residual $R(\mathbf{s}_i, t_j)$ é estimada por:

$$\hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j) = \frac{[z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i) - \hat{m}_2(t_j)]}{[\hat{s}_1(\mathbf{s}_i)] \times [\hat{s}_2(t_j)]}, \quad (40)$$

em que $\hat{s}_1(\mathbf{s}_i) = \sqrt{\hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i)}$ e $\hat{s}_2(t_j) = \sqrt{\hat{s}_2^2(t_j)}$.

xi) Calcular o semivariograma experimental de $\hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j)$. Identificar o modelo teórico e estimar seus parâmetros. Fazer a krigagem simples no ponto \mathbf{s}_0 e armazenar os pesos $\lambda^r(\mathbf{s}_i, t_j)$.

xii) A componente residual $R(\cdot)$ para localização não amostrada \mathbf{s}_0 é estimada como:

$$r^*(\mathbf{s}_0, t_j) = \sum_{j=1}^n \lambda^r(\mathbf{s}_i, t_j) \hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j), \quad (41)$$

em que $\lambda^r(\mathbf{s}_i, t_j)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em *(xi)*.

Logo, somando as componentes obtidas em *(iii)*, *(iv)*, *(vii)*, *(ix)* e *(xii)* obtém-se a predição da característica de interesse no local \mathbf{s}_0 para o tempo t_j , $j = 1, 2, \dots, k$, dada por:

$$z^*(\mathbf{s}_0, t_j) = m_1^*(\mathbf{s}_0) + \hat{m}_2(t_j) + s_1^*(\mathbf{s}_0) \hat{s}_2(t_j) r^*(\mathbf{s}_0, t_j). \quad (42)$$

2.2.4 Estimação dos parâmetros do modelo proposto por Kyriakidis e Journel (1999)

Kyriakidis e Journel (1999) propuseram um procedimento alternativo, mais simples, para estimar as componentes do modelo proposto por Host, Omre e Switzer (1995) (modelo da fórmula (31)) com algumas modificações no algoritmo para estimar os parâmetros do modelo (BICALHO, 2008).

Sejam $z(\mathbf{s}_i, t_j)$ os valores observados de um determinado fenômeno em n localizações \mathbf{s}_i , $i = 1, 2, \dots, n$, dentro de uma região \mathbb{D} , e em cada uma dessas n localizações tem-se uma série temporal em k tempos t_j , $j = 1, 2, \dots, k$. Segundo Kyriakidis e Journel (1999) e Bicalho (2008), os passos para calcular as estimativas das componentes do modelo (31) para uma localização não amostrada \mathbf{s}_0 num tempo específico t_j , $j = 1, 2, \dots, k$, são apresentados a seguir:

- i) Para cada localização \mathbf{s}_i , $i = 1, 2, \dots, n$, calcular a média da série temporal respectiva, ou seja,

$$\hat{m}_1(\mathbf{s}_i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k z(\mathbf{s}_i, t_j), \quad (43)$$

Assim, tem-se o conjunto espacial com n informações de médias, ou seja, $\hat{m}_1(\mathbf{s}_i)$ passa a ser uma variável regionalizada.

- ii) Calcular o semivariograma experimental de $\hat{m}_1(\mathbf{s}_i)$. Identificar o modelo teórico e estimar seus parâmetros. Fazer a krigagem ordinária no ponto \mathbf{s}_0 e armazenar os pesos $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.
- iii) A primeira componente do modelo $M_1(\cdot)$ para localização não amostrada \mathbf{s}_0 é estimada por:

$$m_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{m}_1(\mathbf{s}_i), \quad (44)$$

em que $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem em (ii).

- iv) A componente $M_2(t_j)$ para cada tempo t_j , $j = 1, 2, \dots, k$, é estimada por:

$$\hat{m}_2(t_j) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) (z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i)), \quad (45)$$

ou seja, $\hat{m}_2(t_j)$ é obtida pela diferença entre os valores reais observados de $z(\cdot)$ e $\hat{m}_1(\cdot)$ para cada localização, ponderada pelos pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

- v) A componente $S_1^2(\mathbf{s}_i)$ é estimada por:

$$\hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i) - \hat{m}_2(t_j))^2, \quad (46)$$

em que $\hat{s}_1(\mathbf{s}_i) = \sqrt{\hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i)}$.

vi) A componente $S_1(\cdot)$ para localização não amostrada \mathbf{s}_0 é estimada como:

$$s_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{s}_1(\mathbf{s}_i), \quad (47)$$

em que $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

vii) A constante ν^2 , em que $\nu^2 = \{E[S_1(\mathbf{s})]\}^2$ é estimada por:

$$\hat{\nu}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i), \quad (48)$$

em que $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

viii) A componente $S_2^2(t_j)$ é estimada por:

$$\hat{s}_2^2(t_j) = \frac{1}{\hat{\nu}^2} \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) (z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i) - \hat{m}_2(t_j))^2, \quad (49)$$

em que $\hat{s}_2(t_j) = \sqrt{\hat{s}_2^2(t_j)}$ e $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

ix) A componente espaço-temporal residual $R(\mathbf{s}_i, t_j)$ é obtida por:

$$\hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j) = \frac{[z(\mathbf{s}_i, t_j) - \hat{m}_1(\mathbf{s}_i) - \hat{m}_2(t_j)]}{[\hat{s}_1(\mathbf{s}_i)] \times [\hat{s}_2(t_j)]}, \quad (50)$$

em que $\hat{s}_1(\mathbf{s}_i) = \sqrt{\hat{s}_1^2(\mathbf{s}_i)}$ e $\hat{s}_2(t_j) = \sqrt{\hat{s}_2^2(t_j)}$.

x) A componente residual $R(\cdot)$ para localização não amostrada \mathbf{s}_0 é estimada por:

$$r^*(\mathbf{s}_0, t_j) = \sum_{j=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j), \quad (51)$$

em que $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ são os pesos obtidos na krigagem ordinária em (ii).

Logo, somando as componentes obtidas em (iii), (iv), (vi), (viii) e (x) obtém-se a predição da característica de interesse no local \mathbf{s}_0 para o tempo t_j ,

$j = 1, 2, \dots, k$, dada por:

$$z^*(\mathbf{s}_0, t_j) = m_1^*(\mathbf{s}_0) + \hat{m}_2(t_j) + s_1^*(\mathbf{s}_0) \hat{s}_2(t_j) r^*(\mathbf{s}_0, t_j). \quad (52)$$

Segundo Bicalho (2008), o algoritmo proposto por Kyriakidis e Journal (1999) é mais simples do que o algoritmo proposto por Host, Omre e Switzer (1995), pois no algoritmo proposto por Kyriakidis e Journal (1999), as estimativas $m_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{m}_1(\mathbf{s}_i)$, $s_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{s}_1(\mathbf{s}_i)$ e $r^*(\mathbf{s}_0, t_j) = \sum_{j=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j)$ são obtidas pelos mesmos pesos $\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ provenientes de apenas uma krigagem ordinária (passo (ii)). Já no algoritmo proposto por Host, Omre e Switzer (1995), as estimativas $m_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \hat{m}_1(\mathbf{s}_i)$, $s_1^*(\mathbf{s}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda^{s_1}(\mathbf{s}_i) \hat{s}_1(\mathbf{s}_i)$ e $r^*(\mathbf{s}_0, t_j) = \sum_{j=1}^n \lambda^r(\mathbf{s}_i, t_j) \hat{r}(\mathbf{s}_i, t_j)$ são obtidas por pesos diferentes ($\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i) \neq \lambda^{s_1}(\mathbf{s}_i) \neq \lambda^r(\mathbf{s}_i, t_j)$), em que os dois primeiros pesos ($\lambda^{m_1}(\mathbf{s}_i)$ e $\lambda^{s_1}(\mathbf{s}_i)$) são provenientes de duas krigagem ordinárias (passos (ii) e (iv), respectivamente) e o terceiro peso é proveniente de uma krigagem simples (passo (xi)).

2.3 Método *bootstrap*

De acordo com Efron (1979), o *bootstrap* é um método estatístico de reamostragem computacionalmente intensivo, que permite a avaliação da variabilidade de estimadores com base nos dados de uma única amostra existente (amostra mestra). Operacionalmente, esse método consiste em sortear, com reposição, elementos pertencentes à amostra mestra, de modo a formar uma nova amostra (amostra *bootstrap*) de mesmo tamanho da amostra original. Extrai-se um número suficiente de amostras a fim de se obter a distribuição *bootstrap* de qualquer estatística de interesse. A utilização desse método se dá, em especial, quando o cálculo de estimadores por métodos analíticos for complicado.

Segundo Rizzo e Cymrot (2006), a reamostragem baseada nos dados da amostra mestra é utilizada pelo método *bootstrap* não paramétrico, quando a distribuição de probabilidades do parâmetro a ser estimado for desconhecida. Por

meio desse método é possível obter a distribuição amostral de um parâmetro a partir da amostra mestra. Entretanto, quando a distribuição de probabilidades das estimativas dos parâmetros de interesse da população da qual a amostra mestra foi extraída for conhecida, utiliza-se o método *bootstrap* paramétrico.

2.4 Sensoriamento remoto

O termo sensoriamento refere-se à obtenção dos dados; e remoto, significa distante. Essa nomenclatura está associada à funcionalidade da obtenção dos dados que é feita à distância, ou seja, sem o contato físico entre o sensor e a superfície terrestre. Figueiredo (2005), define o sensoriamento remoto como um processo de captação de informações dos fenômenos e feições terrestres, por meio de sensores, sem contato direto com os mesmos, associado a metodologias e técnicas de armazenamento, tratamento e análise dessas informações.

De acordo com Moreira (2001), os sistemas sensores podem ser encontrados em três níveis, a saber: i) nível orbital, onde se empregam os satélites como plataforma; ii) nível sub-orbital, caracterizado geralmente, pela plataforma de coleta de dados em aviões, balões, helicópteros, ou em veículos aéreos não-transportados; e iii) nível terrestre, em que os sistemas sensores podem ser instalados em boias, barcos, montanhas, entre outros. Na Figura 6 são ilustrados esses três níveis de coleta de dados.

Segundo Figueiredo (2005), o avanço do sensoriamento remoto por satélites se dá por meio de quatro segmentos tecnológicos principais, a saber: i) sensores – são os instrumentos que compõem o sistema de captação de dados e imagens, cuja evolução tem contribuído para a coleta de imagens de melhor qualidade e de maior poder de definição; ii) sistema de telemetria – consiste no sistema de transmissão de dados e imagens dos satélites para estações terrestres, e tem evoluído no sentido de aumentar a capacidade de transmissão dos grandes volumes de dados, que constituem as imagens; iii) sistemas de processamento – consistem dos equipamentos computacionais e softwares destinados ao armazenamento e processamento dos dados do sensoriamento remoto. A evolução deste segmento tem incrementado a capacidade de manutenção de acervos e as potencialidades do tra-

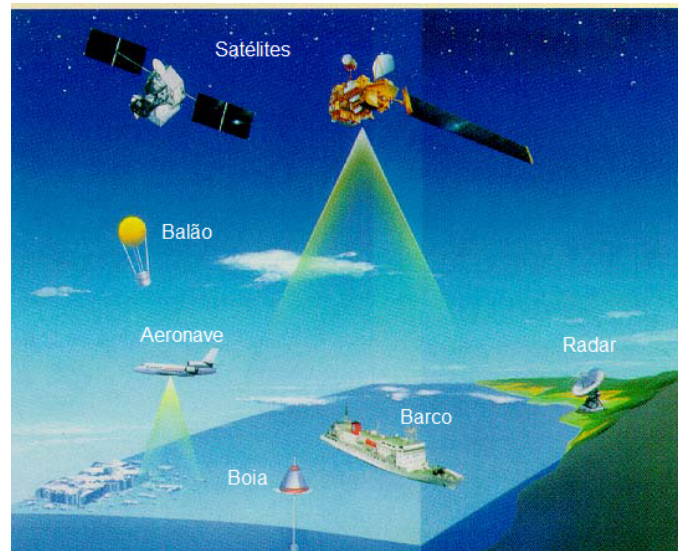


Figura 6 Níveis de coleta de dados em sensoriamento remoto.
Fonte: Moreira (2001).

tamento digital das imagens; e iv) lançadores – consistem das bases de lançamento e foguetes que transportam e colocam em órbita, os satélites. A evolução deste segmento tem permitido colocar, em órbitas terrestres, satélites mais pesados, com maior quantidade de instrumentos, e conseqüentemente, com mais recursos tecnológicos.

Atualmente, a categoria dos satélites Meteosat de Segunda Geração (MSG) tem se destacado por serem operados como um sistema de dois satélites continuamente retornando imagens detalhadas da superfície a cada 15 minutos, para uso operacional por meteorologistas. A razão para a duplicação é simplesmente para garantir a continuidade do serviço em caso de falha do satélite. A Agência Espacial Europeia (ESA) é responsável pela concepção e desenvolvimento dos satélites MSG, em nome da EUMETSAT, sendo o primeiro satélite Meteosat de Segunda Geração (MSG-1), Meteosat-8, lançado em 28 de agosto de 2002, tornando-se operacional em 29 de janeiro de 2004. O segundo satélite (MSG-2), Meteosat-9, foi lançado em 21 de dezembro de 2005. O lançamento de um terceiro satélite (MSG-3), Meteosat-10, foi em 5 de julho de 2012. O último satélite da série MSG, (MSG-4), foi lançado em 15 de julho de 2015 (ESA, 2016). Nessa pes-

quisa, utilizaram-se dados da variável albedo obtidos por meio do sensoriamento remoto oriundos do satélite, Meteosat-9, acoplado com um sensor SEVIRI/MSG, adquiridos junto à EUMETSAT.

2.5 Variável albedo

Segundo Silva, Chaves e Lima (2009), o albedo de uma superfície (ou coeficiente de reflexão) pode ser definido como a razão entre a quantidade de luz solar refletida pela superfície terrestre e a quantidade de luz solar recebida. Essa relação varia fortemente com o tipo de materiais existentes na superfície: por exemplo, em regiões cobertas por neve, o albedo ultrapassa os 80%, enquanto num solo escuro, não vai além dos 10%. Na sua globalidade, o albedo médio da Terra é de 30% a 37%, devido à cobertura de nuvens, mas varia muito localmente devido às diferentes características geológicas e ambientais. O albedo varia também com a inclinação (ou obliquidade) dos raios solares - quanto maior essa inclinação, maior será o albedo. Na Figura 7 tem-se o percentual de albedo em vários tipos de superfícies.

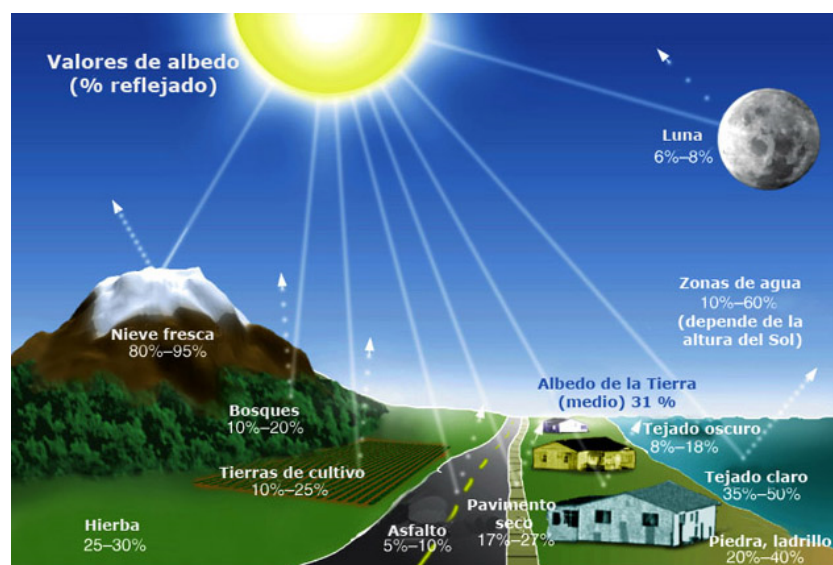


Figura 7 Percentual de albedo em vários tipos de superfícies.
Fonte: Briney (2015).

Observa-se na Figura 7, que o maior valor do albedo encontra-se no topo da montanha onde contém gelo (entre 80% a 95%), pois a superfície com gelo absorve menos energia do que as demais superfícies. Já o menor valor do albedo se encontra na estrada asfaltada (entre 5% a 10%), pois a superfície com asfalto absorve mais energia do que as demais superfícies.

Na literatura existem vários tipos de albedo, tais como: albedo da superfície terrestre, albedo de céu branco e de céu negro e albedo astronômico. O albedo da superfície, que será utilizado neste trabalho, é estimado regularmente por meio de sensores acoplados em satélites de observação da Terra que fazem parte do sensoriamento remoto. Como a quantidade total de radiação refletida não pode ser medida diretamente por satélite, segundo Strahler et al. (1999), um modelo matemático de função de distribuição de reflectância bidirecional é usado para traduzir um conjunto amostral de medições por satélite da refletância em estimativas da refletância direcional hemisférica e da refletância bi-hemisférica.

O estudo da variação temporal do albedo é de grande importância no monitoramento das mudanças climáticas globais visto que o balanço energético global entre o fluxo de radiação solar incidente no topo da atmosfera e o que é devolvido ao espaço externo controla e determina, em última instância, a temperatura média da atmosfera (VEISSID; PEREIRA, 2000). Sendo assim, o aumento ou a queda do albedo é, reconhecidamente, uma consequência das variações climáticas ao longo do tempo. Um efeito que retroalimenta o problema, à medida que acelera o ritmo das mudanças.

Particularmente no Brasil, mudanças no albedo de superfície são originadas por desmatamentos e desertificações, além de mudanças na composição da atmosfera por introdução de aerossóis e gases minoritários oriundos da queima da biomassa (PEREIRA et al., 2000), os quais constituem componentes importantes para o controle desse balanço energético da atmosfera (ECK et al., 1998).

Dessa forma, estudar modelos capazes de modelar a variabilidade do albedo em uma determinada região com o passar do tempo é de grande importância para a pesquisa científica.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Origem dos dados

Os dados da variável albedo foram obtidos por meio do sensoriamento remoto oriundos do satélite METEOSAT 9, acoplado com um sensor SEVIRI/MSG, adquiridos junto à EUMETSAT. Esses dados são referentes ao albedo, obtidos durante os 31 dias de dezembro de 2010, provenientes de duas malhas regulares completas, formando dois bancos de dados. A primeira malha contendo 249 pontos georreferenciados dentro da mesorregião Sul/Sudoeste de Minas Gerais, com espaçamento entre os pontos de 20 km (Figura 8, à esquerda), e a segunda malha contendo 499 pontos também georreferenciados na mesma mesorregião, com espaçamento entre os pontos de 10 km (Figura 8, à direita). Na primeira malha, como os dados foram obtidos nos 249 pontos durante os 31 dias, têm-se 7.719 amostras. Na segunda malha, como os dados foram obtidos nos 499 pontos durante os 31 dias, têm-se 15.469 amostras.

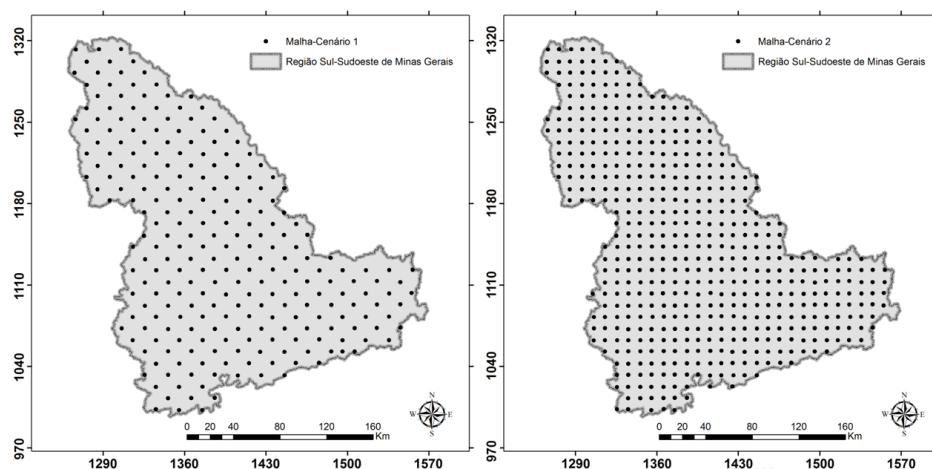


Figura 8 À esquerda, malha amostral contendo 249 pontos. À direita, malha amostral contendo 499 pontos.

3.1.1 Caracterização da mesorregião Sul/Sudoeste de Minas Gerais

A mesorregião Sul/Sudoeste de Minas Gerais é composta por 105 municípios (Figura 9). Apresenta grandes altitudes, um clima ameno e chuvoso, sendo a economia predominantemente agrícola, com destaque para as plantações de café. Possui uma área de 49.523,893 km² (IBGE, 2010).

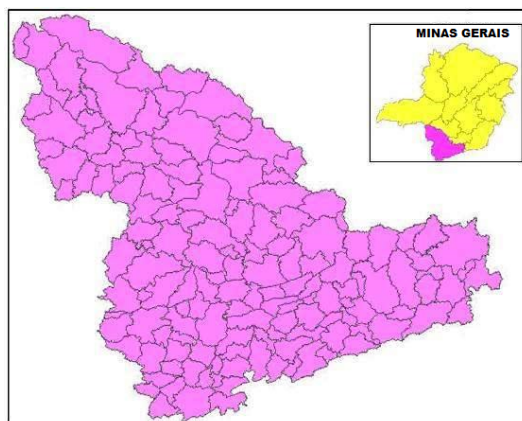


Figura 9 Mapa da mesorregião Sul/Sudoeste de Minas.

Na Figura 10, tem-se o mapa pedológico simplificado indicando os domínios das classes de solos na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas.

De acordo com a Figura 10 e segundo Scolforo, Oliveira e Carvalho (2008a), as classes de solos que se destacam na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas são: os latossolos (solos profundos, bastante envelhecidos, com baixa fertilidade natural e geralmente boas propriedades físicas), na cor verde mar, sendo dominante em quase toda mesorregião; os argissolos (solos moderadamente profundos, maduros, com fertilidade natural), na cor marrom, localizados no Centro, Norte, Noroeste e Leste da mesorregião; os neossolos litólicos (solos muito rasos, muito jovens, com fertilidade natural variável e propriedades físicas muito limitantes), na cor lilás, localizados no Noroeste e Leste da mesorregião; e os cambissolos (solos geralmente rasos, jovens, com fertilidade natural variável e propriedades físicas desfavoráveis), na cor violeta, localizados no Norte e Leste da mesorregião.

Na Figura 11, mostra o mapa das caracterizações climáticas na mesorre-

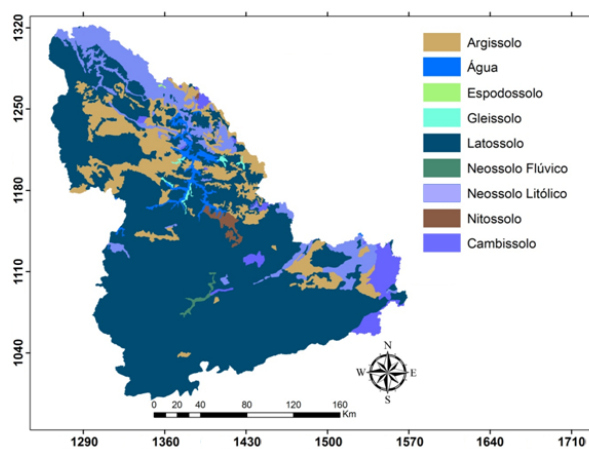


Figura 10 Mapa pedológico simplificado indicando os domínios das classes de solos na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas.

Fonte: Scolforo, Oliveira e Carvalho (2008a).

gão Sul/Sudoeste de Minas.

De acordo com a Figura 11 e segundo Scolforo, Oliveira e Carvalho (2008a), na região do mapa que apresenta a caracterização climática do tipo A (superúmido), cor azul escuro, parte Sul da mesorregião, os índices climáticos² superam o valor numérico 100, possuindo temperaturas médias anuais inferiores a 14°C e, apresentando precipitações médias acumuladas superiores a 1.750 mm. São climas que apresentam baixa demanda de evapotranspiração em virtude dos valores relativamente baixos para a temperatura. Por conseguinte, traduzem em deficiências hídricas baixas, elevando os índices de umidade; na região do mapa que apresenta a caracterização climática do tipo B4 (úmido), cor azul claro, também localizada no Sul da mesorregião, o clima possui características notórias de umidade mais elevada associada com níveis de temperatura mais baixas, sofrendo influências de regiões serranas. O intervalo para o índice de umidade corresponde de 80 a 100, possuindo temperaturas médias anuais inferiores a 16°C. O índice pluviométrico supera 1.700 mm e as temperaturas amenas favorecem menor demanda de evapotranspiração, o que condiciona valores do índice de umidade de Thornthwaite

²Esses índices foram gerados a partir dos parâmetros do balanço hídrico climatológico de Thornthwaite e Mather (1955).

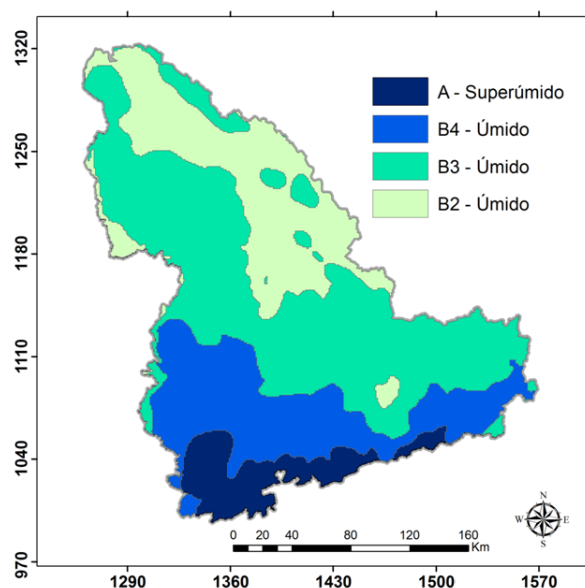


Figura 11 Mapa das caracterizações climáticas na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas.

Fonte: Scolforo, Oliveira e Carvalho (2008a).

mais elevados; na região do mapa que apresenta a caracterização climática do tipo B3 (úmido), cor verde, localizada no Centro, Leste e Noroeste da mesorregião, o intervalo da classe para este tipo climático é de 60 a 80, cujo índice de chuvas anual chega a superar a 1.600 mm, podendo a temperatura média anual ser inferior a 18°C; e na região do mapa que apresenta a caracterização climática do tipo B2 (úmido), cor verde claro, localizada no Centro, Norte, Noroeste e Nordeste da mesorregião, este tipo climático situa-se na classe entre 40 e 60 para o índice de umidade. Verifica-se que a temperatura e precipitação total acumulada, médias anuais, são da ordem de 19 a 20°C e 1.500 a 1.600 mm, respectivamente.

3.2 Aplicação do modelo proposto por Kyriakidis e Journal (1999)

Primeiramente serão estimados os parâmetros do modelo proposto por Kyriakidis e Journal (1999) por meio de seu algoritmo (ver subseção 2.2.4) para verificar a variabilidade espaço-temporal do albedo dentro da mesorregião Sul/Sudo-

este de Minas por meio de dois cenários. No cenário 1, têm-se 249 localizações representada por $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3, \dots, \mathbf{s}_{249}$ e em cada localização há uma série temporal de 31 tempos distintos $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{31}$. No cenário 2, têm-se 499 localizações representada por $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3, \dots, \mathbf{s}_{499}$ e também em cada localização há uma série temporal de 31 tempos distintos $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{31}$.

A variável aleatória $Z(\mathbf{s}_i, t_j)$, $i = 1, 2, \dots, 249$ e $j = 1, 2, \dots, 31$ para o cenário 1, e $i = 1, 2, \dots, 499$ e $j = 1, 2, \dots, 31$ para o cenário 2, representa a quantidade do albedo na localização i no tempo j . Ao invés de predizer apenas uma localização \mathbf{s}_0 não amostrada por meio do modelo de Kyriakidis e Journel (1999) (ver subseção 2.2.4) nos 31 tempos, serão feitas previsões para 1.673 localizações não amostradas na Mesorregião do Sul/Sudoeste de Minas para os dois cenários. Em seguida, serão construídos mapas com essas previsões com o intuito de verificar o comportamento espaço-temporal da variável albedo dentro da mesorregião. Também serão construídos mapas de variância dos erros de previsão por meio do método *bootstrap* não paramétrico.

3.3 Adaptação do método *bootstrap* não paramétrico para obtenção do mapa de variância do erro de previsão do modelo de Kyriakidis e Journel (1999)

Foi proposto o método *bootstrap* não paramétrico para determinar a variância do erro de previsão do modelo de Kyriakidis e Journel (1999), pois os autores não determinaram a forma algébrica explícita de $\sigma^2 = \text{Var} [Z(\mathbf{s}, t) - Z^*(\mathbf{s}, t)]$. Convém ressaltar que σ^2 depende das observações originais, o que inviabiliza seu cálculo para cada ponto amostrado. Contudo, a reamostragem via *bootstrap* pressupõe que a estimativa *bootstrap* $\hat{\sigma}^2$ seja de $[z_0^*(\mathbf{s}, t) - z_b^*(\mathbf{s}, t)]$ em relação à $m(\mathbf{s}, t)$, em que $m(\mathbf{s}, t) = \frac{\sum_{b=1}^B [z_0^*(\mathbf{s}, t) - z_b^*(\mathbf{s}, t)]}{B}$, $z_0^*(\mathbf{s}, t)$ é a previsão no espaço \mathbf{s} e tempo j e $z_b^*(\mathbf{s}, t)$ é uma estimativa obtida na b -ésima réplica *bootstrap*. Dessa forma, o método consistiu dos seguintes passos:

- i) Retirar, com reposição, de P (amostra mestra), uma amostra *bootstrap* P^* , em que P^* é uma reamostra ordenada dos tempos j' s. Note que, a reamostra

está associada ao fato de que no primeiro passo do algoritmo de estimação dos parâmetros do modelo proposto por Kyriakidis e Journel (1999) (ver subseção 2.2.4, passo (i)), calcula-se para cada localização \mathbf{s}_i , $i = 1, 2, \dots, n$ ($n = 249$ para o cenário 1 e $n = 499$ para o cenário 2), a média da série temporal. Dessa forma, cada reamostra P^* é uma amostra da amostra mestra P de tamanhos iguais nos mesmos espaços avaliados e combinações dos tempos j 's ($j = 1, \dots, 31$).

- ii) Da amostra *bootstrap* P^* , obtém-se a estimativa $z^*(\mathbf{s}_0, t_j)$, por meio do modelo de Kyriakidis e Journel (1999) (ver subseção 2.2.4) na primeira réplica *bootstrap*, denotada por $z_{b=1}^*(\mathbf{s}_0, t_j)$, ou seja, obtém-se a predição da característica de interesse no local não amostrado \mathbf{s}_0 para cada tempo t_j . Ao invés de prever apenas uma localização \mathbf{s}_0 , serão feitas predições para 1.673 localizações não amostradas na Mesorregião do Sul/Sudoeste de Minas nos 31 tempos, ou seja, $z_{b=1}^*(\mathbf{s}_i, t_j)$, $i = 1, 2, \dots, 1.673$ e $j = 1, 2, \dots, 31$;
- iii) Repetir os passos (i) e (ii) B vezes, em que cada B constitui uma réplica *bootstrap*. Porém, neste trabalho foram utilizadas 50 réplicas *bootstrap*, ou seja, $B = 50$, pois segundo Efron e Tibshirani (1993), esse número de réplicas produz boas estimativas da variância do erro de predição e do desvio do erro de predição.
- iv) Com as B réplicas *bootstrap* da estimativa $z_b^*(\mathbf{s}, t)$ e a estimativa de referência $z_0^*(\mathbf{s}, t)$, calcular para cada tempo j , a variância do erro de predição, dada por:

$$\hat{s}^2(\mathbf{s}, t) = \frac{\sum_{b=1}^B [(z_0^*(\mathbf{s}, t) - z_b^*(\mathbf{s}, t)) - m(\mathbf{s}, t)]^2}{B - 1}, \quad (53)$$

em que $m(\mathbf{s}, t) = \frac{\sum_{b=1}^B (z_0^*(\mathbf{s}, t) - z_b^*(\mathbf{s}, t))}{B}$. Similarmente, obtém-se o desvio padrão do erro de predição, $\hat{s}(\mathbf{s}, t) = \sqrt{\hat{s}^2(\mathbf{s}, t)}$.

Todas as análises estatísticas foram feitas no *software* R (R Core Team, 2015) sendo utilizado o pacote *geoR* (RIBEIRO JR.; DIGGLE, 2001) para o ajuste do semi-

variograma teórico e a realização da krigagem ordinária, conforme especificado no algoritmo que calcula as estimativas das componentes do modelo de Kyriakidis e Journel (1999) (passo *(ii)*, subseção 2.2.4). Os demais passos do algoritmo, bem como o *bootstrap* não paramétrico para obtenção do mapa de variância do erro de predição do modelo de Kyriakidis e Journel (1999), foram implementados em uma rotina feita no próprio software R, disponível no apêndice A.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Cenário 1

Primeiramente foram calculados os valores médios do albedo em cada uma das 249 localizações (subseção 2.2.4, passo (i) do algoritmo) que contêm os 31 dias de dezembro de 2010. Em seguida foi gerado o semivariograma omnidirecional com esses valores médios do albedo nas 249 localizações (subseção 2.2.4, passo (ii) do algoritmo). Para a modelagem do semivariograma empírico foram estimados os modelos exponencial, esférico e gaussiano. Na Figura 12, têm-se os modelos ajustados aos valores médios do albedo nos 31 dias. Esses modelos foram estimados pelo método dos mínimos quadrados ordinários.

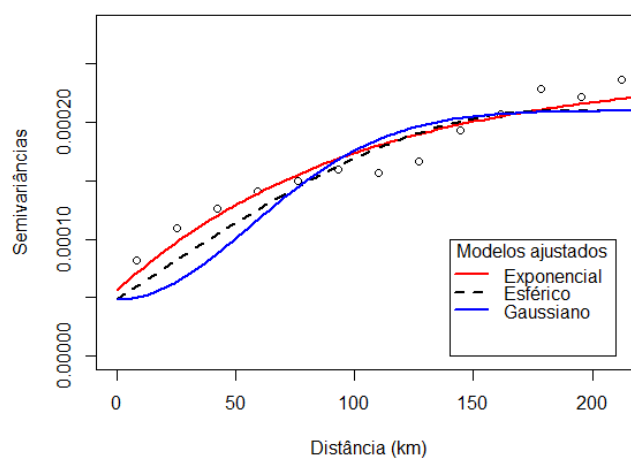


Figura 12 Semivariograma dos valores médios do albedo nos 31 dias de dezembro de 2010.

Para a escolha do melhor modelo, na Tabela 1, têm-se as estimativas dos parâmetros dos três modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação para cada um dos três modelos calculadas por meio da validação cruzada.

De acordo com a Tabela 1, o modelo experimental teórico que melhor se

Tabela 1 Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação.

Modelos	a	C_0	C_1	EM	ER	S_{ER}
Exponencial	100	0,00005	0,00019	-0,00002	-0,00110	0,99485
Esférico	180	0,00005	0,00016	-0,00002	-0,00094	1,09298
Gaussiano	80	0,00005	0,00016	-0,00001	-0,00076	1,31917

ajustou aos valores médios do albedo foi o exponencial com os parâmetros: efeito pepita (C_0) = 0,00005, alcance (a) = 100 km e contribuição (C_1) = 0,00019, pois o mesmo apresentou valor do desvio padrão do erro reduzido (S_{ER}) mais aproximado do valor 1 que os demais modelos (CRESSIE, 1993; VIEIRA, 2000).

Também foi feita a krigagem ordinária desses valores médios (Figura 13) utilizando o modelo teórico ajustado, apenas para observar o comportamento médio da variável albedo dentro da região em estudo.

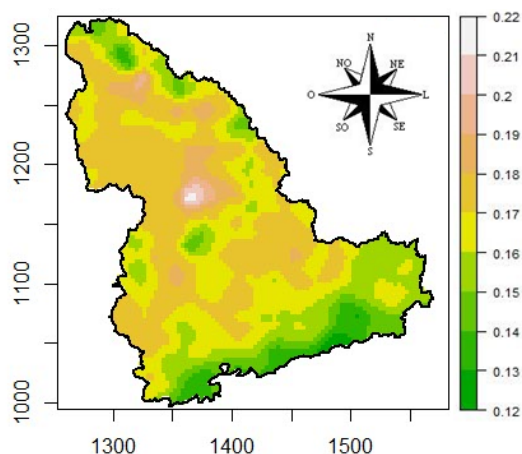


Figura 13 Krigagem ordinária dos valores médios da variável albedo.

Observa-se na Figura 13, que os maiores valores médios da variável albedo estão localizados no Centro, Norte e Noroeste da mesorregião. Pode-se também observar no mapa pedológico simplificado das classes de solos na mesorregião Sul/Sudoeste de Minas (subseção 2.5, Figura 10), que as classes argissolo e neossolo lítólico são predominantes também no Centro, Norte e Noroeste da mesorregião. Isso pode ser um indicativo de se ter altos valores médios do albedo

nessas localizações. Outro fato a se observar na Figura 13, é que no centro da mesorregião onde se têm os maiores valores do albedo (entre 0,20 a 0,22 nas cores bege e branca) está localizada a Usina Hidrelétrica de Furnas, em que existe uma grande quantidade de solo exposto e, segundo Robinove et al. (1981), o aumento no albedo se dar primeiramente devido ao solo exposto.

Em seguida, calcularam-se as componentes do modelo (subseção 2.2.4, passos (iii), (iv), (vi), (viii) e (x)), encontrando os valores preditos da variável albedo nas 1.673 localizações não amostradas, na mesorregião em estudo, para cada um dos 31 dias de dezembro de 2010. Daí, por meio dessas estimativas foram gerados os mapas de previsão diária do albedo nos 31 dias (Figuras 14, 15, 16, 17, 18 e 19).

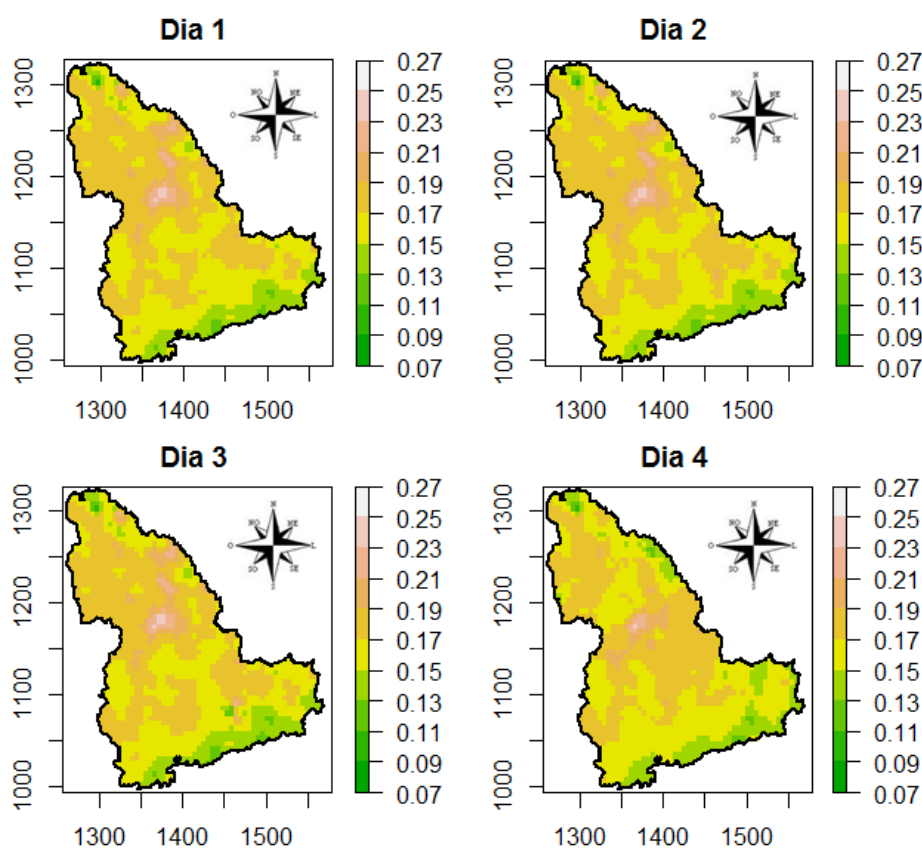


Figura 14 Dias 01 a 04.

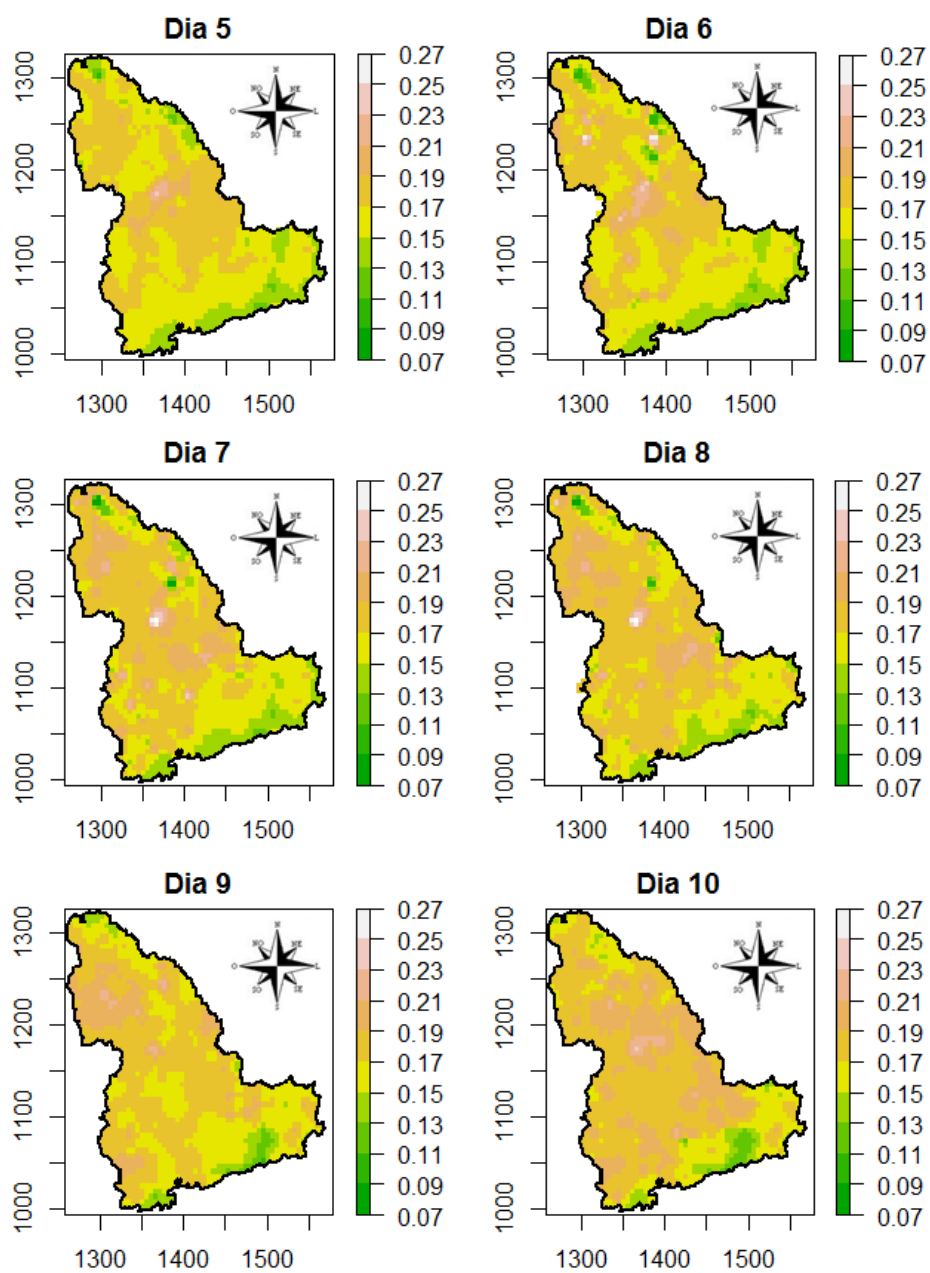


Figura 15 Dias 05 a 10.

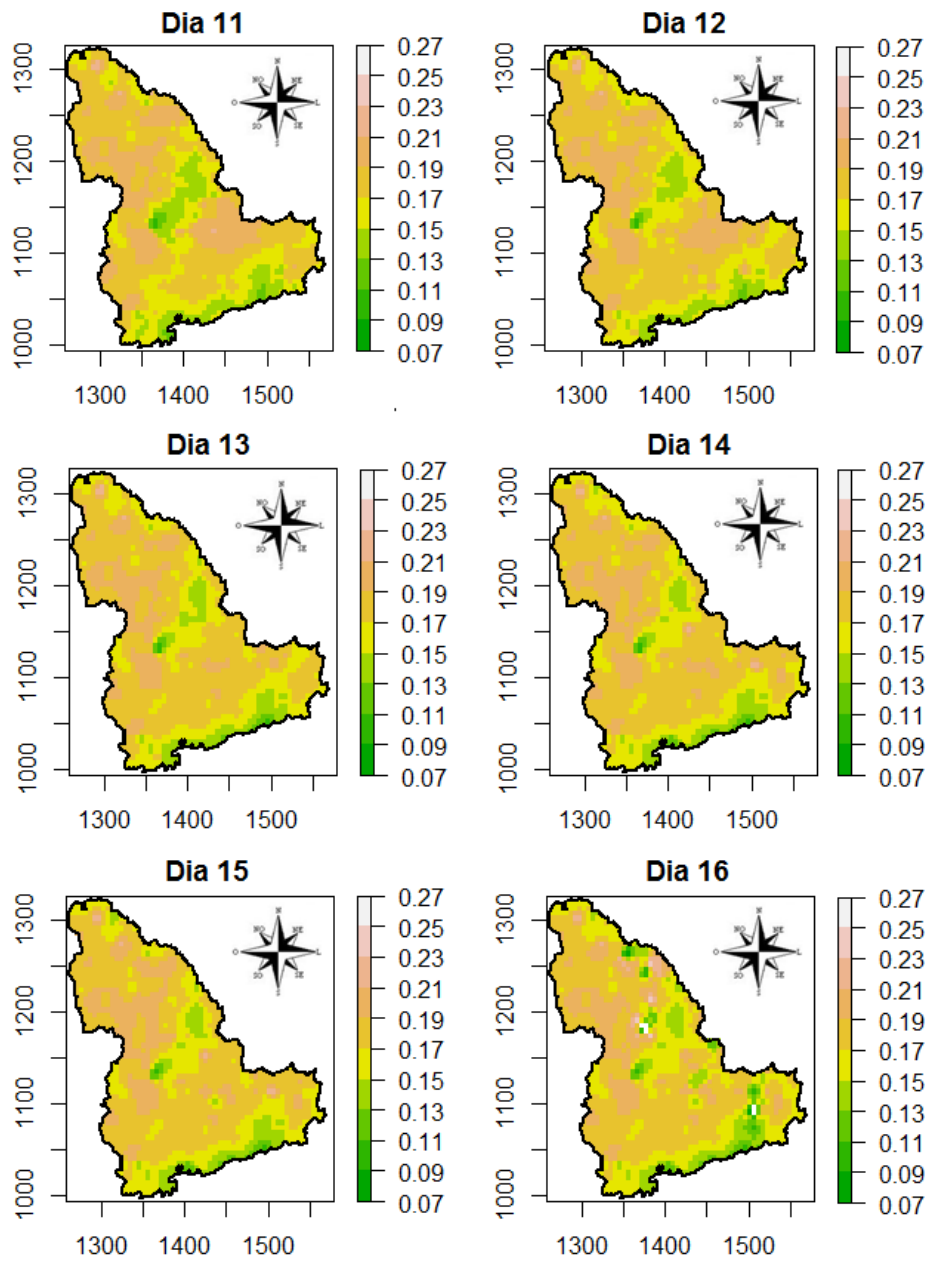


Figura 16 Dias 11 a 16.

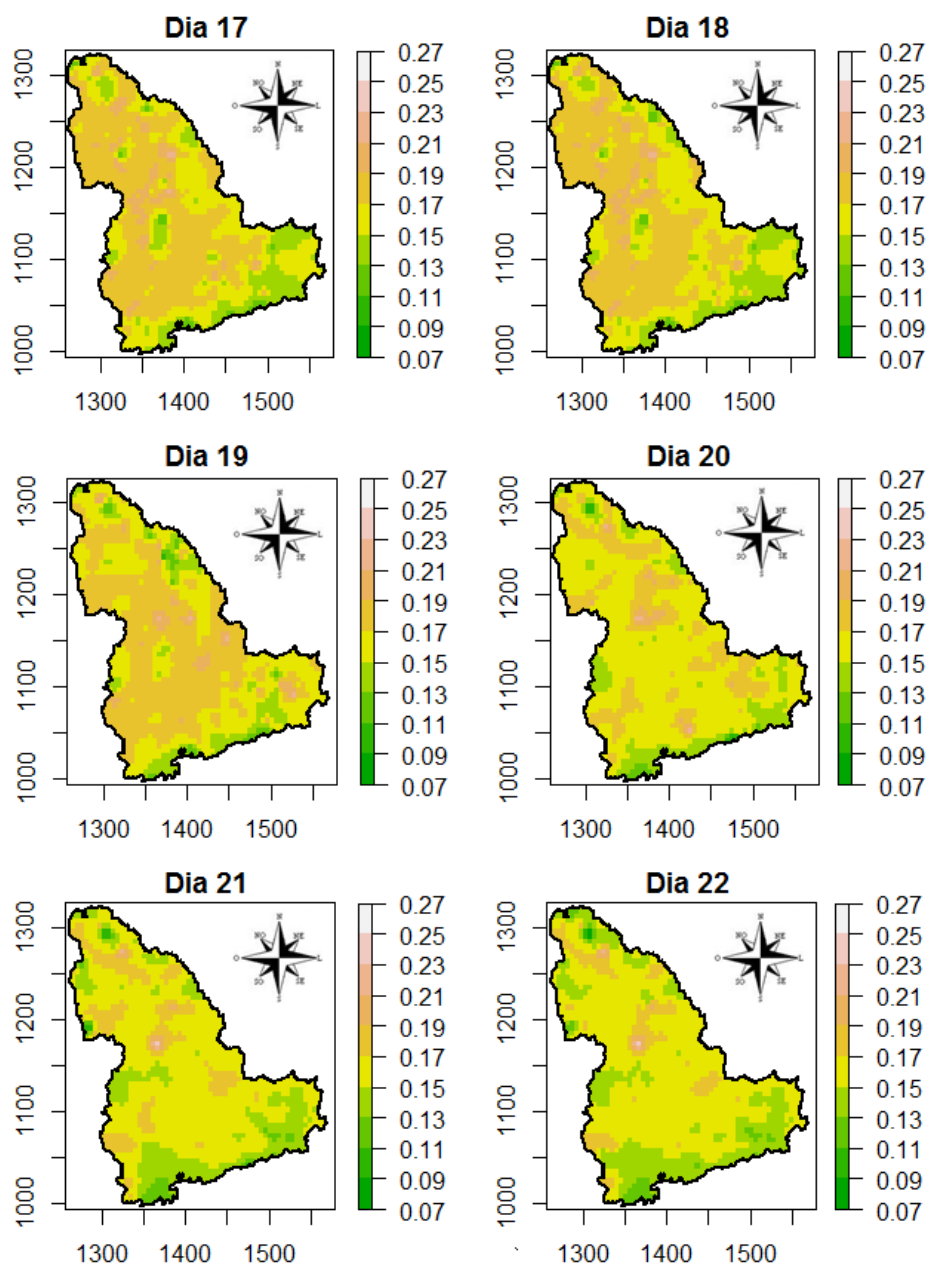


Figura 17 Dias 17 a 22.

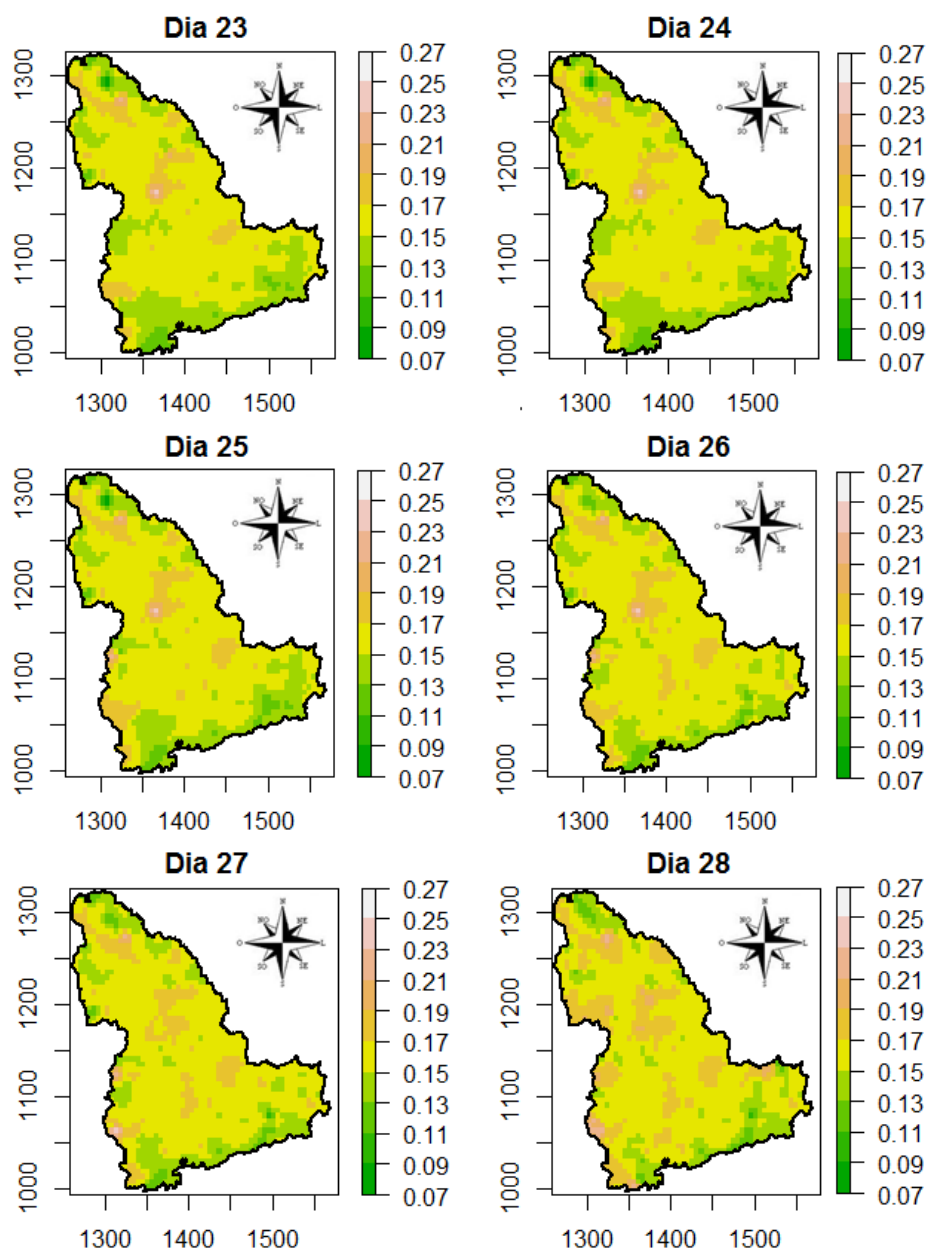


Figura 18 Dias 23 a 28.

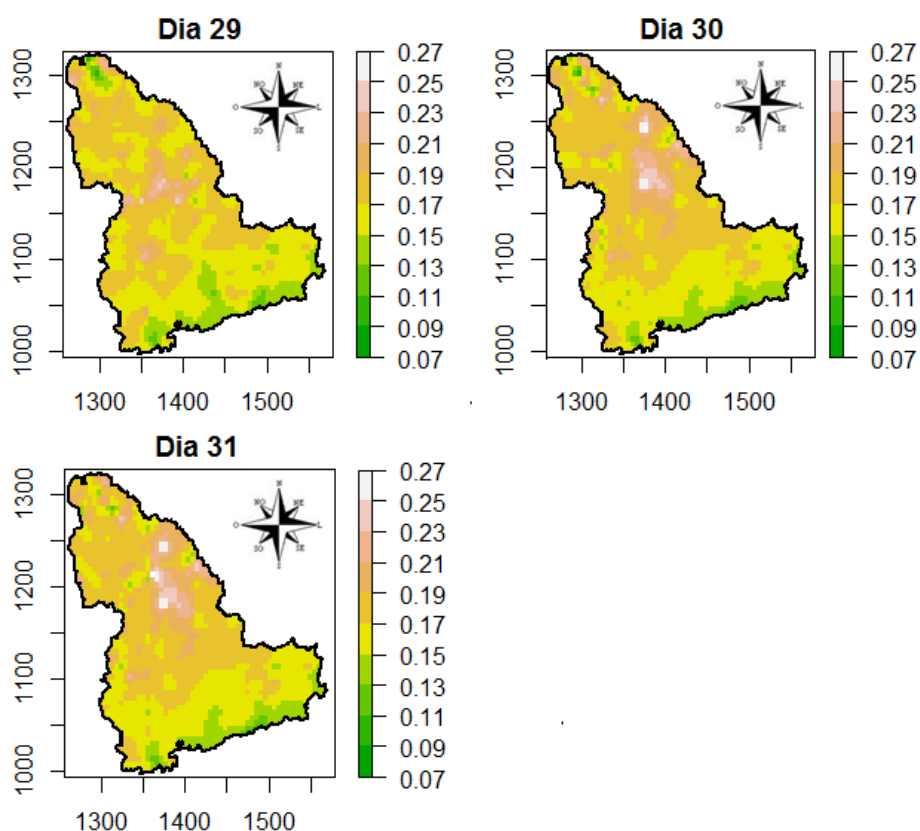


Figura 19 Dias 29 a 31.

Observa-se pelas Figuras 14, 15, 16, 17, 18 e 19, que nos dez primeiros dias assim como também nos 15 últimos dias (do 17º ao 31º) o comportamento espaço-temporal do albedo é semelhante com maiores valores concentrados no Centro, Norte e Noroeste da Mesorregião sendo que, do dia 11 ao dia 16 continua com valores altos do albedo no Norte e Noroeste da mesorregião, porém no Centro, aparentemente, seus valores decaem. A presença de nuvens nessa mesorregião durante esses dias analisados pode ser um dos fatores que explique as variações nos valores do albedo, pois segundo Geiger et al. (2008), nuvens funcionam como barreira para a passagem de energia solar, o que leva à perda de informação sobre os valores reais do albedo. Vale também ressaltar que nuvens levam à ocorrência de chuvas, o que é muito comum no mês de dezembro nessa mesorregião e, se-

gundo Robinove et al. (1981), a diminuição no albedo é inicialmente devido ao aumento da umidade do solo e aumento na densidade da vegetação, o que é bem evidente quando se têm chuvas.

Finalmente, nas Figuras 20, 21, 22, 23, 24 e 25, têm-se os mapas de variância do erro de predição obtidos pelo método *bootstrap* não paramétrico utilizando 50 réplicas, pois segundo Efron e Tibshirani (1993), esse número de réplicas produz boas estimativas da variância do erro de predição.

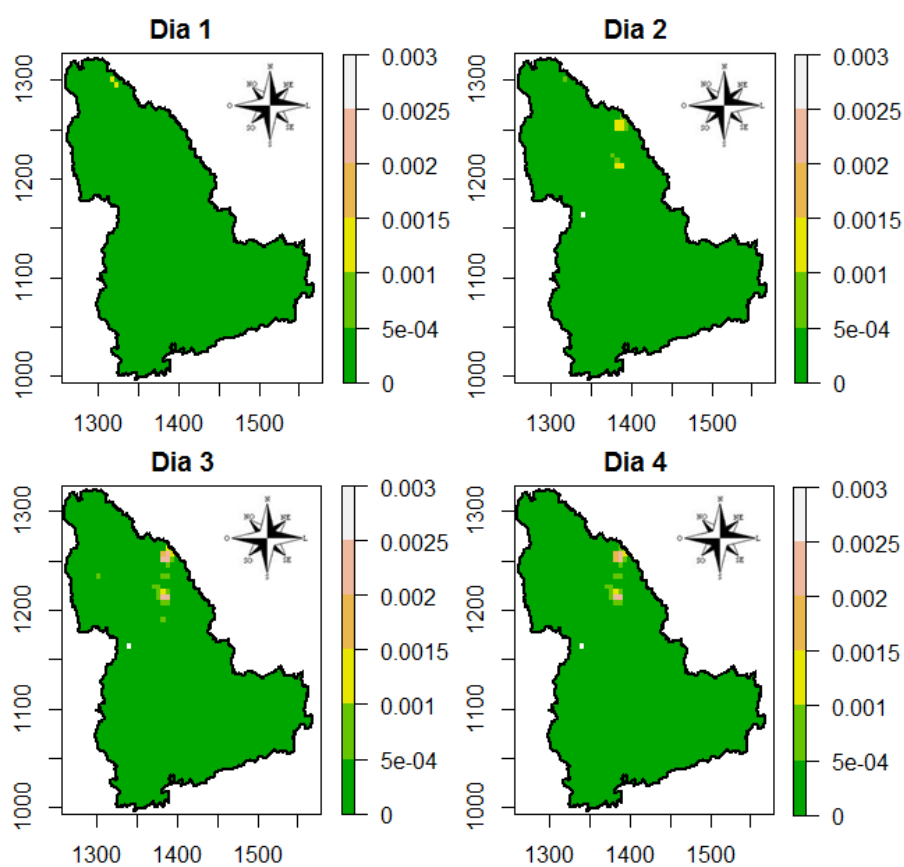


Figura 20 Dias 01 a 04.

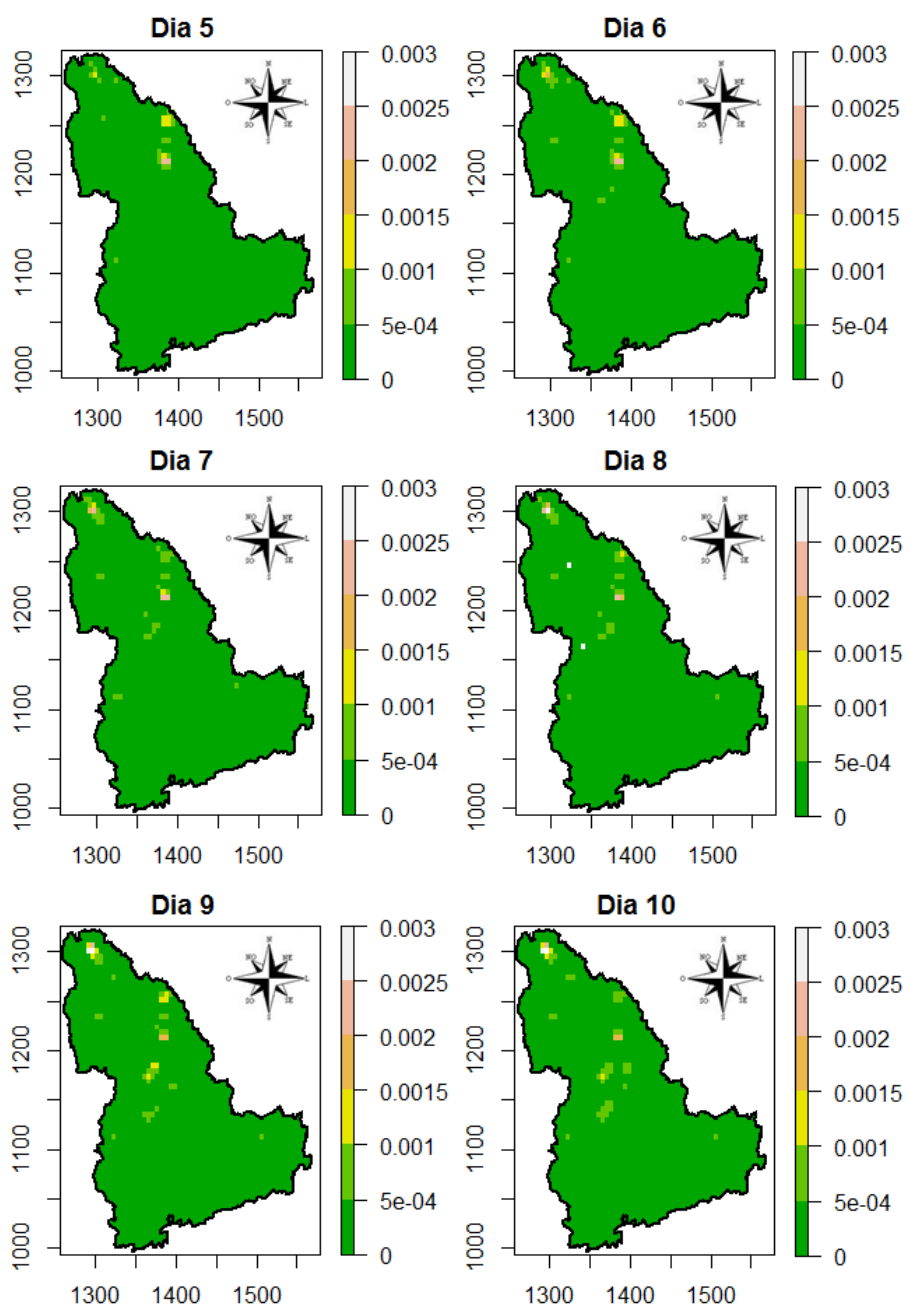


Figura 21 Dias 05 a 10.

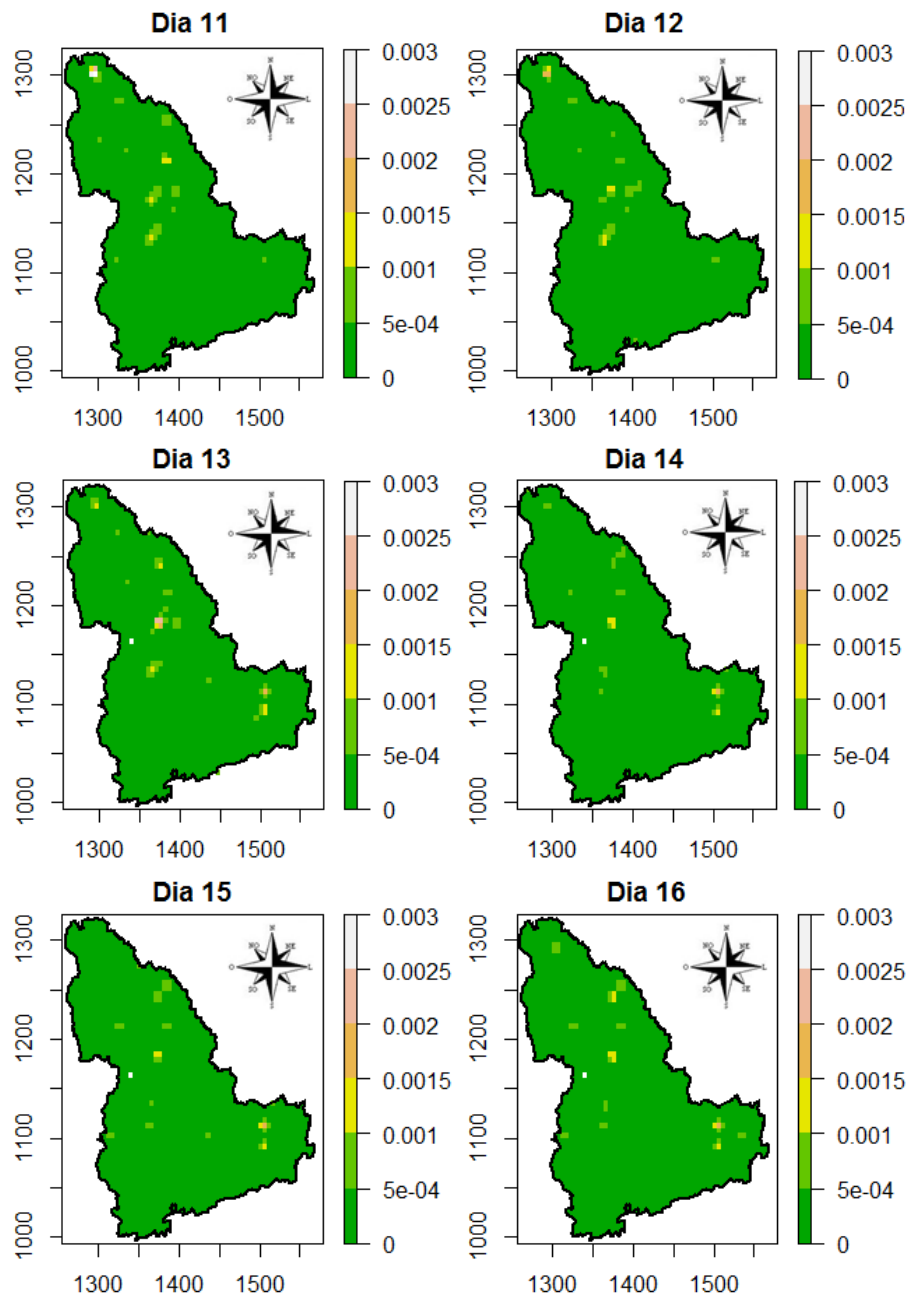


Figura 22 Dias 11 a 16.

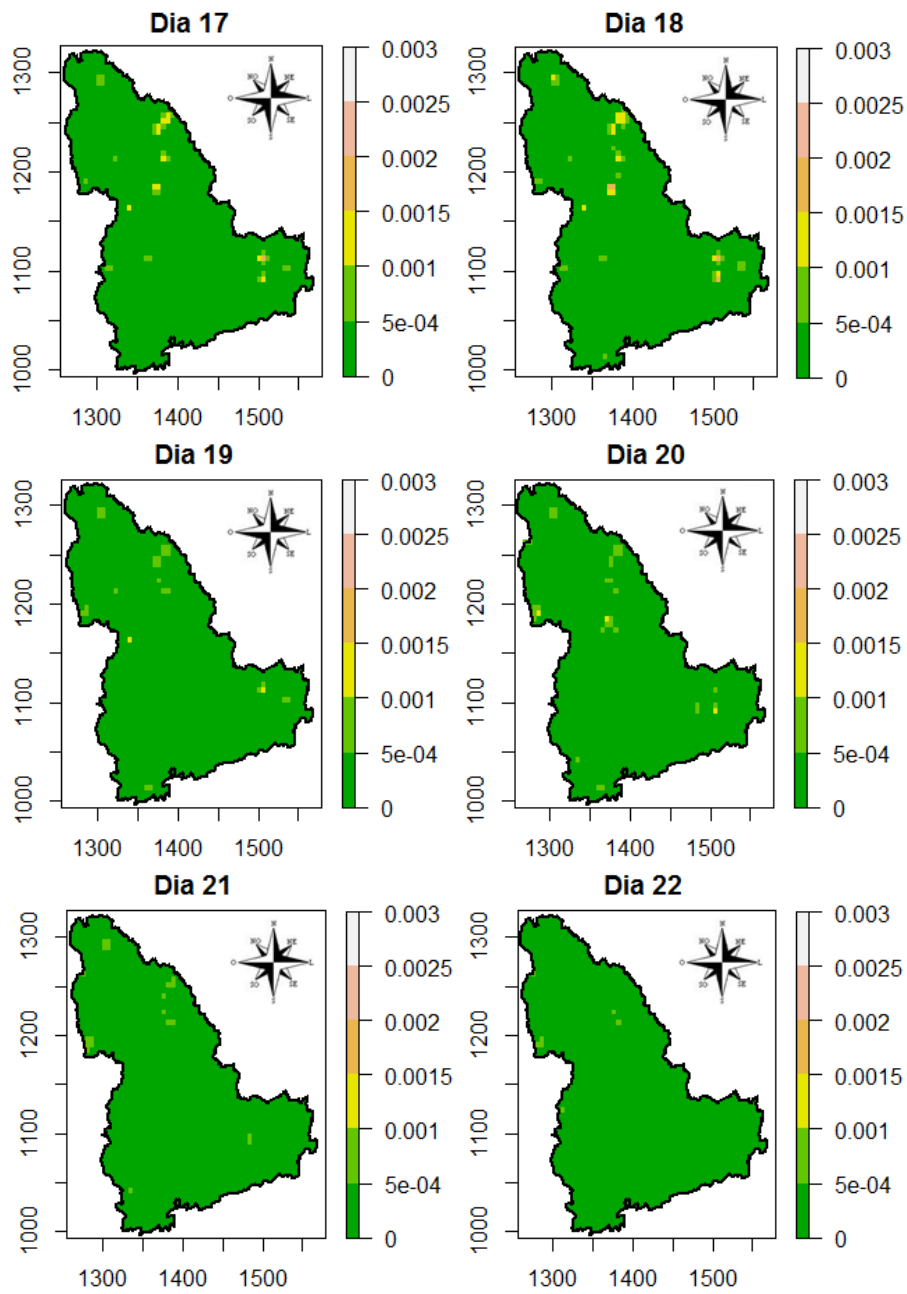


Figura 23 Dias 17 a 22.

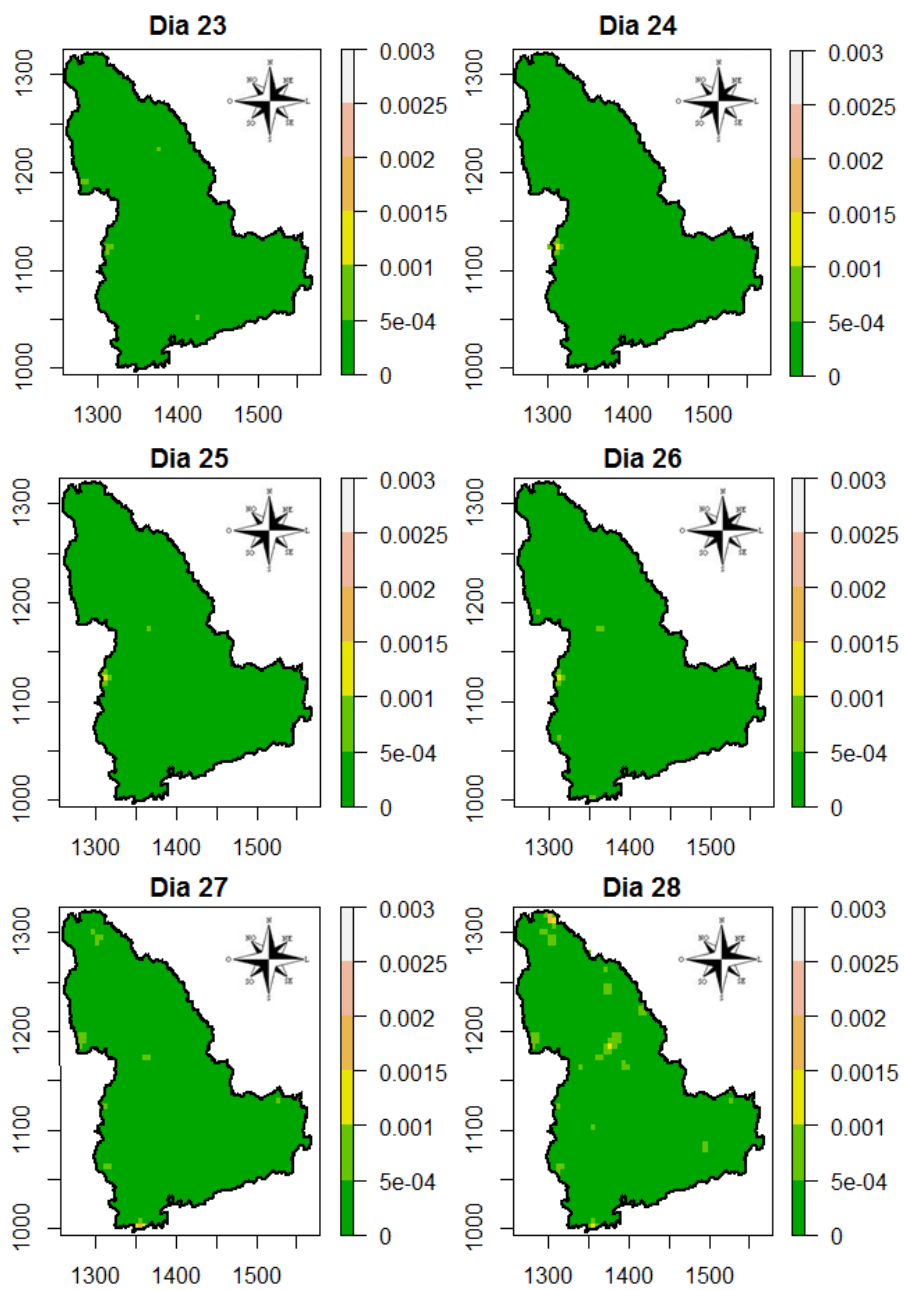


Figura 24 Dias 23 a 28.

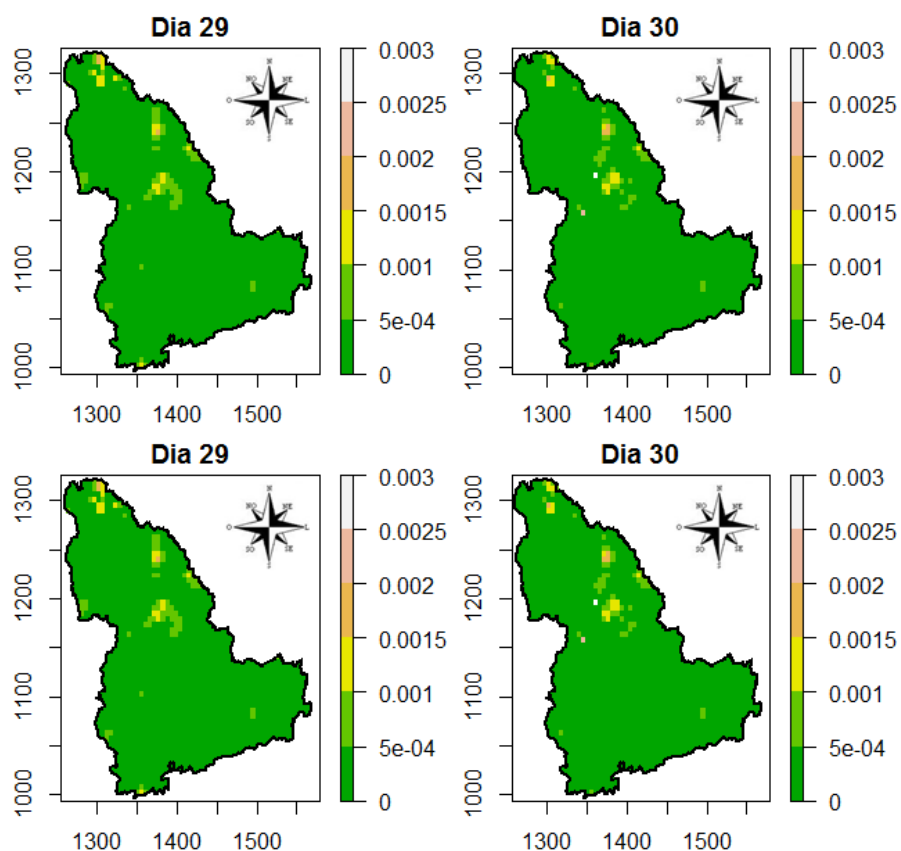


Figura 25 Dias 29 a 31.

Observa-se pelas Figuras 20, 21, 22, 23, 24 e 25, que os valores da variância dos erros de predição são baixos para todos os 31 dias analisados, indicando maior precisão nas estimativas.

4.2 Cenário 2

Assim como no cenário 1, primeiramente foram calculados os valores médios do albedo em cada uma das 499 localizações (subseção 2.2.4, passo (i) do algoritmo) que contêm os 31 dias de dezembro de 2010. Em seguida foi gerado o semivariograma omnidirecional com esses valores médios do albedo nas 499 loca-

lizações (subseção 2.2.4, passo (ii) do algoritmo). Para a modelagem dos semivariogramas empíricos foram estimados os modelos exponencial, esférico e gaussiano. Na Figura 26, têm-se os modelos ajustados aos valores médios do albedo nos 31 dias. Tais modelos foram estimados pelo método dos mínimos quadrados ordinários.

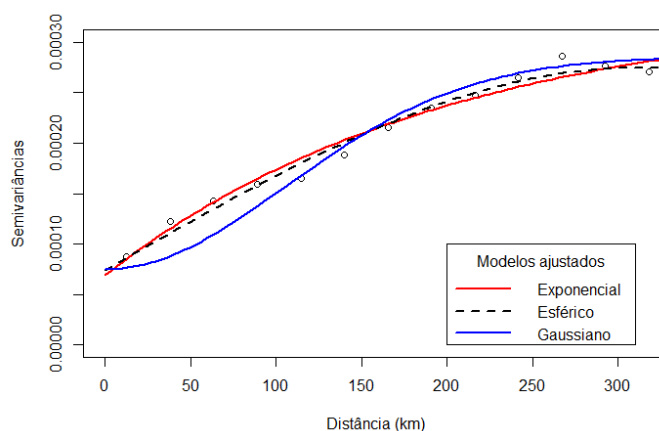


Figura 26 Semivariograma dos valores médios do albedo nos 31 dias de dezembro de 2010.

Para a escolha do melhor modelo, na Tabela 2, têm-se as estimativas dos parâmetros dos três modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação para cada um dos três modelos calculadas por meio da validação cruzada.

Tabela 2 Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação.

Modelos	a	C_0	C_1	EM	ER	S_{ER}
Exponencial	200	0,00007	0,00027	-0,00005	-0,00029	0,90361
Esférico	310	0,00007	0,00020	-0,00006	-0,00030	0,90947
Gaussiano	150	0,00008	0,00021	-0,00005	-0,00027	1,10863

De acordo com a Tabela 2, o valor do desvio padrão do erro reduzido (S_{ER}) de cada um dos três modelos quase não apresentaram diferenças no que se refere a estarem muito próximos do valor 1. Porém, o fato de que o modelo exponencial ser mais simples que os demais modelos (subseção 2.1.4), escolheu-se o mesmo como

melhor modelo que se ajustou aos valores médios do albedo com os parâmetros: efeito pepita (C_0) = 0,00007, alcance (a) = 200 km e contribuição (C_1) = 0,00027.

Também foi feita a krigagem ordinária desses valores médios (Figura 27) utilizando o modelo teórico ajustado, apenas para observar o comportamento da variável albedo dentro da região em estudo.

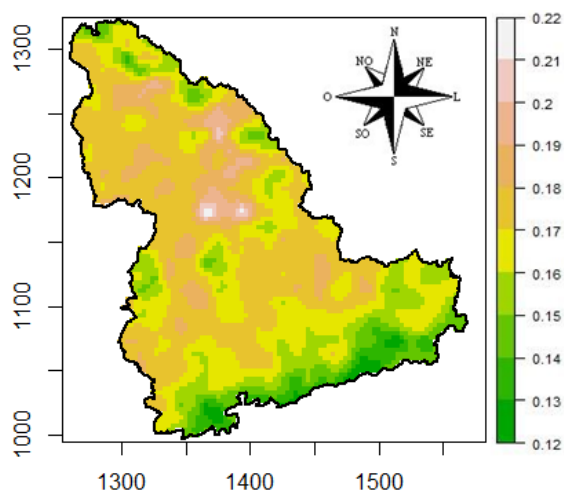


Figura 27 Krigagem ordinária dos valores médios da variável albedo.

Observa-se na Figura 27, que os maiores valores médios da variável albedo estão localizados no Centro, Norte e Noroeste da mesorregião, semelhantemente ao cenário 1 (Figura 13). Mas percebe-se visualmente que os maiores valores médios da variável albedo ficaram mais agregados se comparados aos maiores valores médios da mesma variável do cenário 1 (Figura 13).

Em seguida, calcularam-se as componentes do modelo (subseção 2.2.4, passos (iii), (iv), (vi), (viii) e (x)) encontrando os valores preditos da variável albedo nas 1.673 localizações não amostradas, na mesorregião em estudo, para cada um dos 31 dias de dezembro de 2010. Daí, por meio dessas estimativas foram gerados os mapas de previsão diária do albedo (Figuras 28, 29, 30, 31, 32 e 33).

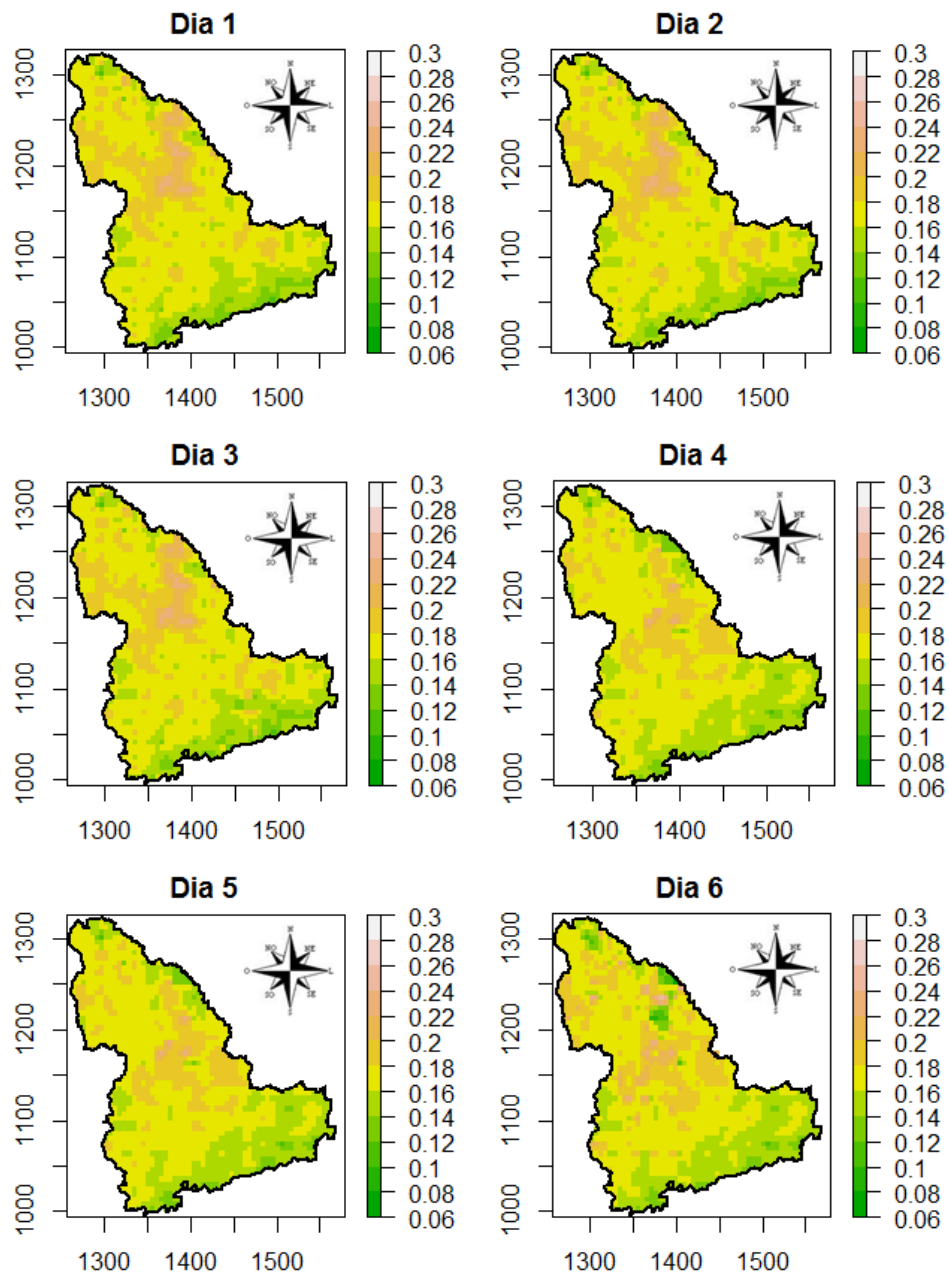


Figura 28 Dias 01 a 06.

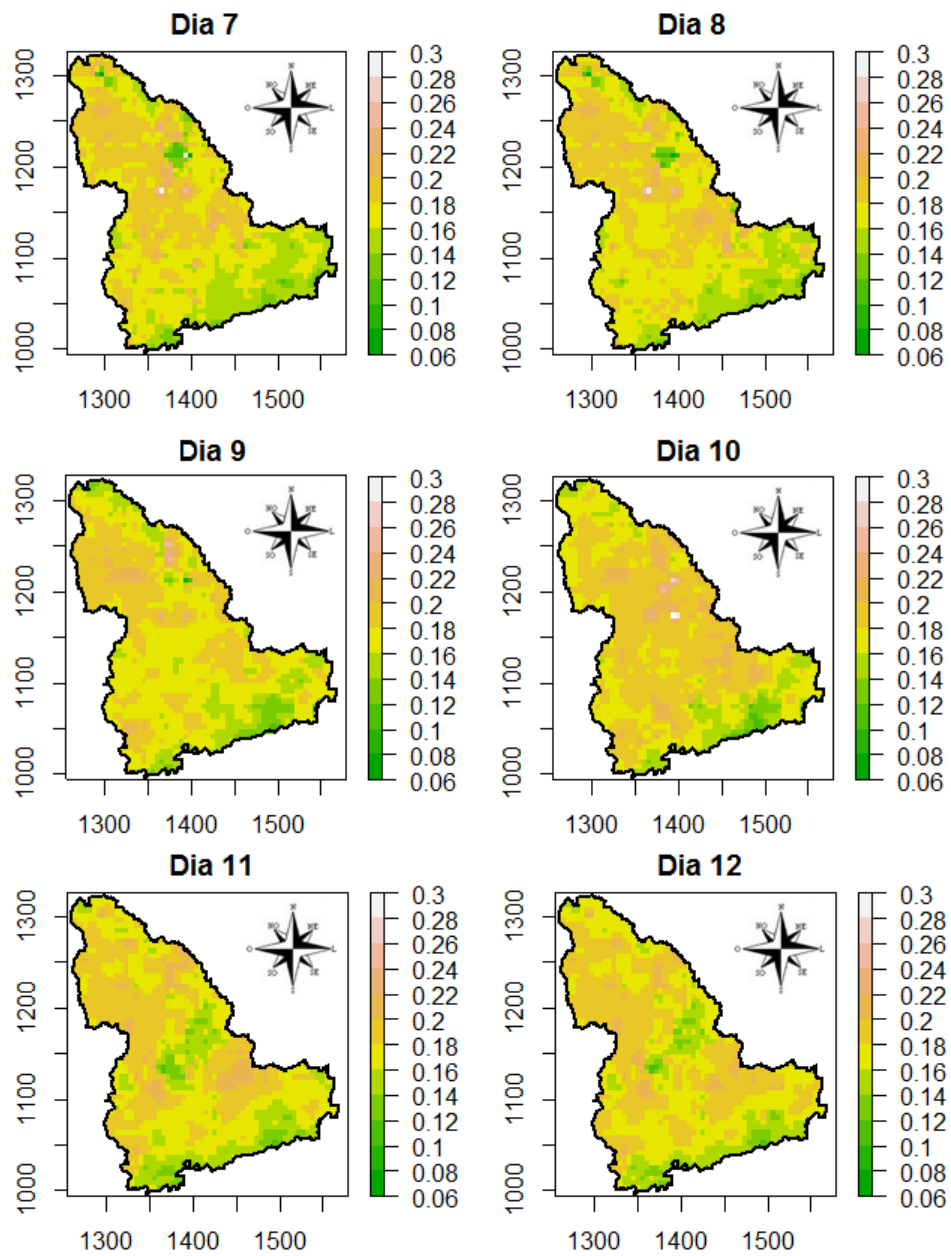


Figura 29 Dias 07 a 12.

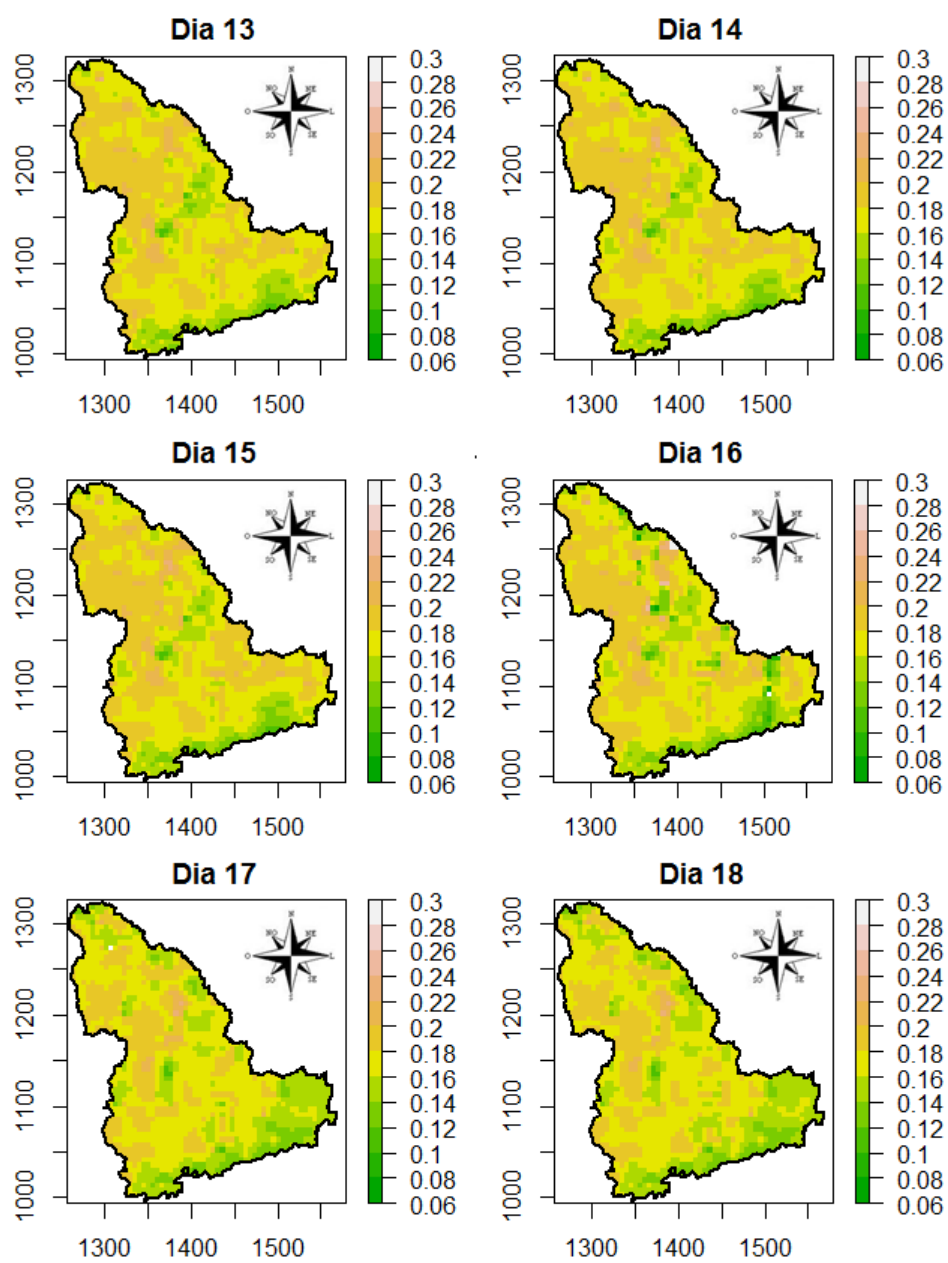


Figura 30 Dias 13 a 18.

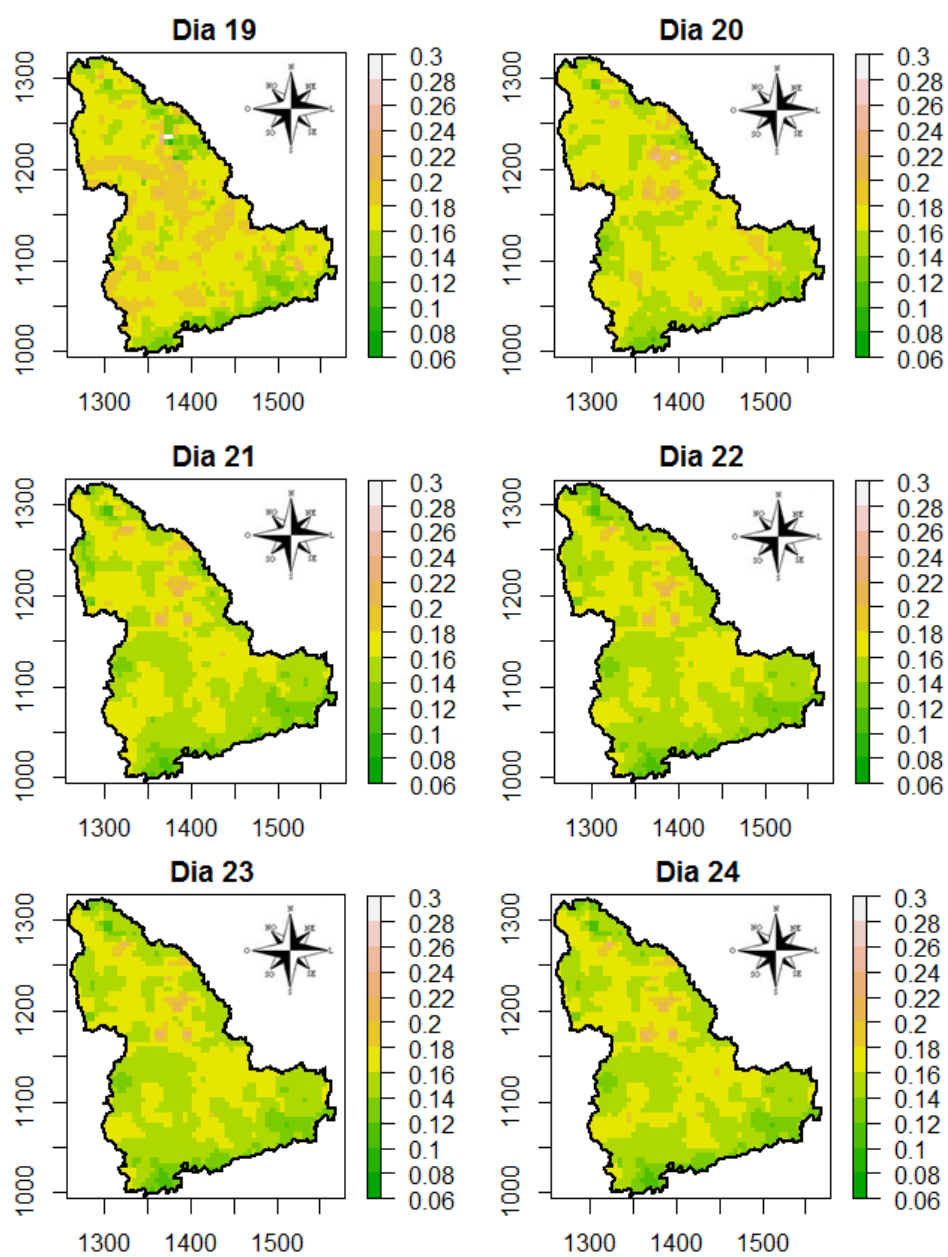


Figura 31 Dias 19 a 24.

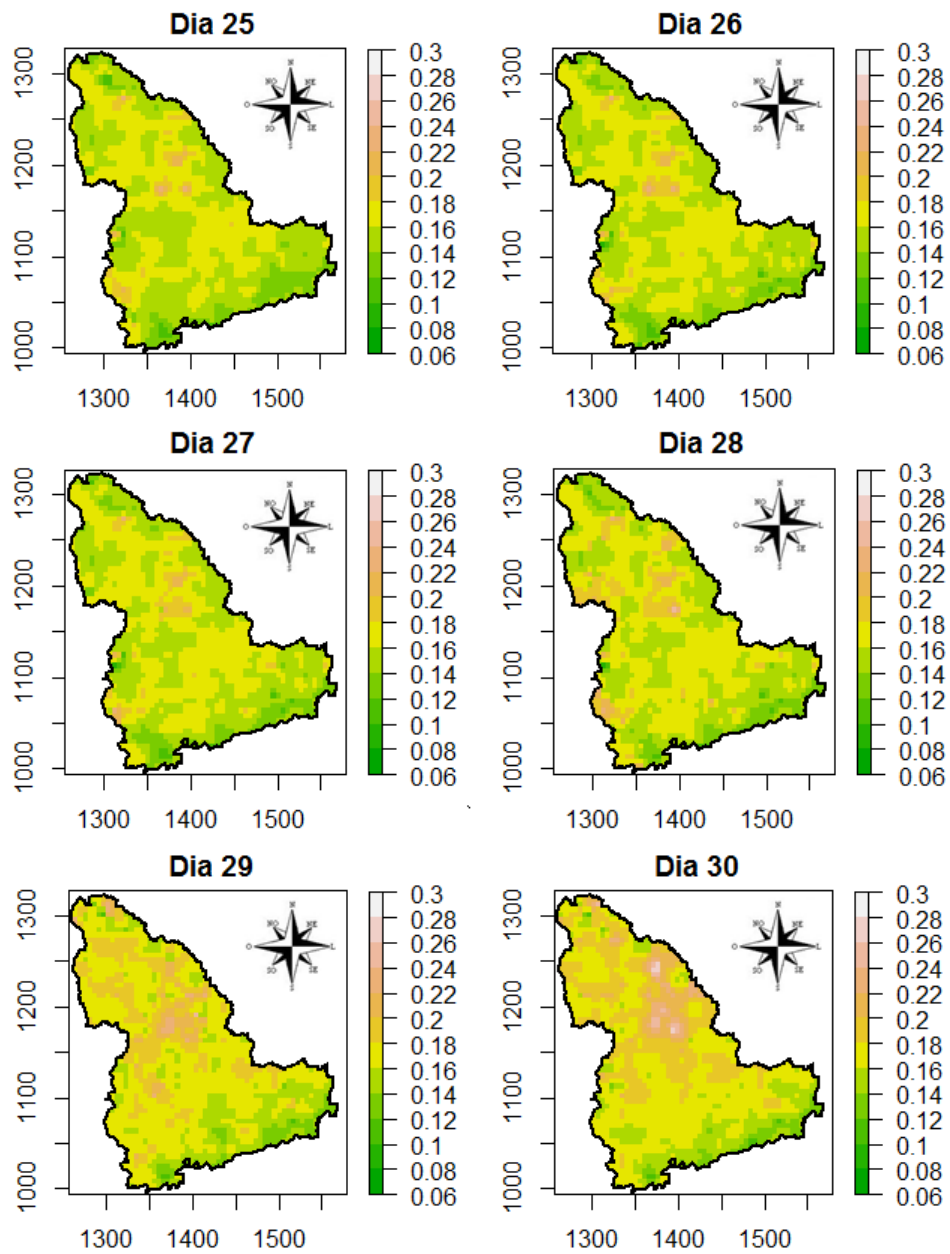


Figura 32 Dias 25 a 30.

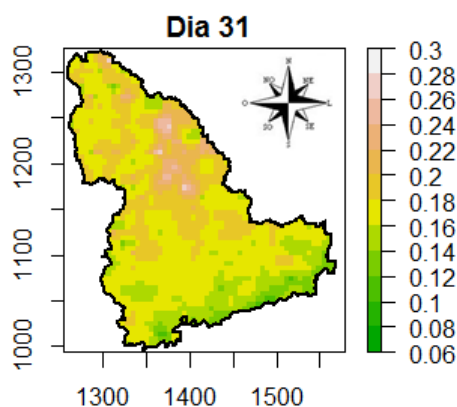


Figura 33 Dia 31.

Observa-se pelas Figuras 28, 29, 30, 31, 32 e 33, assim como no cenário 1 (Figuras 14, 15, 16, 17, 18 e 19), que nos dez primeiros dias assim como também nos 15 últimos dias (do 17º ao 31º) o comportamento espaço-temporal do albedo é semelhante com maiores valores concentrados no Centro, Norte e Noroeste da Mesorregião sendo que, do dia 11 ao dia 16, continua com valores altos do albedo no Norte e Noroeste da mesorregião, porém no Centro, aparentemente, decaem seus valores. Finalmente, nas Figuras 34, 35, 36, 37, 38 e 39, têm-se os mapas de variância do erro de predição obtidos pelo método *bootstrap* não paramétrico utilizando o mesmo número de réplicas do cenário 1, ou seja, 50 réplicas.

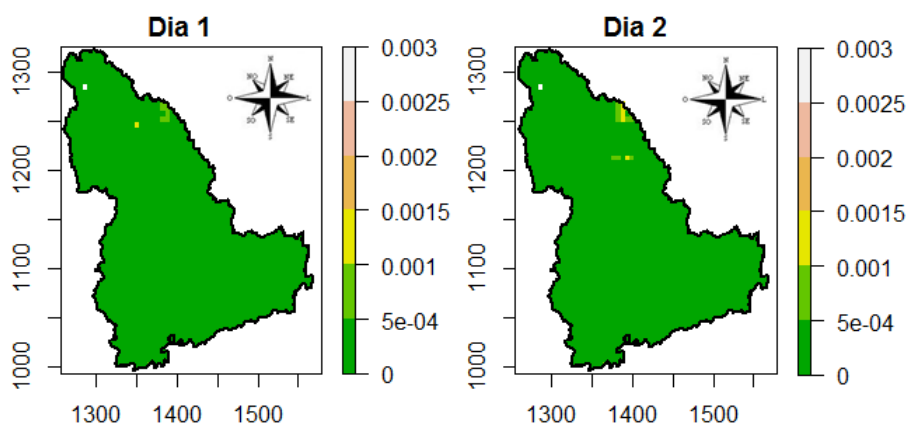


Figura 34 Dias 01 e 02.

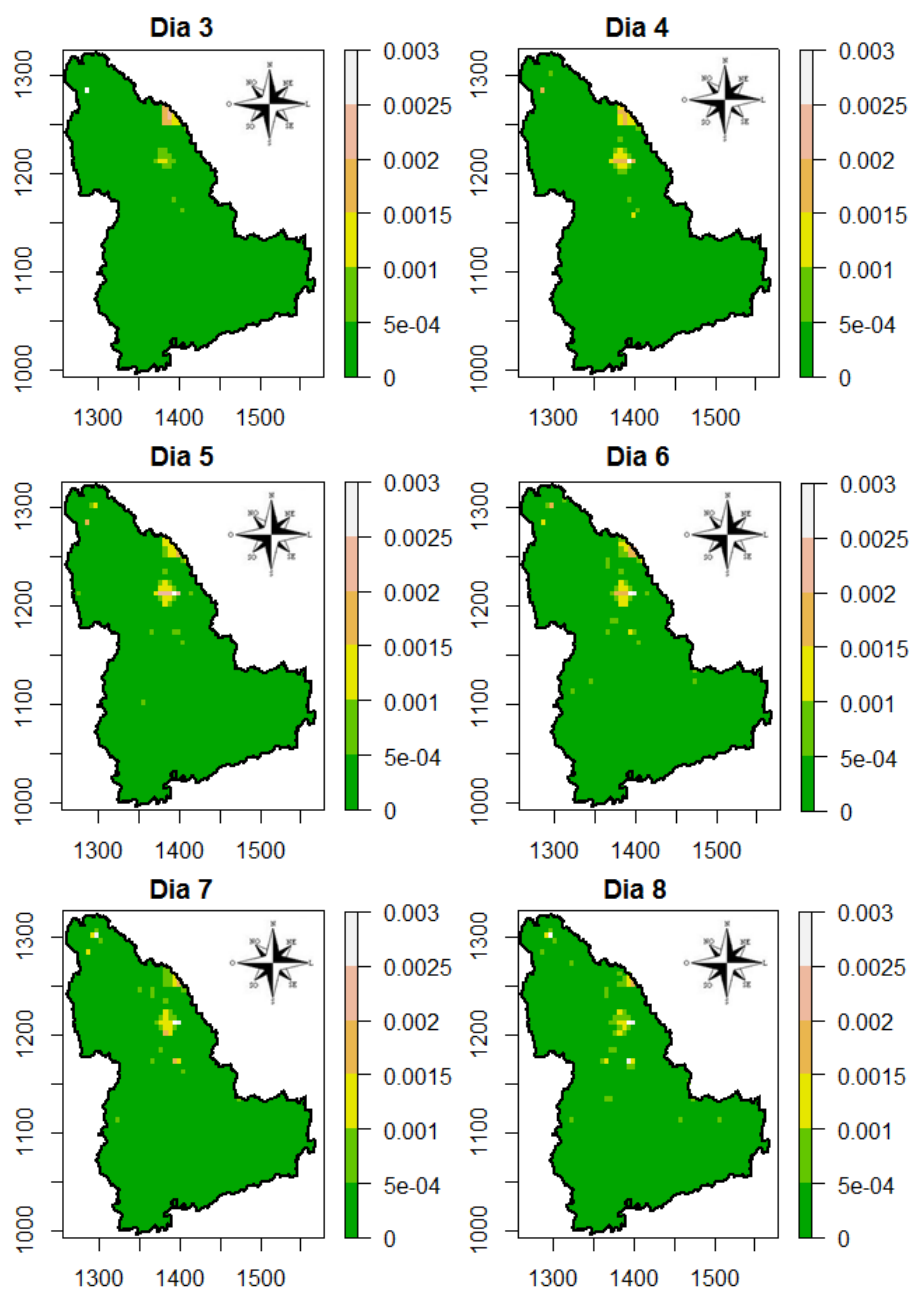


Figura 35 Dias 03 a 08.

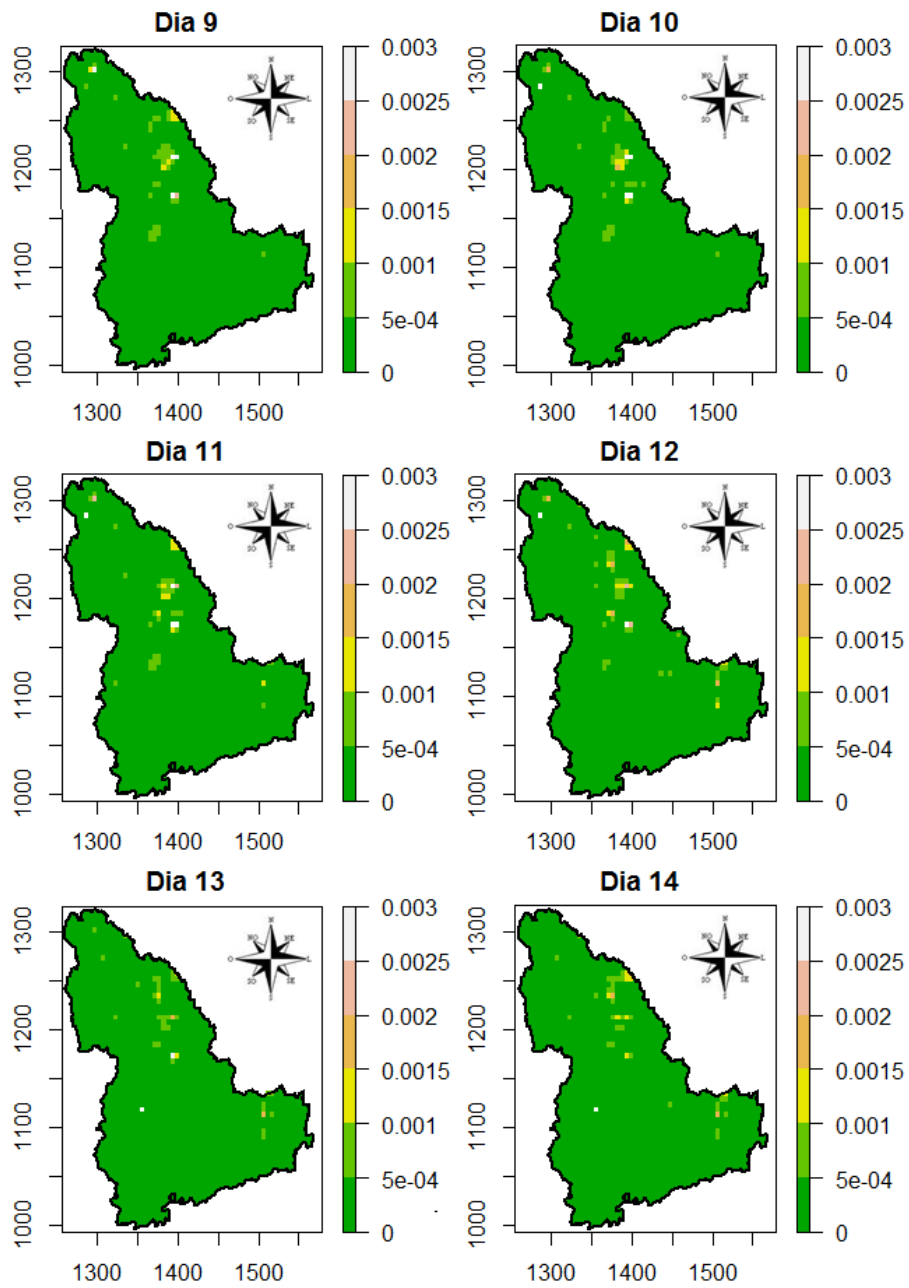


Figura 36 Dias 09 a 14.

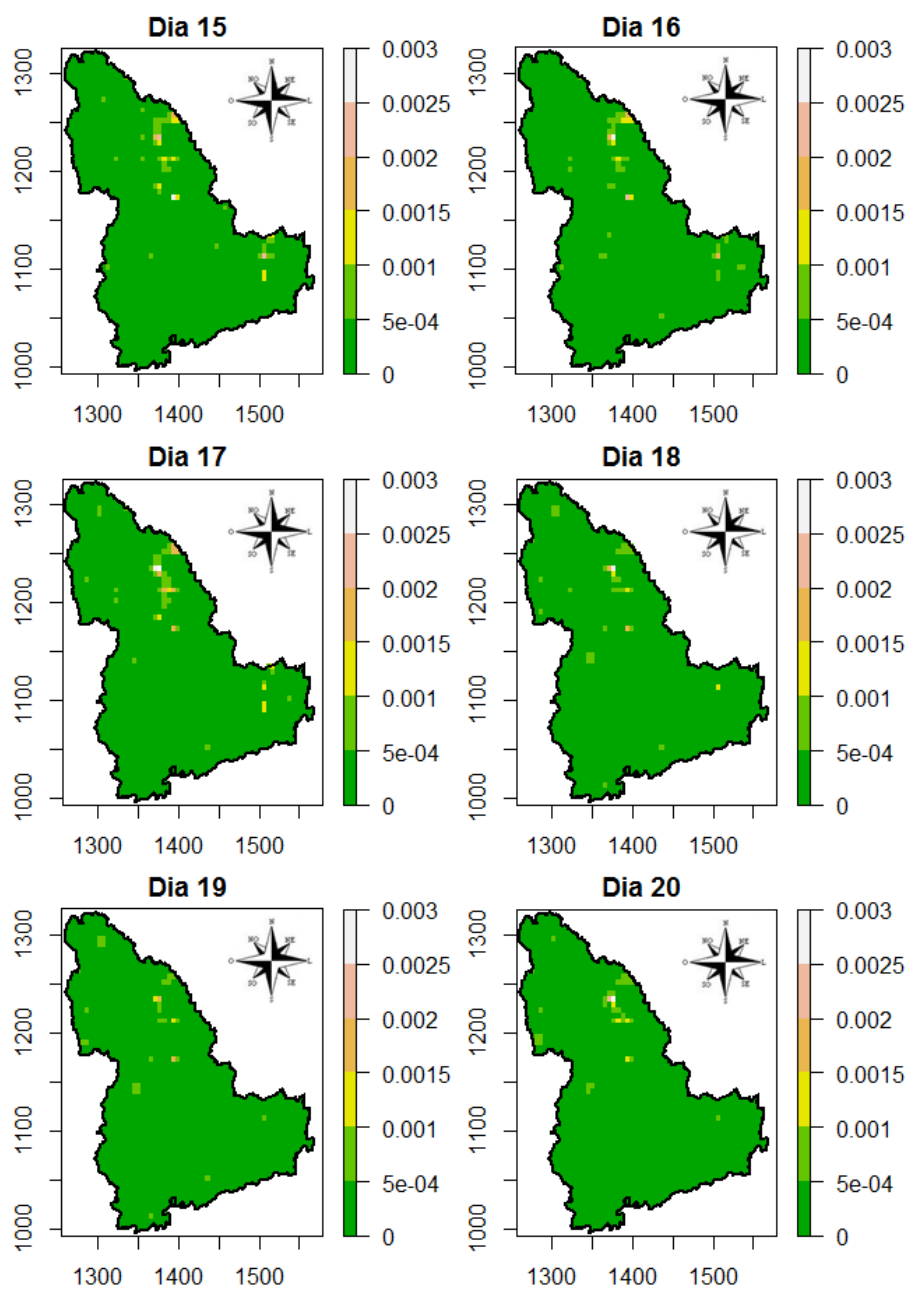


Figura 37 Dias 15 a 20.

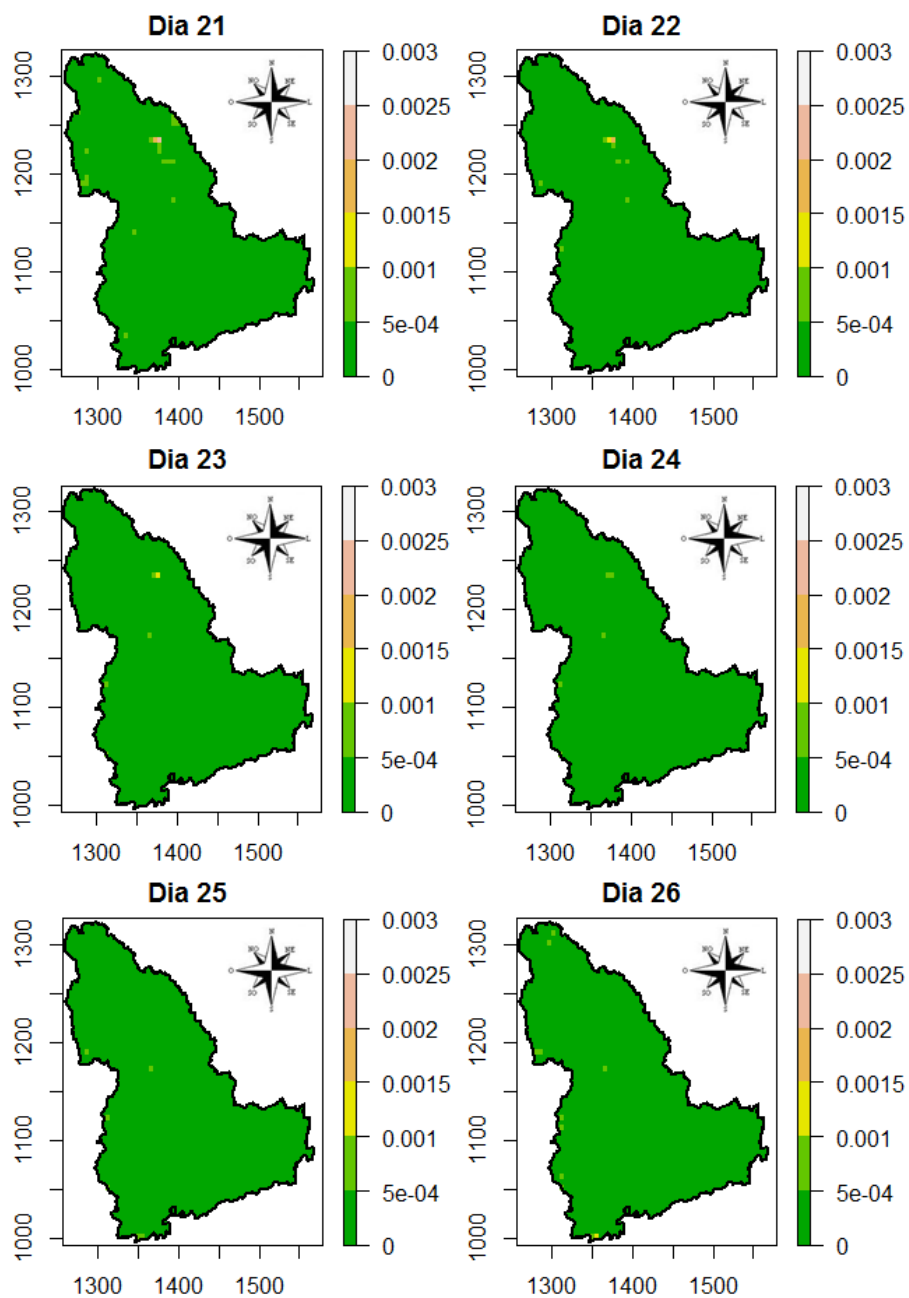


Figura 38 Dias 21 a 26.

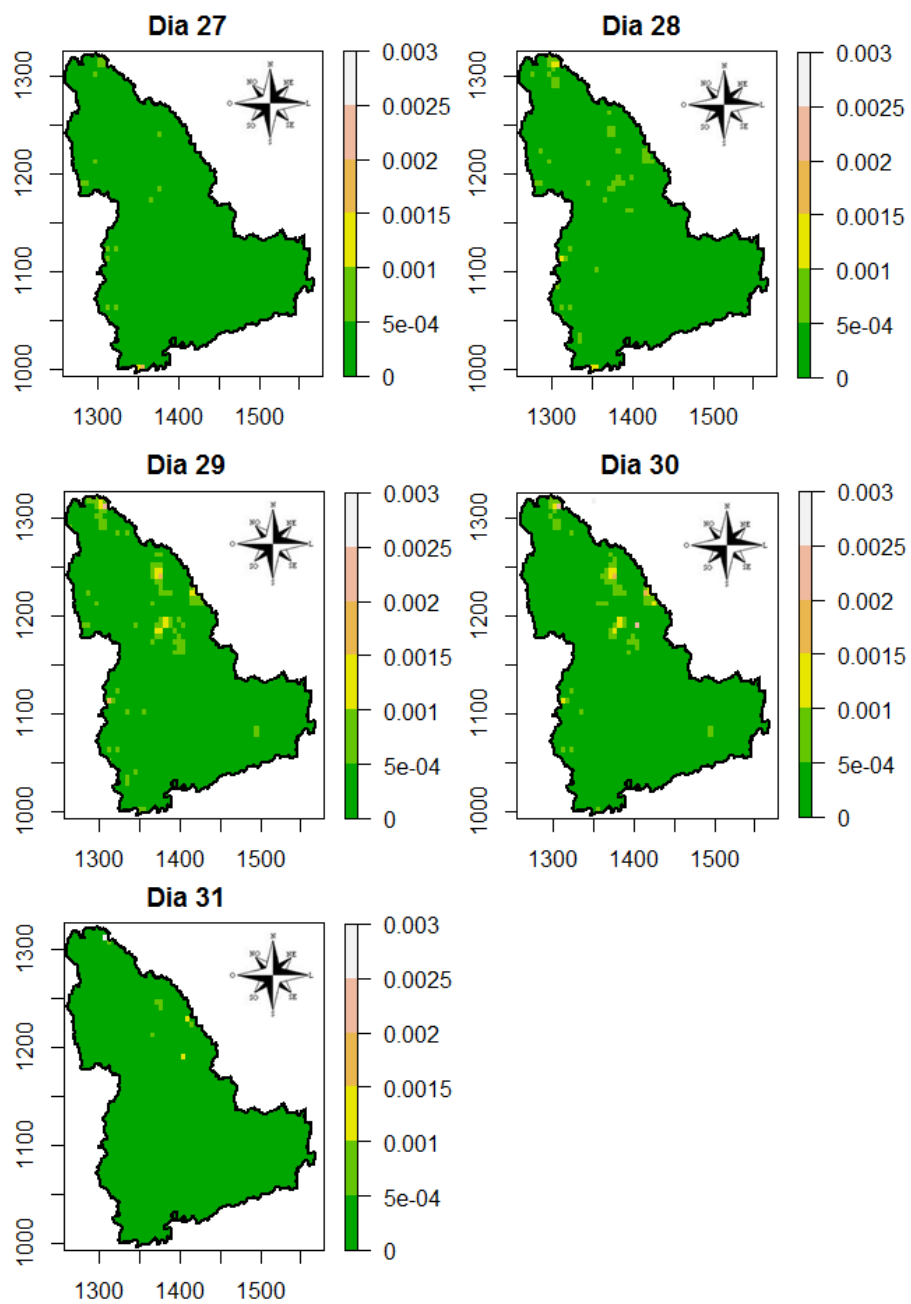


Figura 39 Dias 27 a 31.

Observa-se pelas Figuras 34, 35, 36, 37, 38 e 39, que os valores da variância dos erros de predição, assim como no cenário 1, são baixos para todos os 31 dias analisados, indicando maior precisão nas estimativas.

4.3 Comparação dos resultados obtidos pelo modelo Kyriakidis e Journal (1999) nos dois cenários avaliados

Para comparar os resultados obtidos pelo modelo Kyriakidis e Journal (1999), nos dois cenários, foram utilizadas estatísticas descritivas dos resultados dos desvios padrão do erro de predição, avaliados nos dias 1, 11, 21 e 31, do mês de dezembro de 2010, as quais estão apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 Estatísticas descritivas dos desvios-padrão do erro de predição nos dois cenários, avaliados nos dias 1, 11, 21 e 31.

Cenários/dias	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	Mediana	Desvio-padrão
1/1	0,0001	0,0379	0,0019	0,0013	0,0023
2/1	0,0001	0,0594	0,0031	0,0022	0,0032
1/11	0,0014	0,0969	0,0083	0,0071	0,0045
2/11	0,0014	0,0836	0,0085	0,0075	0,0048
1/21	0,0011	0,0415	0,0078	0,0069	0,0038
2/21	0,0012	0,0496	0,0085	0,0079	0,0036
1/31	0,0002	0,1307	0,0051	0,0041	0,0046
2/31	0,0001	0,0844	0,0048	0,0038	0,0040

Na Tabela 3, observa-se que as médias e os desvios padrão dos desvios padrão do erro de predição nos dois cenários, avaliados nos dias 1, 11, 21 e 31, possuem valores próximos. Isso é um indicativo de que o aumento do número de pontos na malha não proporcionou ganhos significativos na precisão dos resultados. Contudo, deve-se salientar que quanto maior o número de pontos e o número de réplicas *bootstrap*, mais representativo será o mapa, porém, esta estratégia implica tempo computacional elevado. Dessa forma, é importante que se tenha um número de pontos e réplicas *bootstrap* razoáveis para quantificar o desvio padrão do erro de predição. Sendo assim, o cenário 1 evidencia que utilizando 249 pontos e 50 réplicas *bootstrap* são suficientes para estimar de maneira consistente o desvio padrão do erro de predição do modelo de Kyriakidis e Journal (1999) para a análise espaço-temporal da variável albedo. De maneira similar os mesmos resultados

e conclusões foram válidos para os outros dias avaliados.

4.4 Análise puramente espacial

Foi feita uma análise puramente espacial para os dias 1, 11, 21 e 31 utilizando os dados do albedo nas 249 localizações, com o objetivo de comparar a análise puramente espacial com a análise espaço-temporal por meio de estatísticas dos desvios padrão do erro de predição para os dois casos. Na análise espaço-temporal foi utilizado o modelo espaço-temporal de Kyriakidis e Journel (1999) referente ao cenário 1, em que seus desvios padrão do erro de predição foram obtidos por meio do método *bootstrap* não paramétrico. A seguir, serão mostrados os procedimentos da análise puramente espacial apenas para o dia 31, sendo que para os dias 1, 11 e 21 os procedimentos foram análogos.

Primeiramente foi gerado o semivariograma omnidirecional dos valores do albedo nas 249 localizações e, em seguida, para a modelagem do semivariograma empírico foram estimados os modelos exponencial, esférico e gaussiano. Na Figura 40, têm-se os modelos ajustados aos valores do albedo. Esses modelos foram estimados pelo método dos mínimos quadrados ordinários.

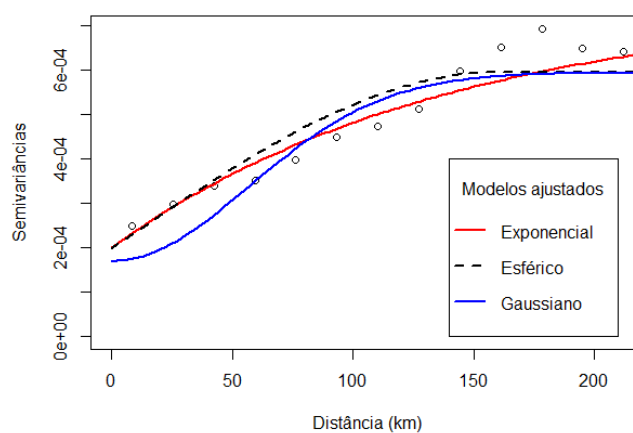


Figura 40 Semivariograma dos valores do albedo.

Para a escolha do melhor modelo, na Tabela 4, têm-se as estimativas dos parâmetros dos três modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação para cada um dos três modelos calculadas por meio da validação cruzada.

Tabela 4 Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados e as estatísticas dos erros de estimação.

Modelos	a	C₀	C₁	EM	ER	S_{ER}
Exponencial	140	0,00020	0,00055	0,000005	0,00141	1,00740
Esférico	160	0,00020	0,00040	0,000003	0,000100	1,02052
Gaussiano	80	0,00020	0,00050	0,000009	0,000313	1,25596

De acordo com a Tabela 4, o modelo experimental teórico que melhor se ajustou aos valores do albedo foi o exponencial com os parâmetros: efeito pepita (C_0) = 0,00020, alcance (a) = 140 km e contribuição (C_1) = 0,00055, pois seu valor do desvio padrão do erro reduzido (S_{ER}) se aproximou mais do valor 1 que os demais modelos (CRESSIE, 1993; VIEIRA, 2000). Também foi feita a krigagem ordinária, Figura 41, utilizando o modelo teórico exponencial, para observar o comportamento da variável albedo dentro da mesorregião em estudo. Observa-

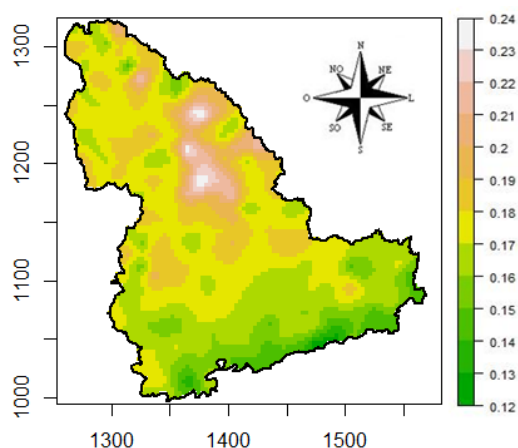


Figura 41 Krigagem ordinária dos valores da variável albedo.

se na Figura 41, que os maiores valores da variável albedo estão localizados no Centro, Norte e Noroeste da mesorregião.

Finalmente, para comparar a análise puramente espacial e a análise espaço-temporal, na Tabela 5, têm-se os resultados das estatísticas dos desvios padrão do erro de predição para os dois casos analisados, referentes aos dias 1, 11, 21 e 31 de dezembro de 2010.

Tabela 5 Estatísticas descritivas dos desvios padrão do erro de predição da Análise Puramente Espacial (APE) e da Análise Espaço-Temporal (AET), referentes aos dia 1, 11, 21 e 31.

Casos/dias	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	Mediana	Desvio-padrão
APE/1	0,0009	0,0081	0,0041	0,0042	0,0007
AET/1	0,0001	0,0379	0,0019	0,0013	0,0023
APE/11	0,0010	0,0088	0,0044	0,0045	0,0008
AET/11	0,0014	0,0969	0,0083	0,0071	0,0045
APE/21	0,0007	0,0067	0,0034	0,0035	0,0006
AET/21	0,0011	0,0415	0,0078	0,0069	0,0038
APE/31	0,0011	0,0099	0,0050	0,0051	0,0009
AET/31	0,0002	0,1307	0,0051	0,0041	0,0046

Observa-se na Tabela 5, por mais que as médias e os desvios padrões dos desvios padrões do erro de predição nos dois casos não foram tão distantes para os quatro dias analisados, no entanto, a variabilidade dos desvios padrão do erro de predição foram menores para o modelo puramente espacial, fato este, para essa variável específica em estudo, poderia optar-se pela a análise puramente espacial ao invés da análise espaço-temporal. Este resultado mostra-se contrário às expectativas iniciais, pois a análise espaço-temporal deveria diminuir os erros de predição, visto que leva em conta tanto a dependência espacial quanto a dependência temporal existente. Uma possível razão para esta inesperada inferioridade da AET frente à APE neste caso poderia ser explicada por uma fragilidade intrínseca do método de Kyriakidis e Journel (1999), baseada em sua construção por argumentos *ad hoc*, fragilidade esta que pode às vezes se manifestar, às vezes não, sendo que, no caso deste exemplo, tal fragilidade manifestou-se.

5 CONCLUSÕES

O algoritmo proposto nesta tese para a construção dos mapas de predição a partir do modelo geoestatístico espaço-temporal de Kyriakidis e Journel (1999), para qualquer número de pontos do espaço geográfico, abre novas perspectivas para o uso deste modelo em diversas situações reais.

O método estatístico proposto nesta tese para o cálculo da variância do erro de predição, utilizando o método *bootstrap*, não somente possibilita avaliar a qualidade das predições obtidas pelo modelo geoestatístico espaço-temporal de Kyriakidis e Journel (1999), mas também possibilita que este método possa ser utilizado em outros tipos de krigagem, como método alternativo, para avaliar o erro de predição.

Especificamente, para os dados da variável albedo utilizados nesta tese, o número de pontos amostrados na região de estudo parece não influenciar nos mapas de predição do modelo proposto por Kyriakidis e Journel (1999). Entretanto, quanto maior o número de pontos amostrados, maior o tempo de processamento para a obtenção e avaliação dos mapas.

Especificamente, para os dados da variável albedo utilizados nesta tese, parece que a análise puramente espacial pode ser mais precisa nas predições (tendo como base a variância do erro de predição) do que a análise espaço-temporal. Como o modelo puramente espacial leva em conta apenas a dependência espacial existente, enquanto o modelo espaço-temporal de Kyriakidis e Journel (1999) leva em conta tanto a dependência espacial quanto a dependência temporal existente, deve-se investigar, em novas pesquisas, se esse comportamento é devido à problemas inerentes do modelo (construção *ad hoc*) ou se esse comportamento é devido a especificidade dos dados do albedo.

É necessária a realização de trabalhos que comparem as performances do modelo espaço-temporal de Kyriakidis e Journel (1999) com outras propostas de modelagem espaço-temporal de dados geoestatísticos.

REFERÊNCIAS

ALVES, H. J. P. **Modelo geoestatístico espaço-temporal com funções de covariância estacionárias não-separáveis aplicado ao albedo de superfície.** 2016. 53 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2016.

ANDRIOTTI, J. L. S. **Fundamentos de estatística e geoestatística.** São Leopoldo: Unisinos, 2003. 165 p.

BICALHO, B. C. D. **Modelos Espaço - Temporais: Estudo de Casos.** 2008. 174 p. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade Federal de Minas, Belo Horizonte, 2008.

BOHLING, G. **Introduction to geostatistics variograms analysis.** Survey: Kansas Geological, 2005. 20 p.

BRINEY, A. **Solar radiation and the earth's albedo.** 2015. Disponível em: <<http://geography.about.com/od/physicalgeography/a/solarradiation.htm>>. Acesso: 03 de março 2016.

BURROUGH, P. A. **Principles of geographical information systems for land resources assessment.** Clarendon: Oxford, 1986. 193 p.

CESARE, L. D.; MYERS, D. E.; POSA, D. Spatial temporal modeling of SO₂ in the Milan district. in: Baafi, E.Y., Schofield, N.A. (Eds.), *Geostatistics wollongong.* **Kluwer Academic Publishers**, v. 2, p. 1031–1042, 1997.

CHRISTAKOS, G. **Modern spatiotemporal Geostatistics.** New York: Oxford University Press, 2000. 312 p.

CRESSIE, N. **Statistics for spatial data.** New York: John Wiley, 1993. 900 p.

CRESSIE, N.; HUANG, H. Classes of nonseparable, spatio-temporal stationary

covariance functions. **Jasa**, v. 94, n. 448, p. 1330–1340, 1999.

CRESSIE, N.; WIKLE, C. K. **Statistics for spatio-temporal data**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011. 531 p.

DIGGLE, P. J.; RIBEIRO JR., P. J. **Models-based Geostatistics**. New York: Springer, 2007. 228 p.

DRUCK, S. et al. **Análise espacial de dados geográficos**. Brasília: EMBRAPA, 2004. 39 p.

ECK, T. F. et al. Measurements of irradiance attenuation and estimation of aerosol single scattering albedo for biomass burning aerosols in amazonia. **Journal Geophysical Research**, v. 24, n. 103, p. 31.865–31.878, 1998.

EFRON, B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. **Annals of Statistics**, v. 7, p. 1–26, 1979.

EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. **An introduction to the bootstrap**. Boca raton: Chapman & Hall/CRC, 1993. 456 p.

ESA. **Meteosat Second Generation**. 2016. Disponível em: <http://www.esa.int/Our_Activities/Observing_the_Earth/Meteosat_Second_Generation/MSG_overview2>. Acesso: 03 de março 2016.

FIGUEIREDO, D. **Conceitos básicos de sensoriamento remoto**. Brasília - DF: Companhia Nacional de Abastecimento - CONAB, 2005. Disponível em: <http://www.conab.gov.br/conabweb/download/SIGABRASIL/manuais/conceitos_sm.pdf>. Acesso: 03 de março 2016.

FONSECA, T. C. O.; STEEL, M. F. J. A general class of nonseparable space-time covariance models. **Environmetrics**, v. 22, n. 2, p. 224–242, 2011.

GEIGER, B. et al. Land surface albedo derived on a daily basis from meteosat second generation observations. **Ieee Transactions On Geoscience And Remote Sensing**, v. 46, p. 3841–3856, 2008.

GELFAND, A. E. et al. **Handbook of spatial statistics**. New York: CRC Press, 2010. 607 p.

GNEITING, T. Nonseparable, stationary covariance functions for space-time data. **Journal of the American Statistical Association**, v. 97, n. 458, p. 590–600, 2002.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997. 512 p.

GUERRA, P. A. G. **Geoestatística operacional**. Brasília: Departamento Nacional de Produção Mineral, 1988. 145 p.

HAAS, T. C. Local prediction of a spatio-temporal process with an application to wet sulfate deposition. **Journal of the American Statistical Association**, v. 90, n. 432, p. 1189–1199, 1995.

HOST, G.; OMRE, H.; SWITZER, P. Spatial interpolation errors for monitoring data. **Journal of the American Statistical Association**, v. 90, n. 431, p. 853–861, 1995.

IACO, S.; POSA, D.; MYERS, D. Characteristics of some classes of space-time covariance functions. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v. 143, p. 2002–2015, 2013.

IACO, S. D.; MYERS, D.; POSA, D. Space-time variograms and a functional form for total air pollution measurements. **Computational Statistics & Data Analysis**, v. 41, p. 311–328, 2002.

IBGE. **Censo Demográfico 2010 - Resultado do universo**. Rio de Janeiro, 2010.

Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso: 03 de março 2016.

JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. **Mining Geostatistics**. New York: Academic Press, 1978. 600 p.

KYRIAKIDIS, P. J.; JOURNEL, A. G. Geostatistical space-time models: a review. **Mathematical Geology**, v. 31, p. 651–684, 1999.

LLOYD, C. D. **Local models for spatial analysis**. New York: Boca Raton: CRC Press, 2006. 244 p.

MA, C. Spatio-temporal covariance functions generated by mixtures. **Mathematical Geology**, v. 34, n. 8, p. 965–975, 2002.

MATHERON. **Traité de géostatistique appliquée**. Paris: Editions Technip, 1962. 333 p.

MOREIRA, M. A. **Fundamentos do sensoriamento remoto e metodologias de aplicação**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2001. 208 p.

PEREIRA, E. B. et al. Effects of burning of biomass on satellite estimations of solar irradiation in brazil. **Solar Energy**, v. 1, n. 68, p. 91–107, 2000.

PORCU, E.; MATEU, J.; BEVILACQUA, M. Covariance functions that are stationary or nonstationary in space and stationary in time. **Statistica Neerlandica**, v. 61, n. 3, p. 358–382, 2007.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2015. 3415 p. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>.

RIBEIRO JR., P. J.; DIGGLE, P. J. geor: a package for geostatistical analysis. **R-NEWS**, v. 1, n. 2, p. 15–18, 2001.

RIZZO, A. L. T.; CYMROT, R. Estudo e aplicações da técnica *bootstrap*. In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA. 2., 2006, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2006. 1 CD-ROM.

ROBINOVE, C. J. et al. Arid land monitoring using landsat albedo difference images. **Remote Sensing of Environment**, v. 11, p. 133–156, 1981.

RODRIGUES, A.; DIGGLE, P. J. A class of convolution-based models for spatio-temporal processes with non-separable covariance structure. **Scandinavian Journal of Statistics**, v. 37, p. 553–567, 2010.

ROUHANI, S.; HALL, T. J. Space-time kriging of groundwater data geostatistics. **Kluwer Academic Publishers**, v. 2, p. 639–651, 1989.

SCHABENBERGER, O.; GOTWAY, C. A. **Statistical methods for spatial data analysis**. Boca Raton: Chapman & Hall, 2005. 467 p.

SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; CARVALHO, L. M. T. **Zoneamento ecológico-econômico do Estado de Minas Gerais: componentes geofísico e biótico**. Lavras: UFLA, 2008a. 161 p.

SILVA, F. M. da; CHAVES, M. S.; LIMA, Z. M. C. **Geografia Física II**. Natal: EDUFRN, 2009. 240 p.

SILVA, N. C. N. et al. Variabilidade espacial no solo. In: WORKSHOP DE MATEMÁTICA APLICADA, ESTATÍSTICA E ECONOMIA. Rio Branco - Acre: UFAC, 2010.

STEIN, M. L. Space time-covariance functions. **Journal of the American Statistical Association**, v. 100, n. 469, p. 310–321, mar 2005.

STRAHLER, A. et al. **MODIS Land Cover and Land-Cover Change products algorithm theoretical basis document (ATBD). Version 5.0**. Boston University: Center for Remote Sensing, Department of Geography, 1999. 72 p.

THORNTHWAITE, C.; MATHER, J. **The water balance**. New Jersey, Drexel Institute of Technology: Publications in Climatology, 1955. 104 p.

VEISSID, N.; PEREIRA, E. B. Estimativa do albedo planetário empregando dados do experimento célula solar do satélite Brasileiro SCD2. **Brazilian Journal of Geophysics**, v. 18, n. 1, p. 25–38, 2000.

VIEIRA, S. R. **Tópicos em ciência do solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 2000. 54 p.

YAMAMOTO, J. K.; LANDIM, P. M. B. **Geoestatística: conceitos e aplicações**. Rio de Janeiro: Oficina de textos, 2013. 215 p.

ANEXO - Estimação dos parâmetros do modelo de Kyriakidis e Journel(1999) e bootstrap não paramétrico para obtenção do mapa de variância do erro de predição

```

# Rotinas feitas para o Cenário 1
# Semivariograma e Krigagem ordinária
# dos valores médios da variável albedo
rm(list=ls(all=TRUE))
library(geoR)
l=249 # Quantidade de pontos amostrados
t= 31 # Quantidade de tempos para cada ponto
setwd("C:/Users/Naje/Desktop/com tendência 20 km")
dados <-read.table("albedo_sul_mg_20000.txt",T)
dados
# Para cada localização fixa s amostrada
# calculou-se a média da série temporal respectiva
#  $M(s_i) = \text{soma}(Z(s_i,t_j))/t, 1 < j < t$ 
# ( passo i) do algoritmo)
tempo<-matrix(0,l,t)
for(i in 1:l)
  {
    for(j in 1:t)
      {
        tempo[i,j]<-dados[i,j+1]
      }
  }
med<-NULL
for(i in 1:l)
  {
    med[i]<-mean(tempo[i,])
  }
attach(dados)
##
M1<-data.frame(coord_x/1000,coord_y/1000,med)
M1
# coord_x e coord_y dividiram-se por 1000 para
# colocá-las em Km. Agora, faz-se o estudo por meio
# dessa informação M1
M1geo<-as.geodata(M1,coords.col=1:2 , data.col=3)

```

```

names(Mlgeo)
summary(Mlgeo)
# SEMIVARIOGRAMA EXPERIMENTAL
summary(Mlgeo)
# Parâmetros para cálculo do semivariograma empírico:
## Distância máxima utilizada
hmax35 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.35
hmax40 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.40
hmax45 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.45
hmax50 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.50
hmax60 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.60
hmax70 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.70
hmax80 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.8
hmax90 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*0.9
hmax100 = summary(Mlgeo)[[3]][[2]]*1
vr <- variog(Mlgeo, estimator.type = "classical",
             max.dist=hmax60)

vr
plot(vr)
# Estimator.type = "classical"- estimador clássico
# de Matheron (1962)
plot(vr, xlab="Distância (km)",
     ylab="Semivariância", ylim=c(0,0.00028))
# AJUSTANDO UM MODELO TEÓRICO
# Pelo olhometro
# cru.eyefit=eyefit(vr)
# Estimação dos parâmetros utilizando o método dos
# mínimos quadrados
# Modelo exponencial
cru.olsexp=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.00020,100),
nugget=0.00006, wei="equal",
cov.model = "exponential")
cru.olsexp
summary(cru.olsexp)
# Modelo esférico
cru.olsesf=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.00020,180),
nugget=0.00006, wei="equal",
cov.model = "spherical")
cru.olsesf

```

```

# Modelo gaussiano
cru.olsgau=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.00020,80),
nugget=0.00006, wei="equal",
cov.model = "gaussian")
cru.olsgau
### Importantíssimo para saber os valores dos
# parâmetros estimados
summary(cru.olsexp)
summary(cru.olsesf)
summary(cru.olsgau)
### Semivariograma dos valores médios do albedo nos
# 31 dias de dezembro de 2010
plot(vr, ylim=c(0,0.00028),xlab="Distância (km)",
      ylab="Semivariâncias")
lines(cru.olsexp, max.dist = hmax60, col="red",
      lty=1, lwd=2)
lines(cru.olsesf, max.dist = hmax60, col="black",
      lty=2, lwd=2)
lines(cru.olsgau, max.dist = hmax60, col="blue",
      lty=1, lwd=2)
legend(c(140,210),c(0,0.00010),
      legend=c("Exponencial",
              "Esférico", "Gaussiano"),
      lty=c(1,2,1),lwd=c(2,2,2),col=c("red",
              "black", "blue"),pch=c(-1,-1,-1),
      title="Modelos ajustados")
# VALIDAÇÃO CRUZADA
#args(xvalid)
#v.cruzada.modexp <- xvalid(Mlgeo,model=cru.olsexp)
#names(v.cruzada.modexp)# ver lista com opções
#summary(v.cruzada.modexp)
#v.cruzada.modesf <- xvalid(Mlgeo,model=cru.olsesf)
#names(v.cruzada.modesf)
#summary(v.cruzada.modesf)
#v.cruzada.modgau <- xvalid(Mlgeo,model=cru.olsgau)
#names(v.cruzada.modgau)
#summary(v.cruzada.modgau)
# Definindo um grid regular
summary(Mlgeo)

```

```

mlgeo.borders<-read.table
("mg_sul_meso_pontos_borda.txt",header=T) # bordas
Mlgeo.borders<-mlgeo.borders/1000
Mlgeo.borders
summary(Mlgeo.borders)
help(points)
malha=100
points(Mlgeo, xlab="", ylab="", lambda=0,
        pt.div="equal", pch=".", col= "red",
        borders=Mlgeo.borders)
loci <- expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
                    seq(996.5, 1322.9, l=malha))
# Valores para x vão de 1260 a 1576, valores para y
# inicio 996.5 e final 1322.9
# l=100 para x e l=100 para y totalizando uma malha
# de 10000 pontos
points(loci, pch="+")
## Selecionando somente os pontos do grid dentro
# da área
loci0 <- polygrid(seq(1260, 1576, l=malha),
                  seq(996.5, 1322.9, l=malha), borders=Mlgeo.borders)
points(Mlgeo, lambda=0, pt.div="equal", col="red",
        borders=Mlgeo.borders)
points(loci0, pch="+")
# Fazendo as predições (Krigagem ordinária)
cru.loci <- krige.conv(Mlgeo, loc=loci0,
krige=krige.control(cov.pars=cru.olsexp$cov.pars),
borders=Mlgeo.borders)
# Tem que incluir borders=Mlgeo.borders em cru.loci
names(cru.loci)
summary(cru.loci)
cru.loci$predict
summary(cru.loci$predict)
#####Mapa de krigagem#####
library(CompRandFld)
library(fields)
brks<-c(0.12,0.13, 0.14, 0.15, 0.16, 0.17, 0.18,
        0.19, 0.20, 0.21, 0.22)
image(cru.loci,loc=loci,

```

```

        col=terrain.colors(10,alpha=1),
        xlab="", ylab="")
legend.krige(x.leg=c(1530,1550),y.leg=c(1250,1320),
            cru.loci$predict, vert=T,off=0.7,
            cex=0.8, col=terrain.colors(10,alpha=1))
####Mapas de predição e mapas de variância do erro
#### de predição obtidos pelo método bootstrap não
#### paramétrico utilizando 50 réplicas (cenário 1)
rm(list=ls(all=TRUE))
setwd("C:/Users/Naje/Desktop/com tendência 20 km")
library(geoR)
dados <-read.table("albedo_sul_mg_20000.txt",T)
dados
head(dados)
dim(dados)
mlgeo.borders<-read.table("mg_sul_meso_pontos_borda.
                        txt", header=T)
Mlgeo.borders<-mlgeo.borders/1000          # bordas
head(Mlgeo.borders)
l=249
t= 31 # Quantidade de tempos para cada ponto
#####
#####      Função para predizer valores segundo      #
#####      modelo de Kyriakids-Jounel (1999)          #
#####
Zest<-function(dados, l, t, malha=malha, indices,
              resampling=TRUE, bordas){
# Para cada localização fixa s amostrada
# calculou-se a média da série temporal respectiva
#  $M(s_i) = \text{soma}(Z(s_i,t_j))/t, 1 < j < t$ 
# l<-dim(dados)[1] # Quantidade de espaços
# t<-dim(dados)[2] # Quantidade de tempos para cada
# ponto
TEMPO<-matrix(0,l,t)
for(i in 1:l)
{
  for(j in 1:t)
  {
    TEMPO[i,j]<-dados[i,j+1]

```

```

    }
  }
# Selecionar uma amostra com reposição de
# planilha
namos<-dim(TEMPO)[2]
  indices<-sort(sample(1:namos,namos,TRUE))
  # Com reposição e ordem crescente
  Tempo<-data.frame(TEMPO[,indices])
if(resampling == TRUE) tempo<-Tempo
else tempo<-TEMPO
med<-apply(tempo, 1, mean)
M1<-data.frame(coord_x=dados$coord_x/1000,
               coord_y=dados$coord_y/1000,med)
  M1geo<-as.geodata(M1,coords.col=1:2 , data.col=3)
# SEMIVARIOGRAMA EXPERIMENTAL
hmax35 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.35
hmax40 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.40
hmax45 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.45
hmax50 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.50
hmax60 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.60
hmax70 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.70
hmax80 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.8
hmax100 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*1
vr <- variog(M1geo, estimator.type = "classical",
             max.dist=hmax60)
# AJUSTANDO UM MODELO TEÓRICO
# Estimação dos parâmetros utilizando o método
# dos mínimos quadrados
cru.ols=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.0002,100),
                nugget=0.00006, wei="equal",
                cov.model = "exponential")
#M1geo.borders
bordas <- bordas
malha=malha # Esta malha é para ser incluída aqui
# e no final do algoritmo
loci <- expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
                  seq(996.5, 1322.9, l=malha))
## Selecionando somente os pontos do grid dentro
# da área

```

```

loci0 <- polygrid(seq(1260, 1576, l=malha),
  seq(996.5, 1322.9, l=malha), borders=bordas)
# Fazendo as predições (Krigagem ordinária)
cru.loci <- krige.conv(Mlgeo, loc=loci0,
krige=krige.control(cov.pars=cru.ols$cov.pars),
borders=bordas)
#####
# Fazendo as predições para cada localização
# da malha de 3.600 pontos
# não amostrados
X=loci
X
Mlestim =matrix(0,nrow(X),1)
for (i in 1:nrow(X))
{
  cruloci <- krige.conv(Mlgeo, loc=loci[i,],
krige=krige.control(cov.pars=cru.ols$cov.pars))
  Mlestim[i]=cruloci$pred
}
# Valor estimado M1 para os 3.600 pontos da
# malha
Mlestim
# Encontrando os pesos para os 3.600 pontos da
# malha
Y = Mlgeo$coords
Y
X=loci
X
A=matrix(0,nrow(X),nrow(Y))
for(i in 1:nrow(X))
{
  A[i,]=krweights(Y, locations=X[i,],
krige=krige.control(cov.pars=cru.ols$cov.pars))
}
A
Peso=A# Pesos para os 3.600 pontos da malha
Peso
# Estimando a componente M2 para os 3.600
# pontos da malha

```



```

M3estim <- NULL
M2estim <-NULL
M3 <- matrix(0,1,t)
M2estim<- matrix(0,nrow(X),t)
for (z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:t){
    for(j in 1:l){
      M3[j,i]<-Peso[z,j]*(tempo[j,i]-med[j])
    }
    M3estim[i]<- sum(M3[,i])
  }
  M2estim[z,]=M3estim
}
# Valor estimado de M2
M2estim
# Estimando o componente S1 para os 3.600
# pontos da malha
S3estim <- NULL
S1estim<-NULL
S1estim<-matrix(0,nrow(X),l)
S3 <- matrix (0,1,t)
for(z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:l)
  {
    for(j in 1:t)
    {
      S3[i,j] <- (tempo[i,j]- med[i]
                  - M2estim[z,j])^2
    }
    S3estim[i]<- sum(S3[i,])/t
  }
  S1estim[z,]<-S3estim
}
# Valor estimado de S1^2

```

```

Slestim
# Estimador conjunto v^2
Vconj <-NULL
A=matrix(0,nrow(X),1)
for (z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:l)
  {
    Vconj[i] <- Peso[z,i]*Slestim[z,i]
  }
  A[z,]=Vconj
}
A
# Valor estimado de v^2
v2 <- matrix(0,nrow(X),1)
for(i in 1:nrow(X))
{
  v2[i]<- sum(A[i,])
}
v2
# Estimando o componente S2
S2estim <- NULL
S2 <- matrix(0,l,t)
s3 <- matrix(0,nrow(X),t)
for (z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:t){
    for(j in 1:l){
      S2[j,i]<- Peso[z,j]*((tempo[j,i]
        -med[j]-M2estim[z,i])^2)
    }
    S2estim[i]<- (sum(S2[,i]))/v2[z]
  }
  s3[z,]<-S2estim
}
# Valor estimado de S2^2
S2estim<-s3
S2estim
# Estimando o componente Resíduo

```

```

Resiestim <- matrix(0,1,t)
C=matrix(0,1*nrow(X),t)
for(z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:t){
    for(j in 1:l){
      Resiestim[j,i] <- (tempo[j,i]
                        -med[j]-M2estim[z,i])/
                        (sqrt(abs(S1estim[z,j]))*
                         sqrt(abs(S2estim[z,i])))
    }
  }
  C[((z-1)*l+1):(z*l),]=Resiestim
}
# Valor estimado do Resíduo
C
Resiestim=C
# Estimando os valores do modelo z
# Slpred
Ss <- NULL
d=matrix(0,nrow(X),1)
for(z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:l){
    Ss[i] <- Peso[z,i]*
            (sqrt(abs(S1estim[z,i])))
  }
  d[z,]<-Ss
}
ss=d
e <- matrix(0,nrow(X),1)
for(i in 1:nrow(X))
{
  e[i]<- sum(ss[i,])
}
Slpred <- e
Slpred
# Resipred[i, j]
Rst <- matrix(0,1,t)

```

```

Resipred <- NULL
Zst <- NULL
f<- NULL
for (i in 1:t)
  {
    for(j in 1:j)
      {
        Rst[j,i] <- Peso[j]*Resiestim[j,i]
      }
  }
A=matrix(0,1*nrow(X),t)
for (i in 1:nrow(X))
{
  if(i==1)
  {
    A[i:1,]<-matrix(Peso[1,],1,t,
      byrow=FALSE)* Resiestim[1:1,]
  }
  if(i>1)
  {
    A[(1*(i-1)+1):(i*1),]= matrix
      (Peso[i,],1,t,byrow=FALSE)*
      Resiestim[((i-1)*1+1):(i*1),]
  }
}
A
Resipred=matrix(0,nrow(X),t)
for(j in 1:t)
{
  Resipred[1,j] <- sum(A[(1:1),j])
  for (i in 2:nrow(X))
  {
    Resipred[i,j] <-
      sum(A[(1*(i-1)+1):(i*1),j])
  }
}
Resipred[i,j]
# Valores estimados de Z
Zst=matrix(0,nrow(X),t)

```

```

for (i in 1:nrow(X))
{
  for (j in 1:t)
  {
    Zst[i,j] <- Mlestim[i]+
      M2estim[i,j] + (S1pred[i]*
        S2estim[i,j]*Resipred[i,j])
  }
}
return(drop(Zst))
}
## Para testar a função
l=249 # Quantidade de espaços
t= 31 # Quantidade de tempos para cada ponto
malha=60 # Dimensao da malha a ser criada
        #para a krigagem
res<-Zest(dados, l, t, malha=malha, indices,
          resampling=FALSE,bordas=Mlgeo.borders)
res
str(res)
summary(res)
#####
##          Rotina para calcular variância de          #
##          Krigagem do modelo K-J utilizando          #
##          Bootstrap não Paramétrico                  #
#####
s<-dim(dados)[1]; s # N° de espaços
t<-31                # N° de tempos
malha<-60            # Malha para fazer Krigagem
m<-malha*malha      # Dimensão da malha de Krigagem
B<-50                # N° de replicas Bootstrap
## O objeto res a seguir armazena as estimativas de
# krigagem que serão usadas
## para computar a matriz dos erros (Error)
res<-Zest(dados, s, t, malha=malha, indices,
          resampling=FALSE,
bordas=Mlgeo.borders)
res
## O objeto malha.boot armazena as B réplicas

```

```

# bootstrap das estimativas
## de krigagem
malha.boot<-array(0, c(m, t, B))
dim(malha.boot)
for(k in 1:B)
{
pred<-Zest(dados, s, t, malha=malha, indices,
           resampling=TRUE,
bordas=Mlgeo.borders)
malha.boot[, ,k] <- pred
}
malha.boot
dim(malha.boot)
head(malha.boot)
str(malha.boot)
Malha.Boot<-malha.boot
#####
#####          Matriz dos erros de predição   #
#####
Erro.pred<-matrix(0, m, t)
for(i in 1:m)
{
for(j in 1:t)
{
Erro.pred[i, j]<-sum(res[i, j]-
                    Malha.Boot[i, j, ])/(B)
}
}
dim(Erro.pred)
## O objeto a seguir é fazer a média dos erros de
# predição
media.erro<-Erro.pred
media.erro ## Observe que é próxima de zero
#####
#####          Variância dos erros          #
#####
var.erro<-matrix(0, m, t)
for(i in 1:m)
{

```

```

for(j in 1:t)
{
var.erro[i,j]<-sum((res[i,j] -
Malha.Boot[i,j,] - media.erro[i,j])^2)
}
}
round(var.erro, 4)
Var.erro<-var.erro/(B-1)
Var.erro
#####
# Mapa de variância dos erros de predição      #
##### utilizando bootstrap não paramétrico      #
#####
library(fields) # Para rodar comando image.plot
library(CompRandFld)
mlgeo.borders<-read.table
("mg_sul_meso_pontos_borda.txt",header=T)
Mlgeo.borders<-mlgeo.borders/1000          # bordas
summary(Var.erro)
for (k in 1:t)
{
z=matrix(round(Var.erro[,k], 5),malha,malha)
X <- data.frame(expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
seq(996.5, 1322.9, l=malha)))
x<-X[1:malha,1]
y<-X[!duplicated(X["Var2"]),2]
a <- paste("Dia",k,sep=" ")
jpeg(file=paste("varpred20",as.character(k),".png"))
op <- par(cex=.9)
brks<-c(0.0000, 0.0005, 0.0010, 0.0015, 0.0020,
0.0025, 0.0030)
image.plot(x,y,z, col=terrain.colors(6, alpha = 1),
breaks=brks,lab.breaks=brks,
add = FALSE, main=a, xlab=" ", ylab=" ",
legend.width=1.2, legend.shrink=1)
lines(Mlgeo.borders,col="black",lty=1,lwd=2)
par(op)
dev.off() # Fim do comando para exportar figura
}

```

```
#####
#####          Mapa de predição do albedo          #
#####          #
#####
res <-read.table("resfinal.txt",T)
for (k in 1:t)
{
z=matrix(round(res[,k], 5),malha,malha)
X <- data.frame(expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
                           seq(996.5, 1322.9, l=malha)))
x<-X[1:malha,1]
y<-X[!duplicated(X["Var2"]),2]
a <- paste("Dia",k,sep=" ")
jpeg(file=paste("pred20",as.character(k),".png"))
op <- par(cex=.9)
brks<-c(0.07, 0.09, 0.11, 0.13, 0.15, 0.17, 0.19,
        0.21, 0.23, 0.25, 0.27)
image.plot(x,y,z, col=terrain.colors(10, alpha = 1),
           breaks=brks,lab.breaks=brks,
           add = FALSE, main=a, xlab=" ", ylab=" ",
           legend.width=1.2, legend.shrink=1)
  lines(Mlgeo.borders,col="black",lty=1,lwd=2)
  par(op)
  dev.off() # Fim do comando para exportar figura
}
#####
# Rotinas feitas para o Cenário 2
# Semivariograma e Krigagem ordinária
# dos valores médios da variável albedo
rm(list=ls(all=TRUE))
library(geoR)
l= 499 # Quantidade de pontos amostrados
t= 31 # Quantidade de tempos para cada ponto
setwd("C:/Users/Naje/Desktop/com tendência 10km")
dados <-read.table("albedo_sul_mg_10000.txt",T)
dados
# Para cada localização fixa s amostrada
# calculou-se a média da série temporal respectiva
#  $M(s_i) = \text{soma}(Z(s_i,t_j))/t, 1 < j < t$ 
```



```

# ( passo i) do algoritmo)
tempo<-matrix(0,l,t)
for(i in 1:l)
  {
    for(j in 1:t)
      {
        tempo[i,j]<-dados[i,j+1]
      }
    }
med<-NULL
  for(i in 1:l)
    {
      med[i]<-mean(tempo[i,])
    }
attach(dados)
##
M1<-data.frame(coord_x/1000,coord_y/1000,med)
M1
# coord_x e coord_y dividiram-se por 1000 para
# colocá-las em Km. Agora, faz-se o estudo por meio
# dessa informação M1
M1geo<-as.geodata(M1,coords.col=1:2 , data.col=3)
names(M1geo)
summary(M1geo)
# SEMIVARIOGRAMA EXPERIMENTAL
summary(M1geo)
# Parâmetros para cálculo do semivariograma empírico:
## Distância máxima utilizada
hmax35 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.35
hmax40 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.40
hmax45 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.45
hmax50 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.50
hmax60 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.60
hmax70 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.70
hmax80 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.8
hmax90 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*0.9
hmax100 = summary(M1geo)[[3]][[2]]*1
vr <- variog(M1geo, estimator.type = "classical",
             max.dist=hmax90)

```

```
vr
plot(vr)
# Estimator.type = "classical"- estimador clássico
# de Matheron (1962)
plot(vr, xlab="Distância (km)",
      ylab="Semivariância", ylim=c(0,0.00030))
# AJUSTANDO UM MODELO TEÓRICO
# Pelo olhómetro
# cru.eyefit=eyefit(vr)
# Estimação dos parâmetros utilizando o método dos
# mínimos quadrados
# Modelo exponencial
cru.olsexp=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.00027,200),
nugget=0.00007, wei="equal",
cov.model = "exponential")
cru.olsexp
summary(cru.olsexp)
# Modelo esférico
cru.olsesf=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.00027,310),
nugget=0.00010, wei="equal",
cov.model = "spherical")
cru.olsesf
# Modelo gaussiano
cru.olsgau=variofit(vr,ini.cov.pars=c(0.00028,150),
nugget=0.00010, wei="equal",
cov.model = "gaussian")
cru.olsgau
### Importantíssimo para saber os valores dos
# parâmetros estimados
summary(cru.olsexp)
summary(cru.olsesf)
summary(cru.olsgau)
### Semivariograma dos valores médios do albedo nos
# 31 dias de dezembro de 2010
plot(vr, ylim=c(0,0.00030),xlab="Distância (km)",
      ylab="Semivariâncias")
lines(cru.olsexp, max.dist = hmax90, col="red",
      lty=1, lwd=2)
lines(cru.olsesf, max.dist = hmax90, col="black",
```

```

        lty=2, lwd=2)
lines(cru.olsgau, max.dist = hmax90, col="blue",
      lty=1, lwd=2)
legend(c(200,310),c(0,0.00010),
       legend=c("Exponencial",
               "Esférico","Gaussiano"),
       lty=c(1,2,1),lwd=c(2,2,2),col=c("red",
       "black", "blue"),pch=c(-1,-1,-1),
       title="Modelos ajustados")
# VALIDAÇÃO CRUZADA
#args(xvalid)
#v.cruzada.modexp <- xvalid(Mlgeo,model=cru.olsexp)
#names(v.cruzada.modexp)# ver lista com opções
#summary(v.cruzada.modexp)
#v.cruzada.modesf <- xvalid(Mlgeo,model=cru.olsesf)
#names(v.cruzada.modesf)
#summary(v.cruzada.modesf)
#v.cruzada.modgau <- xvalid(Mlgeo,model=cru.olsgau)
#names(v.cruzada.modgau)
#summary(v.cruzada.modgau)
# Definindo um grid regular
summary(Mlgeo)
mlgeo.borders<-read.table
("mg_sul_meso_pontos_borda.txt",header=T) # bordas
Mlgeo.borders<-mlgeo.borders/1000
Mlgeo.borders
summary(Mlgeo.borders)
help(points)
malha=100
points(Mlgeo, xlab="", ylab="", lambda=0,
       pt.div="equal", pch=".", col= "red",
       borders=Mlgeo.borders)
loci <- expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
                   seq(996.5, 1322.9, l=malha))
# Valores para x vão de 1260 a 1576, valores para y
# inicio 996.5 e final 1322.9
# l=100 para x e l=100 para y totalizando uma malha
# de 10000 pontos
points(loci, pch="+")

```

```

## Selecionando somente os pontos do grid dentro
# da área
loci0 <- polygrid(seq(1260, 1576, l=malha),
seq(996.5, 1322.9, l=malha), borders=Mlgeo.borders)
points(Mlgeo, lambda=0, pt.div="equal", col="red",
borders=Mlgeo.borders)
points(loci0, pch="+")
# Fazendo as predições (Krigagem ordinária)
cru.loci <- krige.conv(Mlgeo, loc=loci0,
krige=krige.control(cov.pars=cru.olsexp$cov.pars),
borders=Mlgeo.borders)
# Tem que incluir borders=Mlgeo.borders em cru.loci
names(cru.loci)
summary(cru.loci)
cru.loci$predict
summary(cru.loci$predict)
##### Mapa de krigagem ordinária #####
library(CompRandFld)
library(fields)
brks<-c(0.12,0.13, 0.14, 0.15, 0.16, 0.17, 0.18,
0.19, 0.20, 0.21, 0.22)
image(cru.loci,loc=loci,
col=terrain.colors(10,alpha=1),
xlab="", ylab="")
legend.krige(x.leg=c(1530,1550),y.leg=c(1250,1320),
cru.loci$predict,
vert=T,off=0.7,cex=0.8,
col=terrain.colors(10,alpha=1))
####Mapas de predição e mapas de variância do erro
#### de predição obtidos pelo método bootstrap não
#### paramétrico utilizando 50 réplicas (cenário 2)
rm(list=ls(all=TRUE))
setwd("C:/Users/Naje/Desktop/com tendência 10km")
library(geoR)
dados <-read.table("albedo_sul_mg_10000.txt",T)
dados
head(dados)
dim(dados)
mlgeo.borders<-read.table("mg_sul_meso_pontos_borda.

```

```

                                txt", header=T)
Mlgeo.borders<-mlgeo.borders/1000          # bordas
head(Mlgeo.borders)
l=499
t= 31 # Quantidade de tempos para cada ponto
#####
#####      Função para predizer valores segundo      #
#####      modelo de Kyriakids-Jounel (1999)          #
#####
Zest<-function(dados, l, t, malha=malha, indices,
               resampling=TRUE, bordas){
# Para cada localização fixa s amostrada
# calculou-se a média da série temporal respectiva
#  $M(s_i) = \text{soma}(Z(s_i, t_j))/t, 1 < j < t$ 
# l<-dim(dados)[1] # Quantidade de espacos
# t<-dim(dados)[2] # Quantidade de tempos para cada
# ponto
TEMPO<-matrix(0,l,t)
for(i in 1:l)
  {
    for(j in 1:t)
      {
        TEMPO[i, j]<-dados[i, j+1]
      }
  }
# Selecionar uma amostra com reposição de
# planilha
namos<-dim(TEMPO)[2]
indices<-sort(sample(1:namos, namos, TRUE))
# Com reposição e ordem crescentecente
Tempo<-data.frame(TEMPO[, indices])
if(resampling == TRUE) tempo<-Tempo
else tempo<-TEMPO
med<-apply(tempo, 1, mean)
M1<-data.frame(coord_x=dados$coord_x/1000,
               coord_y=dados$coord_y/1000, med)
Mlgeo<-as.geodata(M1, coords.col=1:2 , data.col=3)
# SEMIVARIOGRAMA EXPERIMENTAL
hmax35 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.35

```

```

hmax40 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.40
hmax45 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.45
hmax50 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.50
hmax60 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.60
hmax70 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.70
hmax80 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.8
hmax90 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*0.9
hmax100 = summary(Mlgeo) [[3]] [[2]]*1
vr <- variog(Mlgeo, estimator.type = "classical",
             max.dist=hmax90)
# AJUSTANDO UM MODELO TEÓRICO
# Estimação dos parâmetros utilizando o método
# dos mínimos quadrados
cru.ols=variofit(vr, ini.cov.pars=c(0.00027,200),
                nugget=0.00007, wei="equal",
                cov.model = "exponential")
#Mlgeo.borders
bordas <- bordas
malha=malha # Esta malha é para ser incluída aqui
#e no final do algoritmo
loci <- expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
                  seq(996.5, 1322.9, l=malha))
## Selecionando somente os pontos do grid dentro
# da área
loci0 <- polygrid(seq(1260, 1576, l=malha),
                 seq(996.5, 1322.9, l=malha), borders=bordas)
# Fazendo as predicoes (Krigagem ordinária)
cru.loci <- krige.conv(Mlgeo, loc=loci0,
krige=krige.control(cov.pars=cru.ols$cov.pars),
borders=bordas)
#####
# Fazendo as predições para cada localização
# da malha de 3.600 pontos
# não amostrados
X=loci
X
Mlestim =matrix(0,nrow(X),1)
for (i in 1:nrow(X))
{

```

```

    cruloci <- krige.conv(Mlgeo, loc=loci[i,],
krige=krige.control(cov.pars=cru.ols$cov.pars))
    Mlestim[i]=cruloci$pred
  }
# Valor estimado M1 para os 3.600 pontos da
# malha
Mlestim
# Encontrando os pesos para os 3.600 pontos da
# malha
Y = Mlgeo$coords
Y
X=loci
X
A=matrix(0,nrow(X),nrow(Y))
for(i in 1:nrow(X))
{
  A[i,]=krweights(Y, locations=X[i,],
krige=krige.control(cov.pars=cru.ols$cov.pars))
}
A
Peso=A# Pesos para os 3.600 pontos da malha
Peso
# Estimando a componente M2 para os 3.600
# pontos da malha
M3estim <- NULL
M2estim <-NULL
M3 <- matrix(0,1,t)
M2estim<- matrix(0,nrow(X),t)
for (z in 1:nrow(X))
{

  for(i in 1:t){

    for(j in 1:l){

      M3[j,i]<-Peso[z,j]*(tempo[j,i]-med[j])
    }
    M3estim[i]<- sum(M3[,i])
  }
}

```

```

    M2estim[z,]=M3estim
  }
  # Valor estimado de M2
M2estim
# Estimando o componente S1 para os 3.600
# pontos da malha
S3estim <- NULL
S1estim<-NULL
S1estim<-matrix(0,nrow(X),1)
S3 <- matrix (0,1,t)
for(z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:l)
  {
    for(j in 1:t)
    {
      S3[i,j] <- (tempo[i,j]- med[i]
                  - M2estim[z,j])^2
    }
    S3estim[i]<- sum(S3[i,])/t
  }
  S1estim[z,]<-S3estim
}
# Valor estimado de S1^2
S1estim
# Estimador conjunto v^2
Vconj <-NULL
A=matrix(0,nrow(X),1)
for (z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:l)
  {
    Vconj[i] <- Peso[z,i]*S1estim[z,i]
  }
  A[z,]=Vconj
}
A
# Valor estimado de v^2
v2 <- matrix(0,nrow(X),1)

```



```

for(i in 1:nrow(X))
{
  v2[i]<- sum(A[i,])
}
v2
# Estimando o componente S2
S2estim <- NULL
S2 <- matrix(0,1,t)
s3 <- matrix(0,nrow(X),t)
for (z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:t){
    for(j in 1:l){
      S2[j,i]<- Peso[z,j]*((tempo[j,i]
        -med[j]-M2estim[z,i])^2)
    }
    S2estim[i]<- (sum(S2[,i]))/v2[z]
  }
  s3[z,]<-S2estim
}
# Valor estimado de S2^2
S2estim<-s3
S2estim
# Estimando o componente Resíduo
Resiestim <- matrix(0,1,t)
C=matrix(0,1*nrow(X),t)
for(z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:t){
    for(j in 1:l){
      Resiestim[j,i] <- (tempo[j,i]
        -med[j]-M2estim[z,i])/
        (sqrt(abs(S1estim[z,j]))*
          sqrt(abs(S2estim[z,i])))
    }
  }
  C[((z-1)*l+1):(z*l),]=Resiestim
}
# Valor estimado do Resíduo

```

```

C
Resiestim=C
# Estimando os valores do modelo z
# Slpred
Ss <- NULL
d=matrix(0,nrow(X),1)
for(z in 1:nrow(X))
{
  for(i in 1:l){
    Ss[i] <- Peso[z,i]*
      (sqrt(abs(Slestim[z,i])))
  }
  d[z,]<-Ss
}
ss=d
e <- matrix(0,nrow(X),1)
for(i in 1:nrow(X))
{
  e[i]<- sum(ss[i,])
}
Slpred <- e
Slpred
# Resipred[i,j]
Rst <- matrix(0,1,t)
Resipred <- NULL
Zst <- NULL
f<- NULL
for (i in 1:t)
{
  for(j in 1:j)
  {
    Rst[j,i] <- Peso[j]*Resiestim[j,i]
  }
}
A=matrix(0,1*nrow(X),t)
for (i in 1:nrow(X))
{
  if(i==1)
  {

```

```

    A[i:1,] <- matrix(Peso[1,], l, t,
                     byrow=FALSE) * Resiestim[1:1,]
  }
  if(i>1)
  {
    A[(1*(i-1)+1):(i*1),] = matrix
      (Peso[i,], l, t, byrow=FALSE) *
      Resiestim[((i-1)*l+1):(i*1),]
  }
}
A
Resipred = matrix(0, nrow(X), t)
for(j in 1:t)
{
  Resipred[1, j] <- sum(A[(1:1), j])
  for(i in 2:nrow(X))
  {
    Resipred[i, j] <-
      sum(A[(1*(i-1)+1):(i*1), j])
  }
}
Resipred[i, j]
# Valores estimados de Z
Zst = matrix(0, nrow(X), t)
for(i in 1:nrow(X))
{
  for(j in 1:t)
  {
    Zst[i, j] <- Mlestim[i] +
      M2estim[i, j] + (S1pred[i] *
      S2estim[i, j] * Resipred[i, j])
  }
}
return(drop(Zst))
}
## Para testar a função
l=499 # Quantidade de espaços
t= 31 # Quantidade de tempos para cada ponto
malha=60 # Dimensão da malha a ser criada

```

```

# para a krigagem
res<-Zest(dados, l, t, malha=malha, indices,
         resampling=FALSE,bordas=Mlgeo.borders)
res
str(res)
summary(res)
#####
##          Rotina para calcular variância de          #
##          Krigagem do modelo K-J utilizando          #
##          Bootstrap não Paramétrico                  #
#####
s<-dim(dados)[1]; s # N° de espaços
t<-31                # N° de tempos
malha<-60            # Malha para fazer Krigagem
m<-malha*malha      # Dimensão da malha de Krigagem
B<-50                # N° de replicas Bootstrap
## O objeto res a seguir armazena as estimativas de
# krigagem que serão usadas
## para computar a matriz dos erros (Error)
res<-Zest(dados, s, t, malha=malha, indices,
         resampling=FALSE,
bordas=Mlgeo.borders)
res
## O objeto malha.boot armazena as B réplicas
# bootstrap das estimativas
## de krigagem
malha.boot<-array(0, c(m, t, B))
dim(malha.boot)
for(k in 1:B)
{
pred<-Zest(dados, s, t, malha=malha, indices,
         resampling=TRUE,
bordas=Mlgeo.borders)
malha.boot[, ,k] <- pred
}
malha.boot
dim(malha.boot)
head(malha.boot)
str(malha.boot)

```

```

Malha.Boot<-malha.boot
#####
#####          Matriz dos erros de predição      #
#####
Erro.pred<-matrix(0, m, t)
for(i in 1:m)
{
for(j in 1:t)
{
Erro.pred[i, j]<-sum(res[i, j]-
                    Malha.Boot[i, j, ])/(B)
}
}
dim(Erro.pred)
## O objeto a seguir é fazer a média dos erros de
# predição
media.erro<-Erro.pred
media.erro  ## observe que é próxima de zero
#####
#####          Variância dos erros                #
#####
var.erro<-matrix(0, m, t)
for(i in 1:m)
{
for(j in 1:t)
{
var.erro[i, j]<-sum((res[i, j]
- Malha.Boot[i, j, ] - media.erro[i, j])^2)
}
}
round(var.erro, 4)
Var.erro<-var.erro/(B-1)
Var.erro
#####
# Mapa de variância dos erros de predição      #
##### utilizando bootstrap não paramétrico      #
#####
library(fields) # Para rodar comando image.plot
library(CompRandFld)

```

```

mlgeo.borders<-read.table
("mg_sul_meso_pontos_borda.txt",header=T)
Mlgeo.borders<-mlgeo.borders/1000          # bordas
summary(Var.erro)
for (k in 1:t)
{
z=matrix(round(Var.erro[,k], 5),malha,malha)
X <- data.frame(expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
seq(996.5, 1322.9, l=malha)))
x<-X[1:malha,1]
y<-X[!duplicated(X["Var2"]),2]
a <- paste("Dia",k,sep=" ")
jpeg(file=paste("varpred20",as.character(k),".png"))
op <- par(cex=.9)
brks<-c(0.0000, 0.0005, 0.0010, 0.0015, 0.0020,
0.0025, 0.0030, 0.0035)
image.plot(x,y,z,main=a,
col=terrain.colors(7, alpha = 1),
breaks=brks,lab.breaks=brks,
add = FALSE, xlab=" ", ylab=" ",
legend.width=1.2, legend.shrink=1)
lines(Mlgeo.borders,col="black",lty=1,lwd=2)
par(op)
dev.off() # Fim do comando para exportar figura
}
#####
#####          Mapa de predição do albedo          #
#####          #
#####
res <-read.table("resfinal.txt",T)
for (k in 1:t)
{
z=matrix(round(res[,k], 5),malha,malha)
X <- data.frame(expand.grid(seq(1260, 1576, l=malha),
seq(996.5, 1322.9, l=malha)))

x<-X[1:malha,1]
y<-X[!duplicated(X["Var2"]),2]
a <- paste("Dia",k,sep=" ")
jpeg(file=paste("pred10",as.character(k),".png"))
}

```

```
op <- par(cex=.9)
brks<-c(0.06, 0.08, 0.10, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18,
        0.20, 0.22, 0.24, 0.26, 0.28, 0.30)
image.plot(x,y,z,
           col=terrain.colors(12, alpha = 1),
           breaks=brks,lab.breaks=brks,
           add = FALSE, main=a,xlab=" ", ylab=" ",
           legend.width=1.2, legend.shrink=1)
lines(Mlgeo.borders,col="black",lty=1,lwd=2)
par(op)
dev.off() # Fim do comando para exportar figura
}
```